建筑施工应用数学入门

傅 钟 鹏 编

中 国 建 筑 工 业 出 版 社

前　言

在国民经济领域中，建筑业日益成为举足轻重的一个部门，目前，全国广大城乡都有为数众多的建筑工人队伍活跃在星罗棋布的施工工地上。

许多年前，社会上对建筑工人有一种偏见，认为他们整日与粗土乱石为伍，是不需要多大学问的，只要具有足够的体力，谁都可以从事建筑施工这个“简单”的专业。近年来，建筑业蓬勃发展，高楼大厦激增，人们争相跻身于建筑施工行列，才逐渐认识到建筑工程中各施工工序机理的复杂性，如果缺乏科学知识和理论素养，就不能达到优质、快速、低耗的水平，甚至很难保证最起码的安全施工条件。于是，偏见也就逐渐被现实所纠正。

数学是一切科学技术的理论基础，作为一名施工人员或建筑工人，要胜任自己的工作，必须掌握必要的数学知识。提高数学水平的一般方法自然是按学校课本循序渐进地学习，不过，从小学、中学以至大学所学习的数学内容非常广泛和繁琐，而且需要花费大量的时间和精力，不是都能适应的，况且还有不少内容学非所用。

笔者在与施工人员及工人长期接触的过程中，根据从事建筑业的实践经验，深感有必要撰写一部切合施工人员和工人实际用途的数学入门图书，使读者能在自学或经教师讲授的基础上，在较短时间内掌握一定程度的数学知识，因此，编写了本书奉献给读者。

本书基本上包罗了建筑工程中所涉及的数学范围，行文简炼，通俗易懂，且在理论上给予必要的推导和引证；并列举了比较丰富的典型实例，以收举一反三之效。能够比较准确、灵活、系统地应用数学理论去处理施工中遇到的技术问题。

为了提高基层施工人员和建筑工人的文化素质，并考虑到当前高中课本中已引入微积分内容，故书中除涉及初等数学以及有关专题（如优化建筑、数理统计法、测量作业计算等）外，也适当地介绍了高等数学的初步知识。

撰写本书过程中，蒙《建筑工人》杂志编辑部大力支持和鼓励，在此谨表深切谢意。

傅钟鹏

一九八九年五月于鞍钢

本书系统地介绍了建筑工程中常见数学的原理以及运算方法，主要内容有边角关系、方程、图象、几何基础、测量作业、优化处理、数理统计等，为了施工员和高级技工深造，并介绍了微积分初步内容。

本书特点是突出实用性，密切联系建筑工程实际，提供了大量典型例题和练习题，帮助读者准确、灵活地理解和掌握有关数学应用技术，以提高处理施工和设计中计算问题的能力。

本书可供土木建筑施工人员和工人自学，亦可作技工学校或中等专业学校教材。

责任编辑： 常燕

建筑施工应用数学入门

傅钟鹏 编

*

中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）

新 华 书 店 经 售

中国建筑工业出版社印刷厂印刷（北京阜外南礼士路）

*

开本：787×1092毫米 1/16 印张：$32\frac{1}{4}$ 字数：782 千字

1990年4月第一版 1990年4月第一次印刷

印数：1—1,820 册 定价：21.95元

ISBN7—112—00954—5/TU·689

（6037）

目　录

第一章　一般数学基础

第一节　比的概念

一、比的意义

比较两个同类量（或数）之间的倍数关系，叫做这两个同类量（或数）的比。如果计量单位相同，两个量的比可以用表示这两个量的数的比来代替。

a与b的比（$b\neq0$）记作$a:b$或$\frac{a}{b}$。

对于两个同类的量，两者之比可以表示它们的倍数关系，因此可以用比值来比较他们的大小。例如用W、C分别表示1 m^{3}混凝土中所用的水、水泥的重量，当两种材料所用的计量单位相同时，它们之间的倍数关系可用下式表示：

$$W:C\text{或}\frac{W}{C},$$

式中W、C分别称为比的前项、后项。比的结果（即比的前项除以后项所得的商）叫做"比值"或"比率"。显然，如果比值$W:C$小于1，则说明W值比C值小。

根据上述比的定义知道：

$$W:C=W\div C=\frac{W}{C}。$$

但是，要注意比、除法和分数的含义各不相同：比是指两个同类量（或数）之间的倍数关系；除法是一种运算；分数是一个数。

例如$W=180$kg，$C=285$kg，则$W:C$即180:285，说明水量是水泥量的$\frac{180}{285}$倍，等于0.632倍。建筑施工中称$W:C$为"水灰比"，水灰比为0.632。

