

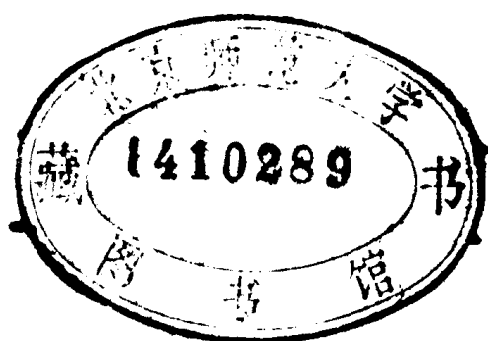
量子规范理论

汪容著

科学普及出版社

量子规范理论

汪容著



科学普及出版社

内 容 提 要

本书系统地介绍了量子规范理论的基本知识，特别着重于量子规范理论的量子化、重正化和重正化群的介绍。除前言外，全书共分十章，另加三个附录：第一、二、三、四章从介绍路径积分量子化入手，讨论了量子规范理论的量子化问题和 $F-P$ 场的引出，还介绍了Slavnov恒等式以及生成泛函的知识；第五、六、七、八、九章，介绍了BPHZ重正化方案，讨论了一圈图和多圈图的维数正常化，给出了各种量子规范理论(包括有破缺时)的可重正化性的证明，以及么正性的证明。第十章则是重正化群的介绍。三个附录与上述内容密切相关。附录一是经典规范场理论简述，为读者提供了必要的预备知识。附录二是第八章的证明中不可缺少的部分。附录三则讨论了在深度非弹性散射问题中怎样利用重正化群。

为了便于阅读，全书推导比较详尽，可作为理论物理研究生的教材，也可供高等学校物理系、数学系高年级学生、研究生及物理与数学工作者参考。

量 子 规 范 理 论

汪 容 著

责任编辑：王健民

封面设计：王序德

绘图：王慧珍

*

科学普及出版社出版(北京海淀区魏公村白石桥路32号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

*

开本：787×1092毫米^{1/16} 印张：33.625 字数：800千字

1986年10月第一版 1986年10月第一次印刷

印数：1—2,500册 定价：6.80元

统一书号：13051·1460 本社书号：1017

目 录

序言	1
引子	3
第一章 路径积分量子化	17
§ 1.1 路径积分的提出	17
§ 1.2 p 和 x 有交叉项的情况	22
§ 1.3 路径积分和量子场论	30
§ 1.4 从路径积分给出真空矩阵元	40
§ 1.5 微扰论	46
第二章 传播子和一些生成泛函	52
§ 2.1 玻色场的传播子	52
§ 2.2 费米场的传播子	62
§ 2.3 各种规范的传播子举例	69
§ 2.4 连接图的生成泛函 $Z[J]$	79
§ 2.5 1PI 顶角函数的生成泛函 $\Gamma[\Phi]$	85
第三章 规范场的量子化和F-P场的引出	90
§ 3.1 一种设想的有自作用和自静止质量的矢量场	90
§ 3.2 质量为零时的困难和Faddeev-Popov处理方法	94
§ 3.3 在 $A_0^a = 0$ 规范 (时间规范) 下, 从正则共轭量入手的方法和 Faddeev-Popov 方法是等价的	103
§ 3.4 利用规范不变性来推出其它规范的 $W[0]$ 路径积分和引出规范确定项	107
§ 3.5 F-P 场的引出和它们的传播子	111
第四章 微扰量子规范理论和Slavnov恒等式	118
§ 4.1 费曼规则	118
§ 4.2 简化符号和反映规范群性质的两个等式	126
§ 4.3 B. R. S. 变换	129
§ 4.4 Ward-Takahashi恒等式和Slavnov-Taylor恒等式	131
§ 4.5 W-T 恒等式的一个应用—— $\Gamma^{(2)}$ 与 $\Gamma^{(3)}$ 之间的关系	136
第五章 发散的减除和重正化	147
§ 5.1 发散的减除	147
§ 5.2 Zimmerman定理和Weinberg定理	156
§ 5.3 抵消项与加法重正化	162
§ 5.4 加法重正化与乘法重正化的等价例一——量子电动力学	169
§ 5.5 加法重正化与乘法重正化的等价例二——0 自旋粒子 (φ^4 耦合) 与费米子体系	178

