

# 数值天气预报

G. J. 哈廷讷 著

科学出版社

## 内 容 简 介

本书较系统地总结了数值预报的理论基础。对准地转模式、过滤模式、原始方程积分、低纬度数值预报、客观分析等各方面作了详细的论述。另外,近年来发展的一些数值预报方法,如在模式中引入水汽和辐射的方法,对流参数化的方法,以及 $\sigma$ 坐标系统中原始方程的积分方法等都有概括地介绍。

本书可供数值预报工作者、气象工作者、大专院校的师生在工作和学习中参考。

G. J. Haltiner

NUMERICAL WEATHER PREDICTION

John Wiley & Sons, Inc.

## 数值天气预报

G. J. 哈廷纳 著

北京大学地球物理系气象专业 译

\*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1975 年 10 月第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1975 年 10 月第一次印刷 印张: 11 3/8

印数: 0001—6,100 字数: 253,000

统一书号: 13031·320

本社书号: 491·13—15

定价: 1.15 元

## 译 者 的 话

数值天气预报是气象学中近年来发展比较迅速的一门学科,已经有了不少在日常业务预报中应用的模式,对于提高预报的准确率起了一定作用。哈廷讷(Haltiner)所著《数值天气预报》一书较为概括地综合了1971年以前资本主义各国在数值天气预报方面的研究成果,与过去以涡度方程模式为主的数值预报教科书有较大的不同,对于从事气象业务和教学、科研工作的同志有一定的参考价值。

全书比较系统地叙述了数值天气预报各个方面的主要问题。共分十四章,大致可分成五个部分。第一章到第四章,讨论数值预报的理论基础。包括控制大气运动的基本方程组,各种类型的波动,尺度理论和在积分方程组时所要考虑的约束条件。第五章到第八章介绍了正压和斜压涡度方程模式及其积分方法。第九章和第十章分别讨论了在模式中引入水汽,辐射的方法和低纬度数值预报的问题,简单的介绍了近年来用得较多的“参数化”方法。第十一章到第十三章是原始方程模式的积分问题,包括设计差分格式的方法,非线性不稳定的问题, $\sigma$ 坐标系等内容。第十四章介绍天气图的客观分析方法。

书中对业务预报模式介绍得较少,以致其内容和实际工作有一定的距离。另外,与数值预报有关的一些计算方法(尤其是积分原始方程)讨论得也不够。近年来发展的原始方程初值的初始化问题,卫星及其他探测手段所取得的资料的应用等方面介绍的也较少,甚至没有总结,这些都是不足的地

方。

遵照伟大领袖毛主席“**洋为中用**”的教导，我们翻译了此书。在翻译时对原书某些词句作了删节。原文公式中有错误的地方我们作了一些改正。

由于我们水平有限，译文难免有错误和不妥之处，希望阅读本书的同志给以指正。

译 者

1974年4月12日

## 序\*

最近二十年来数值天气预报有了突飞猛进的发展，本书就是为了弥补在这个领域里的空白而写的。目的是为了帮助主要靠从技术刊物中具有高度概括性的文章来进行学习和研究的大学生，大学教员和其他科学工作者。阅读本书虽然需要一些动力气象的预备知识，但本书大部分是自成体系的。

数值天气预报和大气动力学的课题之间没有明确的界限。对于这个题目的处理没有两个人会严格一致的。本书的大部分内容取于我在海军研究院所任的一门课程“数值天气预报”。另外附上了一些背景材料，为的是使教材多少更有独立性，并使其它领域的科学家也能够阅读。本书内容相当于一学期的课程。当然这要由学生的程度来定。本书取材主要是基于与大尺度天气过程的预报有关的内容。虽然各种天气过程的专门的处理方法无疑地在几年之中会有变化，但是所公认的基本的物理和数学原理一般地仍然是有效的。

乔治·哈廷讷

1971年4月

---

\* 本序略有删节——译者注

# 符 号

|            |                          |
|------------|--------------------------|
| $a$        | 地球半径;常数                  |
| $a_0$      | 晴空反照率                    |
| $a_s$      | 地面反照率                    |
| $c$        | 相速度                      |
| $c_i, c_r$ | $c$ 的虚部和实部               |
| $c_p$      | 定压比热                     |
| $c_l$      | 液体水比热                    |
| $c_v$      | 定容比热                     |
| $ds =$     | $dx dy$                  |
| $e$        | 水汽压                      |
| $e_s$      | 饱和水汽压                    |
| $f =$      | $2Q \sin \varphi$ , 科氏参数 |
| $g$        | 重力                       |
| $g_e$      | 地心引力                     |
| $h$        | 水平线;自由表面高度;距离尺度因子;厚度     |
| $i, j, k$  | 单位矢量                     |
| $i =$      | $\sqrt{-1}$ ; 下标         |
| $j$        | 下标                       |
| $k$        | 垂直波数;常数                  |
| $l$        | 空气的液体水含量;下标              |
| $m$        | 下标;地图放大系数                |
| $n$        | 下标                       |
| $p$        | 气压;垂直坐标                  |
| $p_s$      | 地形气压                     |
| $q$        | 比湿;位涡度                   |