那么，为什么说$\frac{180}{285}$倍即0.632倍呢？在这里$\frac{180}{285}=0.632$，也就是采用除法：$180\div285=0.632$。

至于分数，它是表示一个数，说明$\frac{180}{285}$是将1分成285份，这个数占有180份。这也是分数的基本意义，如将分数$\frac{180}{285}$化成小数，即是0.632。

二、比的性质与化简

比有一个基本性质：

"比的前项和后项都乘以或除以同一个不等于零的数，比值不变。"

例如180:285的前项和后项都除以180，则水量与水泥量的比就是$(180\div180):(285\div180)$，为1:1.583；反过来说，水泥量与水量的比是1.583:1，说明水泥量是水量的1.583倍，而$C:W$称为"灰水比"。如将180:285的前项和后项都乘以$\frac{1}{180}$，可以得到与

上述同样的结果。

根据比的基本性质，可进行比的化简，使比的前项和后项化成最简单的整数，不存在公约数。在进行比的化简时，通常会遇到以下三种情况：

（1）如果比的前项和后项有公约数，就用最大公约数去除比的前项和后项。

例如：180和285的最大公约数为15，故

$$180:285=(180\div15):(285\div15)=12:19。$$

实际上这种化简与一个分数约分成最简分数是一样的，即

$$\frac{180}{285}=\frac{36}{57}=\frac{12}{19}$$

（2）如果比的前项和后项中有一项是小数，可先把两项都乘以10的若干次方，使它们都化成整数，再把整数比化简。

例如：　$0.08:1.2=(0.08\times100):(1.2\times100)=8:120=1:15$。

（3）如果比的前项和后项都是分数，则用它们的分母的最小公倍数去乘比的前项和后项，把这个比化成整数比，再把整数比化简。

例如：　$\frac{4}{5}:\frac{8}{3}=\left(\frac{4}{5}\times15\right):\left(\frac{8}{3}\times15\right)=12:40=3:10$。

三、比的一般应用

在建筑工程中常用到比的有以下几方面：

（1）材料份量的相互关系：上述水灰比即是一例；砂浆配合比中的灰砂比、混凝土配合比中的砂石比等都用到比。

（2）坡度：即斜坡的倾斜程度，表现为高与水平距离的比。例如挖一条地沟（图1-1），边坡的坡度要求为1:2，前项表示边坡的高，后项表示产生这个高度的水平距离，即

$$坡度=高:水平距离=1:2,$$

说明水平距离是高的2倍。

又如屋面坡度表示为1:4、1:12等。

（3）绘图比例：施工图纸上常见的比，如1:50、1:1000等，习惯称为绘图比例，前项表示图纸上所画的长度，后项表示实物或实地的长度。例如绘图比例为1:500，则图纸上画1 cm长，实物或实地长度应是500cm（即5 m）。

（4）构件外形：在作结构设计时，构件外形各部位相互关系选择得当，可以取得较好的技术经济效果，这种相互关系通常也用比表示。例如图1-2的梁，$b:h$称为宽高比（截

图 1-1

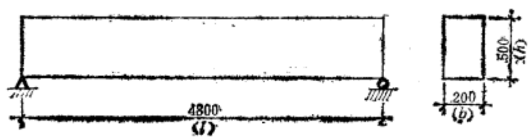

图 1-2

面宽度与高度的比），等于200:500，即2:5或1:2.5；$h:l$称为高跨比（高度与跨度的比），等于500:4800，即5:48或1:9.6。

四、百分比

后项是100的比称为百分比，实际上是用百分率来表示一种比值。例如，在混凝土中掺入某种减水剂的重量为水泥重量的百分之0.5，亦即减水剂与水泥的重量比为0.5:100，明确地表示了两种材料用量的关系。按照习惯定义为：表示一个数是另一个数的百分之几的数叫做百分数，或叫百分率、百分比，它的符号是%；另外，建筑施工中还经常使用千分比，表示一个数是另一个数的千分之几，符号是‰，例如某地沟的排水坡度为5‰等。