§ 5.6	加法重正化与乘法重正化的等价例三——Y-M场与 φ 场的体系	182
第六章	维数正常化和单圈图	191
§ 6.1	维数正常化积分公式	191
§ 6.2	光子自能图两例	196
§ 6.3	解析延拓问题	203
§ 6.4	γ_5 反常问题	211
第七章	两圈图、多圈图和有害极点的消去	221
§ 7.1	多圈图费曼积分的维数的扩充	221
§ 7.2	多圈图中 n 的延拓	225
§ 7.3	无害极点和有害极点	236
§ 7.4	切割图和切割方程	244
§ 7.5	从切割图来看发散的产生	258
§ 7.6	逐级抵消与有害极点的不出现	267
第八章	重正化后的规范不变性	277
§ 8.1	S_0^{ϵ} , $\Delta_L S$, S_1^{ϵ} 和一些定义	277
§ 8.2	蝌蚪图和有 K 、 L 时 Γ 中的场的线性项	280
§ 8.3	树图近似下 $\Gamma = S$	285
§ 8.4	再看1PI顶角函数的生成泛函 $\Gamma(\Phi)$	292
§ 8.5	$K, L \neq 0$ 时 Γ 中增添了什么	298
§ 8.6	有 K, L 时, Γ 仍是1PI生成泛函	303
§ 8.7	重正化前后定域规范群同构例一——纯规范场	309
§ 8.8	重正化前后定域规范群同构例二——有Higgs场时	320
§ 8.9	重正化前后定域规范群同构例三——有费米场时	326
§ 8.10	重正化前后定域规范群同构例四——有Abel不变子群时 (包括W-S模型)	330
第九章	有自发破缺时的重正化, R_ξ规范, 么正性	344
§ 9.1	引入 v 和 γ 时, 对称性是怎样破缺的	344
§ 9.2	v 和 m_0^2 的独立性, v 从0延拓到 $\neq 0$ 时, 重正化常数 Z 不变	351
§ 9.3	m_0^2 延拓到0, Γ 中 $\bar{\alpha}$ 一次项消失, 外源 γ 也消失、	355
§ 9.4	$v \neq 0$ 重正化的四个例子	359
§ 9.5	R_ξ 规范中各个传播子的极点	366
§ 9.6	R_ξ 规范中各传播子的发散的消去	377
§ 9.7	从 R 规范($\xi = \infty$)到 U 规范($\xi = 0$), 非物理极点项抵消一例、么正性	382
§ 9.8	重正化的物理的 S 矩阵元与规范无关	387
第十章	重正化群和渐近自由	391
§ 10.1	一个即使是不含带量纲参数的理论, 在重正化后 也要出现带量纲的参数	391
§ 10.2	重正化群, 最小重正化和关于 m (质量)和 ξ (规范参数)的讨论	394

§ 10.3	格林函数的反常量纲, 有效耦合常数 $g(g_e, t)$, β 和定点	399
§ 10.4	β 、 γ 与重正化因子 Z 之间的关系	404
§ 10.5	守恒算子和部分守恒算子的反常量纲为零	410
§ 10.6	重正化参量 β , γ 的计算 (单圈近似)	415
§ 10.7	另一途径求 $\beta(g)$, 费米场对渐近自由的影响	427
§ 10.8	Higgs场与渐近自由	430
§ 10.9	补充说明两点	436
附录一	经典规范理论简述	441
§ A 1.1	规范不变性和规范场的引入	441
§ A 1.2	对称性的真空自发破缺	447
§ A 1.3	Higgs机制	454
§ A 1.4	W-S模型, GIM模型	459
附录二	1PI顶角生成泛函发散部分 $\tilde{\Gamma}_{(n)1}^{\text{div}}(S_n^0)$ 的一般形式	465
§ A 2.1	$\mathcal{G} \cdot \mathcal{G} = 0$ 的更一般的证明	467
§ A 2.2	$\tilde{\Gamma}_{(n)1}^{\text{div}}(S_n^0)$ 的一般形式——没有Higgs场时	468
§ A 2.3	$\tilde{\Gamma}_{(n)1}^{\text{div}}(S_n^0)$ 的一般形式——有Higgs场时	477
§ A 2.4	把 Γ 写成 $\Gamma = G + \mathcal{G} \mathcal{F}$ 形式和 $F[A, s, s^+]$ 的确定	482
附录三	深度非弹性散射——重正化群应用一例	489
§ A 3.1	光锥行为为什么重要	489
§ A 3.2	结构函数和交叉关系	492
§ A 3.3	Ti的色散关系	495
§ A 3.4	光锥展开所用到的公式	498
§ A 3.5	J^+J 的光锥展开和算子的扭度	500
§ A 3.6	$C_{i,N}$ 的Fourier变换与结构函数的矩	503
§ A 3.7	味非单态和味单态的格林函数 G 和Wilson系数 C 的重正化群方程, 矩的渐近行为	507
§ A 3.8	求 $\gamma^{ns,N}$ 和 γ_b	516

序 言

在50年代和60年代初熟悉当时的量子场论的人，进入60年代后期以至70年代时，会觉得似乎进入了一个陌生的世界。在这个领域里，由于客观原因而上升为主角的杨-米尔斯场以及处理杨-米尔斯场的量子化和重正化的巧妙方法，都是他所不熟悉的。反之，他所熟悉的量子电动力学，这时已发展成为弱电统一理论；他所熟悉的用于量子电动力学的量子化和重正化的方法，在杨-米尔斯场以及一般的非阿贝尔规范场面前，却变得无能为力。从60年代后期到70年代前期的大约十年里，量子场论确是经历了一场重大的变革和发展。它所迎来的弱电统一理论已经令人信服地被实验所验证，从而刷新了人们对弱相互作用的认识；它所迎来的作为强相互作用的基本理论的量子色动力学(QCD)，则使得人们对多年来只能用唯象方法描述的强相互作用的机制，有了崭新的理解，并且在历史上第一次使高能强相互作用的理论成为逻辑上自洽的，并且可以认真严格地用实验检验的理论。这些成就进一步又鼓舞着人们去探索弱、电、强三种相互作用的统一；鼓舞着人们尝试用新的观点，即量子规范理论的观点去探讨引力理论；以及去追求弱、电、强和引力这四种相互作用的更大范围的统一。以量子规范理论作为一种手段和工具，人们还展开了对层子(夸克)和轻子的内部结构的探索。