|                      |                          |
|----------------------|--------------------------|
| $q_s$                | $q$ 的饱和值                 |
| $q_w$                | 水温时的 $q$ 饱和值             |
| $r$                  | 径向距离;相对湿度                |
| $\mathbf{r}$         | 半径矢量                     |
| $s$                  | 标量距离                     |
| $t$                  | 时间坐标                     |
| $u$                  | 速度的 $x$ 方向分量             |
| $u^*$                | 气压订正后的水汽质量               |
| $v$                  | 速度的 $y$ 方向分量             |
| $w$                  | 速度的 $z$ 方向分量;可降落的水汽      |
| $x, y, z$            | 空间坐标                     |
| $z, Z, z_p$          | 气压高度                     |
| $\overline{(\quad)}$ | 空间平均(水平的,垂直的或两者都平均)      |
| $A$                  | 有效位能;波的振幅                |
| $C$                  | 云量                       |
| $C_D$                | 拖曳系数                     |
| $C_E$                | 能量转换系数                   |
| $C_R =$              | $U - \beta/\mu^2$ 罗斯比波速  |
| $D$                  | 水平散度;垂直尺度长度              |
| $E =$                | $C_p T$ , 焓;总位能          |
| $E_e$                | 蒸发量                      |
| $F =$                | $V^2/gD =$ 弗罗德数;摩擦力;辐射通量 |
| $H$                  | 自由表面的平均高度或对流层的深度;总能量     |
| $H_L$                | 潜热                       |
| $H_s$                | 感热                       |
| $H_t$                | 地形高度                     |
| $l =$                | $c_v T$ , 内能             |
| $J$                  | 雅可比算子                    |
| $\mathbf{J}$         | 有限差分的雅可比算子               |
| $K$                  | 单位质量的动能;涡旋粘滞系数;扩散系数      |

|                 |                                |
|-----------------|--------------------------------|
| $K_H$           | 水平曲率                           |
| $L$             | 波长;潜热;水平长度尺度                   |
| $\mathcal{L}$   | 微分算子                           |
| $dM =$          | $pdx dy dz = -g^{-1} dx dy dp$ |
| $N$             | 指标                             |
| $P$             | 气压;位能;降水量                      |
| $P_n^m$         | 勒让德函数                          |
| $Q$             | 单位质量单位时间非绝热加热量                 |
| $Q_s$           | 感热                             |
| $Q_L$           | 潜热                             |
| $R$             | 空气气体常数                         |
| $R_c$           | 云的反照率                          |
| $R_i =$         | $\sigma_i/F$ , 里查逊数(特殊的)       |
| $R_{ij}$        | 张弛过程中的余差                       |
| $R_0$ 或 $R_1 =$ | $v/fL$ , 罗斯贝数                  |
| $R_w$           | 水汽气体常数                         |
| $S$             | 地表面;太阳辐射                       |
| $T$             | 温度                             |
| $T_a$           | 空气温度                           |
| $T_c$           | 云的温度                           |
| $T_g$           | 地面温度                           |
| $T_s$           | 海面温度;饱和气温                      |
| $U$             | $x$ 方向基本气流;地图坐标方向的速度分量         |
| $U_T$           | 热成风                            |
| $V$             | 水平速度;特征速度;地图坐标方向速度分量           |
| $V_3$           | 三度空间速度                         |
| $V_a$           | 绝对速度                           |
| $V_g$           | 地转风                            |
| $V_T$           | 热成风                            |
| $V_x$           | 散度风的分量                         |