五、比的计算

知道比和前项（或后项），就可以算出后项（或前项）。例如根据水泥用量和水灰比，可以算出水的用量，问：已知1 m^3混凝土中用285kg水泥，采用的水灰比为0.632，那么，用水量是多少？

水灰比为0.632，说明水重量是水泥重量的0.632倍，因此，用水量等于285×0.632=180（kg）。

反过来问：如果已知1 m^3混凝土中用180kg水，那么，水泥用量为180÷0.632=285（kg）。

对三个同类量P、Q、R进行比较，如P与Q的比为$a:b$、Q与R的比为$b:c$，则这三个量的倍数关系即为$a:b:c$，叫做连比。连比的概念也可以推广到更多个同类量的比。例如混凝土配合比为1:2:4，一般用重量表示，就是一份水泥、两份砂子和四份石子；如果再附加一个条件：水灰比为0.5，则组成混凝土的材料配合比就成为：

$$水:水泥:砂:石=0.5:1:2:4。$$

比的基本性质也适用于连比，即连比的各项都乘以或除以同一个不等于零的数，比值不变。以K表示不等于零的数，则

$$a:b:c=Ka:Kb:Kc,$$

或
$$a:b:c=\frac{a}{K}:\frac{b}{K}:\frac{c}{K}。$$

如果已知P与Q的比值为$a:b$，Q与R的比值为$c:d$，构成连比的做法是：将$c:d$改变成$b:e$，则三个量的连比就为$a:b:e$。

$c:d$的前项和后项都乘以$\frac{b}{c}$，便有

$$c:d=c\times\frac{b}{c}:d\times\frac{b}{c}=b:\frac{db}{c}。$$

于是，按Q与R的比值为$b:e$，其中e也就等于$\frac{db}{c}$了。例如混凝土中水重量与水泥重量的比值为0.6，水泥与砂子重量的比为1:2.5，砂子与石子重量的比为1.5:2.8，可按下述步骤求出连比：

将砂子与石子的比值1.5:2.8改变为2.5:e，只需以比1.5:2.8的前项和后项都乘以同一数$\frac{2.5}{1.5}$，即$\frac{5}{3}$就可以了。因此

$$1.5:2.8=\left(1.5\times\frac{5}{3}\right):\left(2.8\times\frac{5}{3}\right)=2.5:4.667。$$

这样，可以得到连比：

$$水:水泥:砂:石=0.6:1:2.5:4.667。$$

对于比的计算，应根据具体题目的情况灵活处理。例如，甲工程与乙工程所投入工人数的比为7:3，两这两个工程的任务量是一样的，每名工人的 操作 效率也一样，问两工程在施工完成量进展方面的速度比是多少？

分析这道题的意义知道，投入工人数愈多，速度就愈快， 所以速 度比仍为7:3。而如果问：两工程所用的工期比是多少，情况就不一样了，因为投入工人数愈多，工期愈短，所以所用的工期比就是3:7。

【例 1-1】 盖 5 幢甲级楼所用的红砖数等于盖 6 幢乙级楼所用的红砖数，问每幢甲级楼与每幢乙级楼所用的红砖数比是多少？

【解】 设盖5幢甲级楼或盖 6 幢乙级楼所用的红砖数为n块，则每幢甲 级楼和乙级楼分别用$\frac{n}{5}$和$\frac{n}{6}$块，它们的比为

$$\frac{n}{5}:\frac{n}{6}=\left(\frac{n}{5}\times\frac{5}{n}\right):\left(\frac{n}{6}\times\frac{5}{n}\right)=1:\frac{5}{6},$$