面对着上述的科学新发展，人们很需要一本新的关于量子场论的教科书，它既要能够在逻辑上比较完整地反映近年来量子规范理论的发展，又要能够容易为读者所理解和掌握。但是，满足这两个要求的教科书实在是难找。特别是目前还根本没有一本系统地说明规范场的重正化的书。对于那些希望全面了解量子规范理论的认真的读者来说，这当然是一件憾事，因为大家都承认，在以点粒子定域相互作用为前提的量子规范理论中，重正化是不可缺少的一个组成部分——弱电统一理论正是在人们相信它可以重正化之后才被重视起来的。

写这本书的目的是想尝试着满足读者的这种需要，搭一座桥，使得有初步量子场论知识的人可以在较短的时间内通过这座桥较系统地了解现代量子规范理论的要点和技巧，从而可以较快地走向微观世界研究的前沿。为了使读者容易理解和掌握书中的内容，举例和数学推导在篇幅许可的范围内，都是力求详尽完整的。

下面简略地说一下书的内容：

书的一开头是一个较长的前言，目的是让读者对量子规范理论的发展、成就和存在的问题有一个全面的了解，但并不深入讨论细节。细节的讨论和问题的展开则归入后面的十章和三个附录。前三章主要是介绍规范场的路径积分量子化和F-P场的引出。第四章主要是讨论费曼规则和利用B. R. S. 变换推导Slavnov恒等式。第五章阐明BPHZ重正化方案的基本思路。第六章、第七章介绍维数正常化及其在重正化理论中的应用，包括多圈图有害极点自动消除的讨论。第八章证明各种情况下重正化前后规范群的同构。第九章证明有自发破缺时也可以重正化和物理的S矩阵元的规范不变性。第十章介绍重正化群和渐近自由。附录一是经典规范理论简介，让读者扼要地回顾一下经典(没有量子

化的)规范理论的基本内容。附录二是第八章所讨论的正规(1PI)顶角函数生成泛函发散部分 $\Gamma_{div}(S_0)$ 的一般形式的一个证明。附录三是重正化群具体应用的一个例子,包括深度非弹性散射理论中的反常量纲的计算。各章和附录都附有参考文献。

感谢中国科技大学研究生院于1979—1980年给作者提供了写这本书所必需的工作条件。

作者曾以这本书的初稿作为教材,于1980年和1982年两次在浙江大学物理系给理论物理专业的研究生讲“量子规范理论”的课。在讲课和讨论中作者得到了不少收益。

感谢中国科学院理论物理研究所戴元本同志和中国科技大学研究生院赵保恒同志的很多有益的讨论。

感谢浙江大学物理系季达人同志和陈成明同志认真地阅读了原稿,提出了宝贵的意见,感谢沈建民同志帮助校对。

由于作者水平有限,书中难免仍有错误和不妥之处,请读者来信指出,以便以后改正。

汪 容

1983年初

于杭浙州江大学求是东村

引 子

在深入地叙述一些技术细节之前，让我们借这个引子对量子规范理论作一个概括的介绍，包括它的发展、成就以及面临的重大问题。考虑到历史发展的先后次序，我们的介绍就从电磁相互作用入手。

电磁相互作用 最简单的量子规范理论就是描述电磁相互作用的量子电动力学，它主要是在40年代和50年代初发展起来的。现在让我们看一看在量子电动力学中，规范相互作用是如何引入的[●]。取自由Dirac方程：

$$(\gamma_{\mu}\partial_{\mu} + m)\psi = 0 \quad (1)$$

用以导出这个Dirac方程的拉氏量是：

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi}(\gamma_{\mu}\partial_{\mu} + m)\psi \quad (1)_1$$

定义如下的相因子变换， θ 是常数，我们把这个相因子变换称为整体规范变换：

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow \psi' = e^{-i\theta}\psi \\ \bar{\psi} &\rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi}e^{i\theta} \end{aligned} \quad (2)$$

在整体规范变换下， $\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}'$ ：

$$\mathcal{L}' = -\bar{\psi}'(\gamma_{\mu}\partial_{\mu} + m)\psi' = -\bar{\psi}(\gamma_{\mu}\partial_{\mu} + m)\psi = \mathcal{L}$$

可见(1)式的 \mathcal{L} 在整体规范变换下是不变的。

再看有相互作用的情况。早先的引入电磁相互作用的办法是从经典物理学来的，即取

$$P_{\mu} \rightarrow P_{\mu} - \frac{e}{c}B_{\mu} \quad (B_{\mu} \text{代表电磁势}, \mu = 1, 2, 3, 4) \quad (3)$$

然后换成量子力学的表述，

$$\frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} - ieB_{\mu} \quad (4)$$

(为了方便，我们取自然单位，即 $c = \hbar = 1$)。

于是在有相互作用的情况下，Dirac方程(1)式换成

$$(\gamma_{\mu}\partial_{\mu} - ie\gamma_{\mu}B_{\mu} + m)\psi = 0 \quad (5)$$

这就是有电磁相互作用的Dirac方程，其拉氏量是

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi}(\gamma_{\mu}\partial_{\mu} - ie\gamma_{\mu}B_{\mu} + m)\psi \quad (5)_1$$

其中 $ie\bar{\psi}\gamma_{\mu}\psi B_{\mu}$ 是电磁相互作用项。

值得注意的是从另一条途径也可得到(5)₁式，就是引入规范相互作用。引入的过程说明如下。

我们定义定域规范变换：

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow \psi' = e^{-i\theta(x)}\psi \\ \bar{\psi} &\rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi}e^{i\theta(x)} \end{aligned} \quad (6)$$