|                                  |                                                            |
|----------------------------------|------------------------------------------------------------|
| $V_\psi$                         | 旋转风的分量                                                     |
| $W$                              | 特征垂直速度;振幅;权重因子                                             |
| $Y_n^m$                          | 球面调和函数                                                     |
| $\alpha$                         | 比容;角                                                       |
| $\beta =$                        | $df/dy$ 罗斯比参数                                              |
| $\gamma =$                       | $c_p/c_v$ ; 递减率                                            |
| $\gamma_d$                       | 干绝热递减率                                                     |
| $\delta$                         | 微分;水平散度;克罗内克尔 (Kronecker) $\delta$ ; 赤纬;变量                 |
| $\times$                         | 矢量积                                                        |
| $\Delta$                         | 有限差分                                                       |
| $\nabla$                         | 倒三角算符                                                      |
| $\nabla, \nabla_t, \nabla_x$ , 等 | 有限差分的倒三角算符                                                 |
| $\partial$                       | 偏微分                                                        |
| $\epsilon$                       | 任意变量                                                       |
| $\xi$                            | 涡度的垂直分量;垂直坐标                                               |
| $\xi_s$                          | 地转涡度                                                       |
| $\kappa$                         | $R/c_p$                                                    |
| $\eta$                           | 绝对涡度;云的参数                                                  |
| $\theta$                         | 位温;余纬                                                      |
| $\theta_c$                       | 恒温                                                         |
| $\theta_e$                       | 相当位温                                                       |
| $\lambda =$                      | $C \Delta t / \Delta x$ ; $R_1^{-2} R_1^{-1}$ ; 经度;参数;变形半径 |
| $\mu =$                          | $2\pi/L$ = 波数;扩散系数                                         |
| $\nu$                            | 频率;涡旋动力粘滞系数                                                |
| $\pi$                            | 3.14159……;场面气压                                             |
| $\rho$                           | 密度                                                         |
| $\rho_v$                         | 水汽密度                                                       |
| $\sigma$                         | 静力稳定度参数;垂直坐标;司蒂芬-波尔兹曼常数                                    |
| $\sigma_s$                       | 静力稳定度参数,取常数或气压的函数                                          |
| $\Sigma$                         | 求和                                                         |

|            |                       |
|------------|-----------------------|
| $\tau$     | 摩擦力;应力;流函数之差          |
| $\varphi$  | 纬度                    |
| $\Phi$     | 位势;相角;振幅              |
| $\Phi_G$   | 地面位势                  |
| $\chi$     | 散度风的速度位势              |
| $\psi$     | 旋转风的流函数               |
| $\omega =$ | $dp/dt = p$ 坐标系中的垂直速度 |
| $\Omega$   | 地球自转角速度               |

# 目 录

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 第一章 基本方程 .....               | 1  |
| 1.1 引言 .....                 | 1  |
| 1.2 运动方程 .....               | 2  |
| 1.3 连续方程 .....               | 4  |
| 1.4 状态方程 .....               | 5  |
| 1.5 热力学第一定律 .....            | 5  |
| 1.6 闭合方程组 .....              | 6  |
| 1.7 $(x, y, p, t)$ 坐标系 ..... | 7  |
| 1.8 涡度方程和散度方程 .....          | 9  |
| 1.9 球面曲线坐标 .....             | 11 |
| 1.10 普遍的曲线坐标系 .....          | 12 |
| 1.11 地图投影 .....              | 14 |
| 第二章 大气波动的简单类型 .....          | 22 |
| 2.1 线性化方程组 .....             | 22 |
| 2.2 垂直声波 .....               | 24 |
| 2.3 水平声波和重力内波 .....          | 26 |
| 2.4 表面重力波 .....              | 29 |
| 2.5 重力惯性波 .....              | 35 |
| 2.6 惯性振荡 .....               | 36 |
| 2.7 罗斯比重力波 .....             | 39 |
| 2.8 地转适应过程 .....             | 45 |
| 第三章 尺度分析 .....               | 53 |
| 3.1 引言 .....                 | 53 |
| 3.2 热力学变量 .....              | 54 |
| 3.3 连续方程 .....               | 56 |

|      |                      |     |
|------|----------------------|-----|
| 3.4  | 水平运动方程               | 57  |
| 3.5  | 垂直运动方程               | 58  |
| 3.6  | 热力学第一定律              | 60  |
| 3.7  | 水平加速度                | 61  |
| 3.8  | 连续方程                 | 61  |
| 3.9  | 气压坐标                 | 63  |
| 3.10 | 辐散风                  | 66  |
| 3.11 | 涡度方程                 | 67  |
| 3.12 | 散度方程                 | 69  |
| 3.13 | 热力学方程                | 70  |
| 3.14 | $\omega$ 方程          | 71  |
| 3.15 | 扰动展开                 | 74  |
| 第四章  | 关于涡度和能量的积分关系         | 77  |
| 4.1  | 积分定理                 | 77  |
| 4.2  | 涡度                   | 77  |
| 4.3  | 能量关系                 | 81  |
| 4.4  | 有效位能                 | 86  |
| 4.5  | 涡度方程和散度方程            | 92  |
| 4.6  | 洛伦兹处理积分约束的方法         | 98  |
| 4.7  | 能量交换的观测事实            | 103 |
| 第五章  | 数值方法                 | 105 |
| 5.1  | 有限差分 and 截断误差        | 105 |
| 5.2  | 线性计算不稳定性             | 107 |
| 5.3  | 向前时间差分               | 113 |
| 5.4  | 隐式方法                 | 115 |
| 5.5  | 离散性、收敛性、稳定性、截断误差、一致性 | 121 |
| 5.6  | 稳定性分析的矩阵方法           | 123 |
| 5.7  | 张弛法                  | 130 |
| 第六章  | 正压模式                 | 135 |
| 6.1  | 相当正压模式               | 135 |