或等于

$$(1\times6):\left(\frac{5}{6}\times6\right)=6:5。$$

【例 1-2】 某工程队由50名木工、40名钢筋工和60名其他工 种的 工人 组成， 问钢筋工占全队工人数的百分率是多大？

【解】 钢筋工与全队工人数的比值为

$$40:(50+40+60)=40:150=4:15,$$

后项改换成100， 需 用$\frac{100}{15}$乘以比的前项和后项，得

$$4:15=\left(4\times\frac{100}{15}\right):\left(15\times\frac{100}{15}\right)=26.7:100。$$

即钢筋工占全队工人数的百分率是26.7%。

【例 1-3】 挖一号车间独立基础的土方：甲花 6 d时间挖27个， 乙花 5 d时间挖36个；挖二号车间独立基础的土方：甲花 4 d时间挖52个，丙花 3 d时间挖40个。 问甲、乙、丙挖土的速度比是多少？

【解】 甲每天挖$\frac{27}{6}$个，乙每天挖$\frac{36}{5}$个，故甲与乙的速度比是$\frac{27}{6}:\frac{36}{5}$，即

$$\left(\frac{27}{6}\times30\right):\left(\frac{36}{5}\times30\right)=135:216=5:8,$$

同理求得甲与丙的速度比为

$$\frac{52}{4}:\frac{40}{3}=13:\frac{40}{3}=(13\times3):\left(\frac{40}{3}\times3\right)$$

$$=39:40=\left(36\times\frac{5}{39}\right):\left(40\times\frac{5}{39}\right)=5:\frac{200}{36},$$

故 $$甲:乙:丙=5:8:\frac{200}{39}=(5\times39):(8\times39):\left(\frac{200}{39}\times39\right)195:312:200。$$

即甲、乙、丙挖土的速度比是195:312:200。

第二节 比　　例

在建筑工程中，会经常遇到已知一个比，要去求算某种量的问题，这样，便对比的理论做了进一步引申，联系到“比例”。

由两个相等的比组成的等式叫做比例。如果$a:b$与$c:d$相等，那么$a:b=c:d$就是一个比例（或叫“比例式”），这个比例也可以写成$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$。

组成比例$a:b=c:d$的四个数a、b、c、d叫做组成比例的数，也叫做比例的项，其中第一个数与第四个数（即a与d）叫做比例的外项，第二个数与第三个数（即b与c）叫做比例的内项，即

$$\overbrace{a:\underbrace{b=c}_{\text{内项}}:d}^{\text{外项}}。$$

在任意一个比例中，两个外项的积等于两个内项的积，即

$$a:b=c:d\text{中，}ad=bc。\qquad(1\text{-}1)$$

这可从$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$的等号两边都乘以bd得到证明。（1-1）式是比例的基本性质，根据这个性质，可以解答许多建筑施工中的问题。

例如正比问题：绑扎6个独立基础的钢筋，耗用铁丝76kg，现在又有28个同样的基础施工任务，绑扎钢筋需用铁丝多少kg？

A与B两个量，如果一个量扩大（或缩小）若干倍，另一个量相应地扩大（或缩小）同样倍数，那么A与B就叫做成正比例（或简称为正比）的量。它们之间的关系叫做正比例关系。以上问题中基础的钢筋量与铁丝耗用量就符合正比例关系，列出比例式计算于下：