● 经典规范理论的基本内容见附录一。

定域规范变换与整体规范变换的区别在于 $\theta = \theta(x)$ 是 x 的函数。也就是说，在不同的 x 点（不同的空间时间点），取不同的相因子变换。此时不含相互作用项的拉氏量 \mathcal{L} （见（1）₁式）不再是不变的，因为

$$\mathcal{L}' = -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi + i\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\partial_\mu\theta(x) \neq \mathcal{L}$$

若要保持 \mathcal{L} 不变，就必须把（1）₁式的 \mathcal{L} 换成

$$\mathcal{L} = -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu - ie\gamma_\mu B_\mu + m)\psi \quad (7)$$

其中引入了规范场 B_μ ， B_μ 的定域规范变换是

$$B_\mu \rightarrow B'_\mu = B_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x) \quad (8)$$

（7）式满足

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= -\bar{\psi}'(\gamma_\mu \partial_\mu - ie\gamma_\mu B'_\mu + m)\psi' \\ &= -\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu - ie\gamma_\mu B_\mu + m)\psi = \mathcal{L} \end{aligned}$$

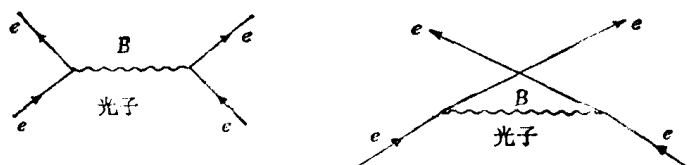
也就是满足定域规范不变。

由此可见， \mathcal{L} 要在定域规范变换下保持不变，就必须引入规范场，从而也就引入了规范场与粒子的相互作用项。这里具体来说就是引入了电磁场势 B_μ ，从而在 \mathcal{L} 中引入了电磁相互作用项 $ie\bar{\psi}\gamma_\mu\psi B_\mu$ 。注意（7）式的 \mathcal{L} 正好就是（5）₁式的 \mathcal{L} ！所以说，电磁相互作用是可以通过定域规范不变而引入的。

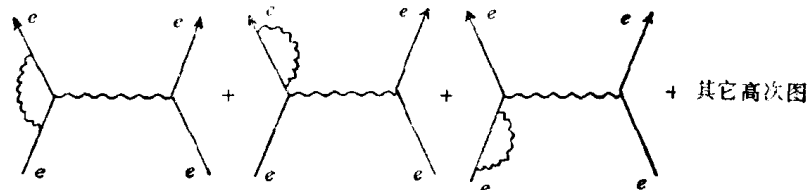
上述与电磁相互作用相联系的定域规范变换（6）和（8）称作 $U(1)$ 规范变换，有一个 $\theta(x)$ 。而且我们看到，保持定域规范变换不变的引入 B_μ 的方式，与 $P_\mu \rightarrow P_\mu - \frac{e}{c}B_\mu$ 的引入方式在电磁相互作用中是等价的。但下面就会知道，定域规范变换下保持不变的引入方式反映了更深刻更普遍的客观规律性。

在进一步介绍之前，先举两个电磁相互作用的例子。

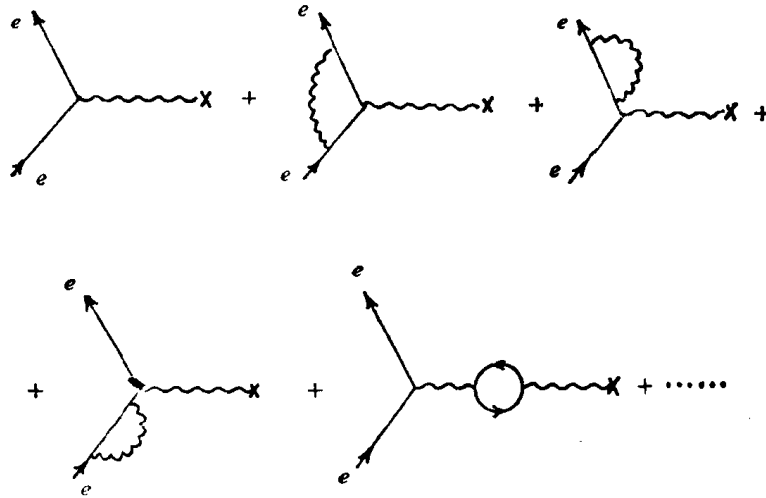
一个例子是电子与电子的散射，它有如下的交换光子的机制（ B_μ 场的量子就是光子）：