|      |                 |     |
|------|-----------------|-----|
| 6.2  | 相当正压模式中的垂直速度    | 140 |
| 6.3  | 正压地转模式的能量学      | 141 |
| 6.4  | 正压不稳定性          | 142 |
| 第七章  | 斜压模式            | 149 |
| 7.1  | 引言              | 149 |
| 7.2  | 两层模式            | 152 |
| 7.3  | 摩擦对斜压不稳定性的作用    | 163 |
| 第八章  | 多层模式            | 172 |
| 8.1  | 引言              | 172 |
| 8.2  | 准地转 $\omega$ 方程 | 173 |
| 8.3  | 一般准地转方程组中的能量    | 178 |
| 8.4  | 非地转斜压模式         | 181 |
| 第九章  | 数值预报中引入水汽和辐射的问题 | 187 |
| 9.1  | 水汽守恒方程          | 187 |
| 9.2  | 修正的热力学方程        | 189 |
| 9.3  | $\omega$ 方程与降水率 | 190 |
| 9.4  | 数值模式中引入辐射热量输送   | 192 |
| 第十章  | 热带预报,对流的参数化     | 203 |
| 10.1 | 引言              | 203 |
| 10.2 | 热带气旋            | 206 |
| 10.3 | 热带预报模式          | 210 |
| 10.4 | 荒川的积云对流参数化方法    | 217 |
| 第十一章 | $\sigma$ 坐标系    | 222 |
| 11.1 | $\sigma$ 坐标系    | 222 |
| 11.2 | 能量关系            | 226 |
| 第十二章 | 平流格式和非线性不稳定性    | 229 |
| 12.1 | 引言,非线性不稳定性      | 229 |
| 12.2 | 波与波之间的能量交换      | 233 |
| 12.3 | 雅可比项的有限差分近似     | 235 |
| 12.4 | 拉格朗日方法          | 240 |

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 12.5 谱方法 .....               | 247 |
| 第十三章 原始方程的积分 .....           | 254 |
| 13.1 引言 .....                | 254 |
| 13.2 有限差分格式 .....            | 255 |
| 13.3 美国气象局的正压模式 .....        | 261 |
| 13.4 美国气象局的斜压模式 .....        | 263 |
| 13.5 交错网格系统 .....            | 266 |
| 13.6 大气环流模式 .....            | 270 |
| 13.7 海军的模式 .....             | 274 |
| 第十四章 客观分析 .....              | 285 |
| 14.1 客观分析概述 .....            | 285 |
| 14.2 FNWC 对标量资料的客观分析方法 ..... | 289 |
| 14.3 三维分析 .....              | 291 |
| 14.4 原始方程预报的初值问题 .....       | 294 |
| 14.5 数值变分的客观分析方法 .....       | 301 |
| 14.6 平滑和滤波 .....             | 310 |
| 附 录 .....                    | 319 |
| 数值分析和数值预报的例子 .....           | 319 |
| 参考文献 .....                   | 338 |

# 第一章 基本方程

## 1.1 引言

所谓“数值天气预报”，通常是指用数值方法解控制大气运动的流体动力学方程组来预报气象要素。虽然一些比较简单的预报模式，可以用图解法来作，但是即使要得到比较简单的预报模式的数值解，也需要进行大量的算术运算和逻辑运算。因此为了作数值预报，通常需要用电子计算机。

有关大气运动的基本方程有：(a) 牛顿第二运动定律；(b) 热力学第一定律；(c) 质量守恒定律或连续方程；(d) 状态方程和(e) 水份守恒方程。对于很大尺度范围的大气运动，大气可看作是理想气体。在本书中自始至终都是这样假设的。