设绑扎28个独立基础的钢筋需用铁丝为$x$kg，便有比例

$$6:28=76:x,$$

按比例的基本性质有

$$6x=28\times76,$$

等号两边都除以6可得

$$x=\frac{28\times76}{6}=354\frac{2}{3}\text{（kg）}。$$

又如在一种混凝土配合比中，砂子与石子的用量之比为1.5:2.8，已知用去石子10957 kg，问相应地耗用砂子多少kg？

设耗用砂子$x$kg，则有比例

$$x:10957=1.5:2.8$$

$$2.8x=1.5\times10957$$

故
$$x=\frac{1.5\times10957}{2.8}=5870\text{（kg）}。$$

从以上两个例子可以看出，未知数为外项时，它的数值等于两个内项的积除以另一个

外项；同样地，未知数为内项时，它的数值等于两个外项的积除以另一个内项。

例如反比问题：某工程的挖土任务，用18人施工需7 d可以完成；现因人手不足，只用11人施工，问需用几天才能完成任务？

A与B两个量，如果一个量扩大（或缩小）若干倍，另一个量反而相应地缩小（或扩大）同样倍数，那么A与B就叫做成反比例（或简称为反比）的量。它们之间的关系叫做反比例关系。以上问题中人数与完成任务的天数就符合反比例关系，列出比例式计算于下：

设用11人施工需用x天完成任务，便有比例

$$18:11=x:7,$$

式中未知数为内项，故得

$$x=\frac{18\times7}{11}=11\frac{5}{11}\text{（d）。}$$

以上问题可这样理解：用18人施工需7 d可以完成，亦即总共得用$18\times7=126$工日（上式中的分子）；那么，用11人施工，当然就需除以11（上式中的分母）去求解了。

比例计算的应用问题有时比较复杂，并不只是简单地列出一个比例式就可解决，必须分析题意灵活处理。例如某工程施工时，曾因缺料，向兄弟单位借调ϕ18钢筋共863m；还料时钢筋规格是ϕ25的，如按同等重量归还，问应还ϕ25钢筋多少m？

这是一个反比问题，但不能简单地列出以下比例式解答：

设应还ϕ25钢筋xm，列出

$$18:25=x:863。$$

上式错误之处在于钢筋直径与长度的关系并不符合一个量扩大（或缩小）若干倍，另一个量反而缩小（或扩大）同样倍数的情况。这道题主要应引入钢筋单位长度的重量值，需要明确：在两种规格钢筋的重量相等的情况下，单位长度重量与长度成反比。

按照钢筋单位长度的重量计算公式：

$$W=0.6165d^2 \tag{1-2}$$

式中 W——1 m长的钢筋重量，（kg）；

d——钢筋直径，（cm）。

d^2是d的平方，即d的自乘：$d\times d$。

故 $$0.6165\times1.8^2:0.6165\times2.5^2=x:863$$

即 $$1.8^2:2.5^2=x:863$$

$$x=\frac{1.8^2\times863}{2.5^2}=477.38\text{（m）。}$$

在建筑工程中，还能时常遇到比例分配问题，这是比例计算中深入发挥的一类问题。譬如对于一份混凝土配合比（按重量比）为

$$水:水泥:砂:石=0.6:1:2.5:4.7,$$

考虑水分蒸发80％后，混凝土容重为2400kg/m³，问1 m³混凝土中应用水泥、砂、石分别为多少kg？

因为水分蒸发80％，只余20％，所以水的重量相应于配合比中的0.6值只按$0.6\times20\%=0.12$计算，这样，便可以按以下思路解题：

按配合比，当水泥为1份时，水为0.12份，而砂为2.5份，石为4.7份，它们的总份数

为$0.12+1+2.5+4.7=8.32$份；换句话说即：在8.32份中有水0.12份、水泥1份、砂2.5份、石4.7份；而8.32份的总重量是2400kg，按照以上介绍的比例计算方法，可以分别算出各种材料的重量：

设1 m^3混凝土中用水泥为$x$kg，从比例$8.32:1=2400:x$可以求出：

$$x=\frac{1\times 2400}{8.32}=288\ (\mathrm{kg})；$$

同样可得砂的重量为

$$\frac{2.5\times 2400}{8.32}=721\ (\mathrm{kg})；$$

石的重量为
$$\frac{4.7\times 2400}{8.32}=1356\ (\mathrm{kg})。$$

三种材料总重为$288+721+1356=2365$kg，而1m^3 混凝土重2400kg，还有$2400-2365=35$（kg），就是水的重量了。类似地，水的重量也可由下式算出：

$$\frac{0.12\times 2400}{8.32}=35\ (\mathrm{kg})。$$

在进行比例运算时，要记住几个定理，应用这些定理，可以使计算过程趋于简化。

如果$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则有$ad=bc$，这就是（1-1）式，同时还可以引出以下几个定理：