同时还有高次相互作用的贡献（见如下带圈的图）：



另一个例子是电子在外来电磁场（用 $\sim \times$ 来表示）中的散射，它有如下各图的作用机制：

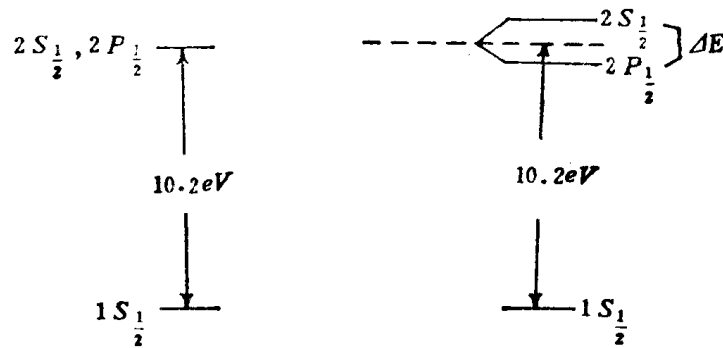


上面画出的带圈的图是很重要的，它们反映了真空的作用，反映了在真空中粒子不断地短暂地产生与湮没。人们把这称为“真空不空”。

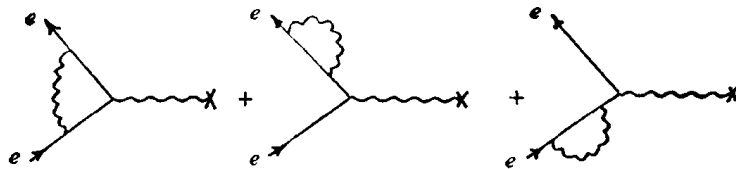
用来检验这种电磁相互作用理论的有两个有名的实验。

1. Lamb位移 (1947年发现)

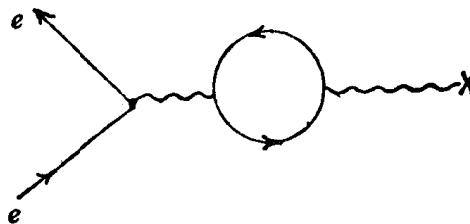
如果不考虑圈图，直接取Dirac方程的解，则氢原子的 $2S_{1/2}$ 态和 $2P_{1/2}$ 态有相同的能级高度。然而实验上发现这两个态的能量并不相同：



与不考虑圈图的理论计算值相比， $2S_{1/2}$ 升高很明显， $2P_{1/2}$ 则稍下降。这个现象叫Lamb位移。它说明带圈的图（真空的作用）决不能略去。事实上前面说过的如下几个带圈图



的效果是使 $2S_{1/2}$ 上升（电磁场的真空零点振动效应）；而另外的



这个带圈图的效果是使 $2S_{1/2}$ 下降 (电子-阳电子场的真空极化效应)。总的效果是 $2S_{1/2}$ 明显上升。考虑了各种带圈图的贡献以后, 理论值和实验值符合得很好。下面列出最近的实验值和理论值:

实验值: (1975) $\Delta E \sim 1057.893 \pm 0.020 \text{MHz}$

(1976) $\Delta E \sim 1057.862 \pm 0.020 \text{MHz}$

理论值: (1971) $\Delta E \sim 1057.916 \pm 0.010 \text{MHz}$

(1975) $\Delta E \sim 1057.864 \pm 0.014 \text{MHz}$

2. 反常磁矩 (1947年发现)

最近的实验值和理论值也列举如下。

电子, 实验值 (1979)

$$1.001, 159, 652, 410(200) \frac{e\hbar}{2m_e c}$$

理论值 (1981)

$$1.001, 159, 652, 460(148) \frac{e\hbar}{2m_e c}$$

μ 子, 实验值 (1977)

$$1.001, 165, 922(9) \frac{e\hbar}{2m_\mu c}$$

理论值 (1977)

$$1.001, 165, 919(10) \frac{e\hbar}{2m_\mu c}$$

理论值和实验值也是符合得很好的。

此外还有别的实验, 特别是几十个 GeV 的高能实验, 说明即使小到 10^{-16} 厘米的范围, 量子电动力学的理论与实验仍是符合得很好的。所以, 量子规范理论在电磁相互作用方面获得了很大的成功。

这个成功并不是很轻松地得来的, 因为每一个圈都有一个发散积分。这可以说是一般的点粒子和点相互作用所固有的性质 (经典的电子理论里面也有这种发散问题)。为了得到合理的结果, 就必须进行重正化。重正化就是把发散部分合乎逻辑地分出来, 吸收到耦合常数 (例如 e) 和质量 (例如 m_e) 中去。再重新定义理论上的观测量 (包括耦合常数和质量), 从而得到不发散的结果[●]。在分出发散部分时要特别注意保持协变性和规范不变性以及其它的对称性质。

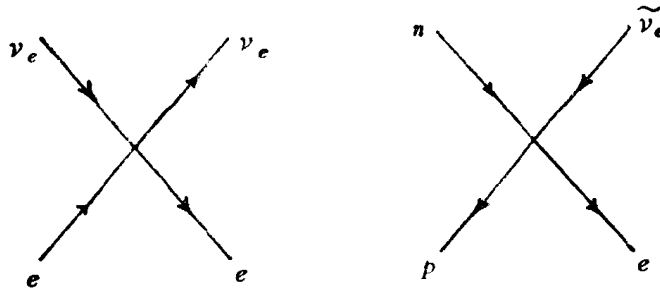
要说明一点, 并非所有的理论都是可以重正化的。不过, 量子电动力学作为一种规范理论则是可以重正化的。所以, 量子电动力学的成功实际上也说明了重正化理论的成功。如果不能重正化, 量子电动力学的计算就不可能这么精确。

下面, 在弱相互作用中, 我们立刻就要看到一个不可重正化的例子。

弱相互作用 最初的描述弱相互作用的理论是费米相互作用理论。在这个理论里, 四个费米子在一点发生相互作用, 并没有弱相互作用的传递者。例如:

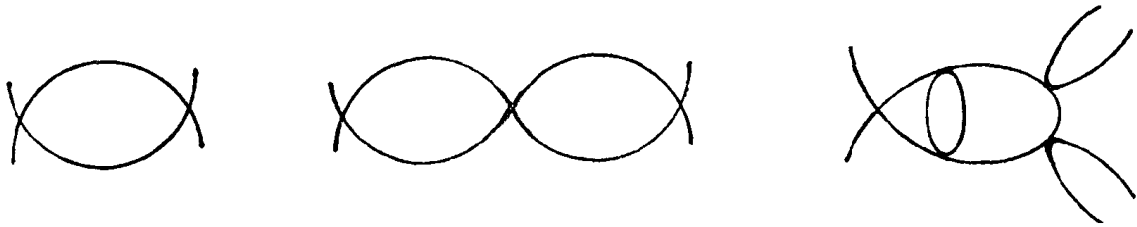


● 重正化的基本要点见第五章。



用这种理论计算低能近似可以得到不错的结果，但遇到两个根本性的困难：

1. 它是不能重正化的，因而不能计算高次图，例如：事实上，这种理论有无穷多种



发散图，无法把发散部分纳入少数几种粒子的质量和耦合常数中去。所以，这是一种不自洽的理论，因为它有无法计算的高次图。

2. $e + \nu_e \rightarrow e + \nu_e$ 的弹性散射截面是：

$$\sigma \approx \frac{G^2 E^2}{2\pi}$$

其中 G 是费米型弱作用耦合常数， E 是质心系总能量。在这里， σ 随能量平方 (E^2) 而上升。

但另一方面，如果没有传递者，则能量越高，波长越短，碰撞截面应该是：

$$\sigma \sim \pi \lambda^2 \sim \frac{1}{E^2}$$

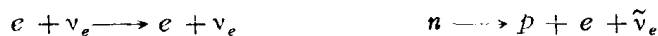
所以又是自相矛盾。

人们看到了需要有弱作用的传递者来帮助解决困难。至少上述第二个困难可以借助于传递者来解决，因为如果有传递者，则理论上求得的高能弹性散射截面为：

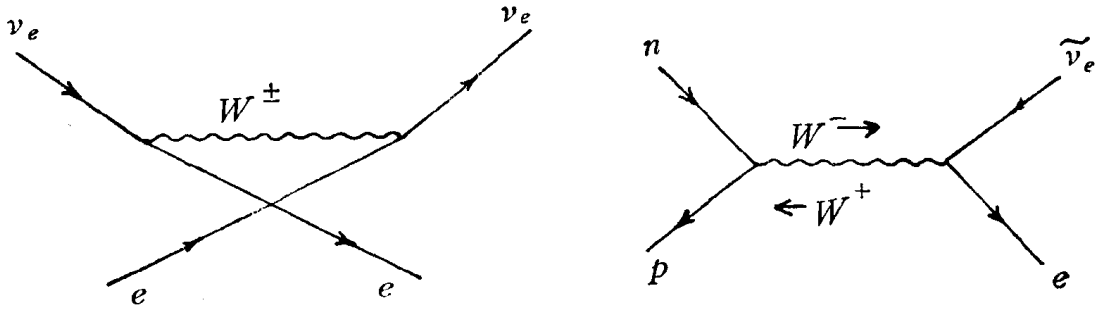
$$\sigma \sim \text{常数}$$

它不会随能量的增加而无限地增加，也不会随能量的增加而趋于零，从而不出现第二个困难。

由于这种考虑，在 50 年代末和 60 年代初，提出了弱相互作用的中间玻色子理论。这个理论引入了中间玻色子 W^\pm 作为弱相互作用的传递者，并用 W^\pm 传递弱作用的机制代替了前述不要传递者的机制，例如下列过程的机制可用下一页的图来表达：



这个理论要求传递者 (W^\pm 粒子) 的静止质量很大，比质子重好几十倍。但是，1960 年人们又证明了以静止质量不为零的 W^\pm 为传递者的理论是不可重正化的。于是上述第一个困难一时仍不得解决。后来，人们经过努力终于解决了这个困难，但经过了一段曲折的过程。



困难的解决与两件看来不相干的事有关。

1. 非Abel规范场——杨-Mills场[●]：

(1) 式可以加以扩充。例如，由于在强相互作用下，中子 (n) 和质子 (p) 的质量差可以忽略，于是可以取

$$m_p = m_n = m$$

此时把波函数写成

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi} = (\bar{\psi}_p, \bar{\psi}_n) \quad (9)$$

(脚标 p , n 分别标出质子, 中子的波函数)。则 Dirac 方程可写成

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi = (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix} = 0 \quad (10)$$

拉氏量 \mathcal{L} 是

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\bar{\psi} (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi = -(\bar{\psi}_p, \bar{\psi}_n) (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix} \\ &= -\bar{\psi}_p (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi_p - \bar{\psi}_n (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi_n \end{aligned} \quad (11)$$

仿照 (2) 定义整体规范变换 ($SU(2)$ 规范群):

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow \psi' = e^{-iT^i \theta^i} \psi \\ \bar{\psi} &\rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi} e^{iT^i \theta^i} \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$T^i = -\frac{1}{2} \tau_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

τ_i 是泡利二行二列矩阵。 θ^i ($i = 1, 2, 3$) 都是常数。可以看到 (11) 式的拉氏量在这个整体规范变换下不变:

$$\mathcal{L}' = -\bar{\psi}' (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi' = -\bar{\psi} (\gamma_\mu \partial_\mu + m) \psi = \mathcal{L}$$

再仿照 (6) 定义定域规范变换 ($SU(2)$ 规范群):

$$\begin{aligned} \psi &\rightarrow \psi' = e^{-iT^i \theta^i(x)} \psi \\ \bar{\psi} &\rightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi} e^{iT^i \theta^i(x)} \end{aligned} \quad (13)$$