在本世纪初，就已发现作为数值天气预报基础的基本原理。皮叶克尼斯 (V. Bjerknes) 首先指出由上述基本方程组成一个确定的方程组。原则上说，从一个已知的初始状态解这个方程组，可以预报大气以后的状态。他还认为，这个高度非线性的方程组并没有一个解析解，而且用于决定初始条件的资料也还十分不够。1921 年，理查森 (L. F. Richardson) 写了一篇题为“数值方法的天气预报”的专著，文章给出了一个对基本方程组进行数值积分的方法。但很不幸，他用手摇计算机经过几个月的计算，所得的结果竟有好几个量级的误差。这样，理查森的不朽著作在几十年间无人过问。到了四十年代的后期，发明了电子计算机。在 1950 年，查尼 (J. Charney)、

菲耶托夫特 (R. Fjortoft) 和纽曼 (J. von Neumann) 在罗斯比 (C. G. Rossby) 早期工作的基础上, 使用一个简单的模式, 首次做出了成功的数值预报.

## 1.2 运动方程

在一个“固定的”参考系统 (即惯性系统) 中, 牛顿第二运动定律可表示为:

$$\frac{d_a \mathbf{V}_a}{dt} = \mathbf{M}, \quad (1.1)$$

式中  $\mathbf{M}$  是单位质量受力的向量和, 下标  $a$  表示在惯性系统中观测到的速度和加速度的值. 但是由于这些量是在空间运动着的地球上所测到的, 因此要用地球上所测量的变量来表示运动方程. 这里必须考虑的基本运动是地球的转动. 而其他运动, 如地球围绕太阳的轨道运动等等可忽略不计. 设地球的转动角速度为  $\boldsymbol{\Omega}$ , 那么一个质点的绝对速度  $\mathbf{V}_a$  可写成相对于地球的相对速度  $\mathbf{V}$  和由于地球的转动而产生的速度之和. 即

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}. \quad (1.2)$$

式中  $\mathbf{r}$  是以地球中心为原点的位置矢量.

现在, 令  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  和  $\mathbf{k}$  表示在绝对参考系统中沿直角坐标轴的单位矢量,  $\mathbf{i}', \mathbf{j}'$  和  $\mathbf{k}'$  是在旋转参考系统中的单位矢量. 则一个任意矢量  $\mathbf{A}$ , 在这两种参考系统中可表示为:

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k} = A'_x \mathbf{i}' + A'_y \mathbf{j}' + A'_z \mathbf{k}',$$

它的时间微商为:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{A}}{dt} &= \frac{dA_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dA_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dA_z}{dt} \mathbf{k} \\ &= \frac{dA'_x}{dt} \mathbf{i}' + \frac{dA'_y}{dt} \mathbf{j}' + \frac{dA'_z}{dt} \mathbf{k}' + A'_x \frac{d\mathbf{i}'}{dt} + A'_y \frac{d\mathbf{j}'}{dt} + A'_z \frac{d\mathbf{k}'}{dt}. \end{aligned}$$

而诸单位矢量的微商可写成  $d\mathbf{i}'/dt = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{i}' \cdots \cdots$  等等；于是有：

$$\frac{d_a \mathbf{A}}{dt} = \frac{d\mathbf{A}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{A}, \quad (1.3)$$

式中  $d_a/dt$  是对于固定坐标系的变率， $d/dt$  是对于旋转坐标系的变率。

这样，在固定坐标系中的一个任意矢量的全微分可表示为它在旋转坐标系的微分与  $\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{A}$  之和。

根据这个原理，则有：

$$\frac{d_a \mathbf{V}_a}{dt} = \frac{d\mathbf{V}_a}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_a.$$

将(1.2)式代入，得：

$$\frac{d_a \mathbf{V}_a}{dt} = \frac{d(\mathbf{V} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{V} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})$$

或

$$\frac{d_a \mathbf{V}_a}{dt} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}). \quad (1.4)$$

在大气运动中，单位质量所受的力主要有气压力、地球引力  $\mathbf{g}_a$  和摩擦力  $\mathbf{F}$ 。下标“3”将用来表示三维的速度和三维的  $\nabla$  算子。将这些力和绝对速度的表达式(1.4)代入(1.1)式，得到相对运动方程

$$\frac{d\mathbf{V}_3}{dt} = -\alpha \nabla_3 p - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_3 + \mathbf{g} + \mathbf{F}, \quad (1.5)$$

式中  $\alpha$  是比容，重力  $\mathbf{g}$  是地球引力和离心力  $-\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})$  之和。即

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_a - \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}).$$

(1.5) 式右边第二项  $-2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_3$  称为科氏力。