（1）反比定理：

如$\frac{a}{b}=\frac{d}{c}$，等号两边取倒数，得

$$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}。\tag{1-3}$$

（2）更比定理：

如$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，等号两边乘以$\frac{b}{c}$或$\frac{d}{a}$，得

$$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\qquad 或\frac{d}{b}=\frac{c}{a}。\tag{1-4}$$

（3）合比定理：

如$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，等号两边加1，得

$$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}。\tag{1-5}$$

（4）分比定理：

如$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$；等号两边减1，得

$$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}。\tag{1-6}$$

（5）合分比定理：

如$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，用（1-5）式除以(1-6)式，得

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}。\tag{1-7}$$

（6）等比定理：

如$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots\cdots$，按更比定理有$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$，按合比定理有$\frac{a+c}{c}=\frac{b+d}{d}$，再按更比定理有$\frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d}$；推广到各等式，就得。

$$\frac{a+c+e+\cdots\cdots}{b+d+f+\cdots\cdots}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots\cdots。\qquad（1-8）$$

例如在混凝土配合比中，砂量占骨料总量的36%，现在配用砂量900kg，问相应的石子量应为多少kg？

设砂量为S，石子量为G，则骨料总量为$S+G$，于是有比例式

$$S:(S+G)=36:100。$$

当$S=900$kg时，$S+G=\frac{900\times100}{36}=2500$kg，因此$G=2500-900=1600$kg。

可是，如果应用以上定理，则计算可以简化：按反比定理写出$\frac{S+G}{S}=\frac{100}{36}$，再利用分比定理得到$\frac{G}{S}=\frac{64}{36}$。当$S=900$时，得

$$G=\frac{64\times900}{36}=1600\,(\mathrm{kg})。$$

以上计算可以省掉求$S+G$这一项目。

建筑施工中遇到的各种比例问题变化多端，但是，只要掌握比例运算的基本要领，并适当地运用一些技巧，问题不难解决。不过，各类问题都有各自特点，需要根据具体情况做必要的分析后，才着手运算。

【例 1-4】 有770t材料运输任务，按工程队人数的多少分配给甲、乙、丙三个工程队，甲队与乙队的人数比为4:3，丙队与甲队的人数比为7:6。问各队应分别运输多少t材料？

【解】 先将人数组成连比：

使丙:甲＝7:6中的6变成4，以与甲:乙＝4:3中的4一致：

$$丙:甲=\left(7\times\frac{4}{6}\right):\left(6\times\frac{4}{6}\right)=\frac{14}{3}:4$$

故得连比　甲:乙:丙$=4:3:\frac{14}{3}=12:9:14$。

连比中的总份数为$12+9+14=35$，作比例分配，得各队应分别运输的材料量为

甲队　$770\times\frac{12}{35}=264\,(\mathrm{t})$；

乙队　$770\times\frac{9}{35}=198\,(\mathrm{t})$；

丙队　$770-264-198=308\,(\mathrm{t})$，或$770\times\frac{14}{35}=308\,(\mathrm{t})$。

【例 1-5】 有一批ϕ6钢筋，按长度计算的理论重量为10t，经实际测量，原来这批钢筋的直径为6.5mm；但这批钢筋已用于实际工程，白白浪费了许多钢材（按ϕ6用了），现知道钢筋单价是每t520元，问浪费了多少钱？

【解】 当长度相等时，两种规格钢筋的重量比按（1-2）式列比例式，设ϕ6.5mm

钢筋的重量为xt，则比例式为

$$(0.6165\times0.65^2):(0.6165\times0.6^2)=x:10$$

消去0.6165，并据（1-6）式：

$$(0.65^2-0.6^2):0.6^2=(x-10):10$$

故得 $x-10=\dfrac{(0.65^2-0.6^2)\times10}{0.6^2}=1.736$（t）。

$x-10$即是浪费的钢材重量，折合金额为

$$1.736\times520=903（元）。$$

【例 1-6】 某公司承包一项工程，规定工期为2年零10个月，实际投入工人1200名，干了一年半，只完成全部工程的$\frac{3}{8}$，问需要增加多少人才能按期完成任务？