(这里 $\theta^i(x)$ 是 x 的函数), 则 (11) 式的 \mathcal{L} 和以前的例子一样, 并不能满足规范不变 ($\mathcal{L}' \neq \mathcal{L}$)。在以前的例子中只有一个 $\theta(x)$, 如要满足定域规范不变, 就要引入一个规范场 $B_\mu(x)$ 。现在有三个 $\theta^i(x)$, 如要满足定域规范不变, 就要引入三个规范场 $A_\mu^i(x)$

● 非Abel规范场或杨-Mills场是杨振宁同 Mills 于1954年提出的, 参见本书附录一。

($i = 1, 2, 3$)。在引入 $A_\mu^i(x)$ 的同时, 也就引入了不破坏 P, n 对称性的相互作用, 这种相互作用由 $A_\mu^1, A_\mu^2, A_\mu^3$ 传递。但是, 建立这个理论有一个条件, 就是 $A_\mu^1, A_\mu^2, A_\mu^3$ 必须没有静止质量。否则, 第一, A_μ^i 本身就不能满足规范不变的要求, 第二, 不能重正化。

然而世界上除光子外并不存在另外一种静止质量为零的矢量粒子(A_μ^i 是矢量粒子), 所以这个理论所描述的似乎是一种世界上并不存在的东西。

另一件看来不相干的事是:

2. 真空自发破缺时有 Goldstone 粒子: ●

如果拉氏量和运动方程都保持规范不变, 而有某个标量场 φ 的真空期待值不等于 0:

$$\langle \varphi \rangle_0 \neq 0 \quad (14)$$

则规范不变性也被破坏。叫做真空自发破缺。可以证明, 真空自发破缺时, 要出现静止质量为零的标量粒子, 叫做 Goldstone 粒子。但静止质量为零的标量粒子又是世界上并不存在的东西。

不久以后, 有人把这两件看来不相干的事结合了起来, 发现了一个很别致而又很解决问题的机制:

Higgs 机制 把规范场与标量场耦合起来, 则发现在真空自发破缺时, 竟出现了原先意料不到的事: Goldstone 粒子消失了, 而规范场粒子却获得了静止质量。似乎是规范场粒子吞食了 Goldstone 粒子, 后者消失了, 前者却吃成了胖子。这个机制就叫做 Higgs 机制。Higgs 机制并不破坏拉氏量和运动方程的规范不变性●。

这样就一下子解决了两个难题, 一是排除了世界上不存在的 Goldstone 粒子, 二是规范场粒子获得了静止质量。

Higgs 机制的发现, 给出了一线希望: 也许在 W^\pm 有静止质量 (通过 Higgs 机制获得) 的情况下, 仍能实现重正化 (因为考虑到拉氏量和运动方程的规范不变性仍存在)。但这并不等于已经解决了重正化的问题。

在这个希望的推动之下, Weinberg (1967 年) 和 Salam (1968 年) 提出了一个模型。

Weinberg-Salam 模型 这个模型也是一个量子规范理论, 它所取的是 $SU(2) \otimes U(1)$ 规范群。

前面说过, $SU(2)$ 规范理论要引入三个规范场 $A_\mu^1, A_\mu^2, A_\mu^3$; 而 $U(1)$ 规范理论要引入一个规范场 B_μ 。把它们线性组合一下, 可得到

$$\begin{aligned} W_\mu^+ &= (A_\mu^1 - iA_\mu^2) / \sqrt{2} \\ W_\mu^- &= (A_\mu^1 + iA_\mu^2) / \sqrt{2} \\ Z_\mu^0 &= \sin\theta_w B_\mu - \cos\theta_w A_\mu^3 \\ A_\mu &= \cos\theta_w B_\mu + \sin\theta_w A_\mu^3 \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $W_\mu^+, W_\mu^-, Z_\mu^0$ 有大的静止质量, 它们是传递弱相互作用的; A_μ 没有静止质量, 它

● 真空自发破缺的情况下要出现 Goldstone 粒子, 这是 Goldstone 于 1961 年提出的。参见本书附录一。

● Higgs 机制于 1964 年由 Higgs 等人提出, 参见本书附录一。

是传递电磁相互作用的，所以它就是光子。

于是看到，这个模型里面既有传递弱相互作用的粒子，又有传递电磁相互作用的粒子。因此 Weinberg-Salam 模型是一个弱电统一模型^①。

这个模型真正为人们接受，则是在越过了三个障碍之后。

1. 第一个障碍是量子化。人们习用的正则量子化方法在一般的规范条件下遇到了困难，所以通常采用的是路径积分量子化方法。路径积分量子化是把经过不同路径的波的振幅叠加起来，从而实现量子化，是 Feynman 在 1948 年提出来的（他采纳并发展了早年 Dirac 在这方面的一个讨论）^②。用这个方法来解决非 Abel 规范场的量子化的困难，则是 Faddeev 和 Popov (1967 年) 的贡献。他们发现在处理非 Abel 规范场的量子化时，规范条件的引入将在路径积分中给出一个不可忽略的雅可比行列式。这个雅可比行列式的作用等效于一组费米场，我们把它们叫做 F-P 场。可是，这一组费米场的自旋为 0，违反了正常的自旋与统计的关系，所以很多人又把 F-P 场叫做“鬼场”。原先处理非 Abel 规范场的量子化时，么正性问题不好解决。找到了 F-P 场后，么正性问题才解决了。在特别是取协变规范时，路径积分量子化是很方便的。