【解】 距交工期限还有2年零10个月减去一年半，即34－18＝16个月，如果仍用1200人，设能完成全部工程量的x倍，则有

$$18:16=\frac{3}{8}:x$$

$$x=16\times\frac{3}{8}\div18=\frac{1}{3}$$

这样，增加的人应能在16个月时间内完成全部工程量的$1-\frac{3}{8}-\frac{1}{3}=\frac{7}{24}$，设增加$y$人，则有

$$\frac{1}{3}:\frac{7}{24}=1200:y,$$

得

$$y=1200\times\frac{7}{24}\div\frac{1}{3}=1050（人）。$$

第三节 角和角度

一、角的概念

角的形成见图1-3，从一点A引出两条直线AP、AQ，这两条线所夹的部分就形成一个角。这两条直线叫做角的边，它们的公共端点A叫做角的顶点。角的符号是“∠”，一般用三个大写字母表示角，将表示顶点的字母写在中间，例如图1-3那个角写为$\angle PAQ$或$\angle QAP$；以某一点为顶点的角只有一个时，这个角也可以用表示顶点的字母来表示，如图1-3的$\angle PAQ$也可以记作$\angle A$，而某一个点作为顶点的角不止一个的，就不可用顶点的字母来表示角，如图1-5的$\angle SAP$、$\angle QAT$等各角都不能记作$\angle A$；角也可以用一个数字或一个小写希腊字母（写在角的里面靠近顶点处，如图1-4）来表示，如$\angle1$、$\angle2$、α、β等（α、β一般不用符号∠）。

对于角的表示，有两点容易混淆，必须弄清楚：

（1）图1-3中的AP、AQ长度画得多大是与A角没有关系的，无论画多长，角都是固定的。例如图中将AP、AQ延长至P'、Q'，那个A角仍然不变，$\angle PAQ$与$\angle P'AQ'$是同一个角，实际上也就是$\angle PAQ'$或$\angle P'AQ$。

（2）图1-4所画的角是$\angle PAQ$，或记作$\angle A$，看到标有1、2、3的指示线，容易误认这三条线所包括的范围不一样，不清楚A角是指$\angle 1$、$\angle 2$还是$\angle 3$。其实，它们所表示的角都是指A角，就象图1-4下图的$1'$、$2'$和$3'$是直线段CD的尺寸指示线一样，它们只表明所指的是哪段直线间的距离，画得离直线多远，意义都相同。

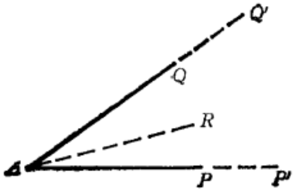

图 1-3

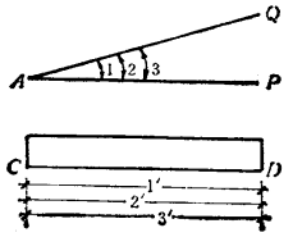

图 1-4

二、角的大小

角有大有小，从图1-3可以直观地看出：从A点在$\angle PAQ$范围内引出一条直线AR，很明显，无论是$\angle PAR$或$\angle PAQ$，都比$\angle PAQ$小，而$\angle PAQ$的大小恰恰等于$\angle PAR$与$\angle RAQ$两角的和。

设想图中的AP是一条固定的直线，再将A点固定住，使AP绕A点旋转，按反时针方向转到AR，便形成$\angle PAR$；继续转到AQ，又有了$\angle PAQ$，因为$\angle PAQ$包含$\angle PAR$在内，所以$\angle PAQ$比$\angle PAR$大。继续旋转，所产生的角就愈来愈大了。