2. 第二个障碍是重正化。

1971 年，'t Hooft 找到了对重正化的讨论比较方便的一种规范条件，解决了单圈图的重正化问题。

1972 年，'t Hooft 和 Veltman 找到了维数正常化方法，用这种正常化方法消去发散，可以保证不破坏规范不变性，解决了双圈重正化问题。

以后又逐步解决了任意多圈的重正化问题（关于重正化的基本概念，请参看第五章。关于维数正常化，请参看第六章。关于任意多圈的重正化，请参看第七章，第八章和附录二。关于有自发破缺时的重正化，请参看第九章）。

为什么要重视重正化？主要原因是：

第一，量子电动力学太准确了，这是可重正化的结果。

第二，50—60 年代的费米型弱相互作用理论没有希望计算高次微扰，原因就是它是不可重正化的。现在 Weinberg-Salam 模型理论能不能计算高次微扰呢？是不是理论上自洽呢？关键仍在于它是不是可重正化的。

在这里我们再对重正化说一点看法。

(i) 如果采用点模型、点相互作用，则做微扰论计算时发散不可避免。采用点模型是由于对粒子内部结构的无知；对粒子内部结构的无知则是来自实验条件的局限性。

(ii) 即使实验条件解决了，这一层次的点模型换成了结构模型，但对下一层次内部结构的无知，又会导致下一层次的点模型、点相互作用，仍旧可能出现发散，仍旧可能需要重正化。所以发散的问题可能在科学的发展中会多次遇到。目前人们正在探讨下一个物质结构层次——亚夸克层次，就也采用了点模型。

(iii) 现代的重正化方法是一种逻辑上自洽的方法，它是按照一定的正常化规则进行的。正常化就是暂时地用含可调节参量的不发散积分去代替原先的发散积分。目前知道的能够保持规范不变性的正常化方法是维数正常化方法。这个方法的要点是把 4 维的时

① 参见附录一。

② 关于路径积分量子化，参见第一章，第二章。关于非 Abel 规范场的量子化，参见第三章。

空推广到 n 维，从而可以把发散积分写成如下形式：

$$\frac{F_1}{n-4} + \frac{F_2}{(n-4)^2} + \dots + \frac{F_i}{(n-4)^i} + \text{不发散项} \quad (16)$$

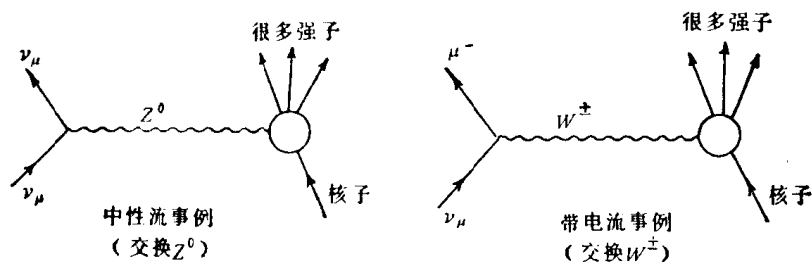
注意此式在 $n \neq 4$ 时并不发散。 F_1, F_2, \dots, F_i 是动量能量的多项式（见第七章的证明），从而可以用一定的减除方法把这些 $\frac{1}{n-4}$ 极点项减除掉。对于可重正化的理论，只有有限的几种减除项，它们可归并到裸的质量、裸的耦合常数里面去，从而重新定义重正化的耦合常数和重正化的质量。因为 $\frac{1}{n-4}$ 极点项都已减除掉，所以取 $n=4$ 时，一切（包括重正化的耦合常数和质量）都是不发散的。可见，整个重正化过程在数学上是有确切定义的，不再是 40 年代末、50 年代初的早期的无穷大减无穷大的重正化，逻辑上是自洽的。

(iv) 在重正化时总是要引入一个带质量量纲的参数 μ 。这个参数 μ 是可以跑动的，从而重正化的不发散的格林函数也将随 μ 而跑动，但物理的结果并不随 μ 而变。这种不变性可看作是一种“群”的不变性。这个群就叫“重正化群”。由这个不变性可导出重正化群方程。利用重正化群方程又可以进一步研究大的动量传递下的渐近行为。这说明，研究重正化不仅可以消去发散，而且可以积极地预言新的物理结果[●]。

3. 第三个障碍是实验上的困难

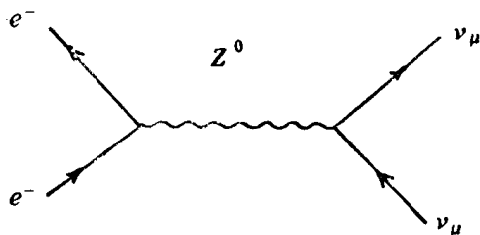
Weinberg-Salam 模型是否正确，归根结底要看实验的检验。但弱相互作用的实验是很精细的，事例很少，所以有实验上的困难。70 年代由于高能实验物理技术的提高，实验物理学家们提供了三个关键性的实验结果，给 Weinberg-Salam 模型以支持。

(i) 1973 年的中性流实验：



实验上发现中性流事例与带电流事例的比例是 1:3。证实了理论上预言的中性流事例的存在，间接地支持了 Z^0 的存在。

(ii) 1979 年的 $e^- + \nu_\mu \rightarrow e^- + \nu_\mu$ 弹性散射实验：



● 关于重正化群和渐近行为，见第十章和附录三。