角的大小用度（°）、分（′）、秒（″）作为计量单位。见图1-5a，当直线AP绕A点继续旋转，转了一圈，回到原来的位置时，所形成的角便被定为360°，这样大小的角称为周角。于是，可以得到一种角度的概念，即从A点引出若干条直线，所有相邻两直线形成的各个角的和等于360°。从图1-5b可以看出：

$$\angle PAR+\angle RAQ+\angle QAT+\angle TAS+\angle SAP=360°。$$

角度的大小就是这样定出的，如果将一个周角分成两半，那么，每个角是180°，如图1-6a所示，这样大小的角称为平角。按照图1-5a所示旋转得到角的道理，也就是说，当AP旋转到AP'位置，$\angle PAP'$的两边（即AP和AP'）成一直线时，就有$\angle PAP'=180°$。

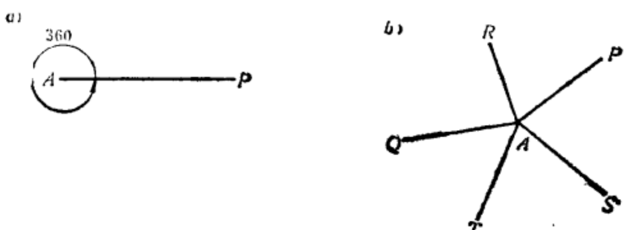

图 1-5

再将平角均分为两个角，也就是将周角分成四个相等的角，每个角都是90°，这样大小的角称为直角，如图1-6b所示。

按图1-7，将90°等分为两个角，每个角是45°；将90°等分为三个角，每个角是30°，取两个角之和为60°；类似地，将90°等分为90个角，每个角就是1°了。

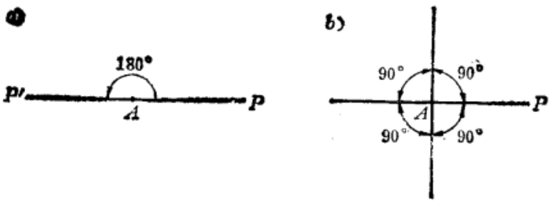

图 1-6

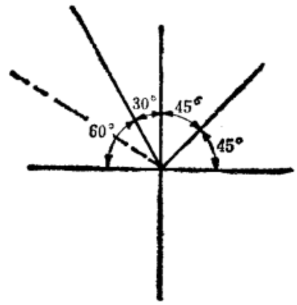

图 1-7

三、角度计量运算

将 1 度分成60等份，每一份叫做 1 分，即$1°=60'$；将 1 分分成60等份，每一份叫做 1 秒，即$1'=60''$。角度的计量单位关系如下：

$$1°=60'=3600'',$$

$$1'=\frac{1}{60}°=60'',$$

$$1''=\frac{1}{60}'=\left(\frac{1}{3600}\right)°。$$

例如，将90°等分为270个角，每个角为

$$90°\div 270=\left(\frac{1}{3}\right)°=\left(\frac{1}{3}\times 60\right)'=20'。$$

同样地，将90°等分为250个角，每个角为

$$90°\div 250=0.36°=(0.36\times 60)'=21.6'=21'(0.6\times 60)''=21'36''。$$

将分、秒换成度的计算示例如下：

$$6°19'24''=\left(6+\frac{19}{60}+\frac{24}{3600}\right)°=6.323°。$$

四、角的应用

直角在建筑工程中最常用，也是最重要的角。有了直角，两条线才能“归方”。所谓归方就是构成90°的角，如长方形的四个角，一般都叫做归方。木工师傅所用的方尺就是严格归方的，用这种工具对模板、屋架等部件进行画线、定位以及施工过程的基础放线等都是很方便的。当需要画一条与已知直线构成90°的直线时，可将方尺的一边贴在已知直线上，靠着另一边画出的线便是所求的线，而这两条构成90°的直线叫做互相垂直的线，其中的一条线叫做另一条线的垂线。

反过来说，如果已经有了两条互相垂直的直线，也可以用方尺来检查直角的准确性。这个过程就是将方尺的一边贴在其中的一条线上，使方尺的顶点与两线的交点重合，再看方尺的另一边是不是与其中的另一条直线重合就行了。

小于90°的角叫做锐角，大于90°而小于180°的角叫做钝角。施工中常见的是锐角，有时也能碰到钝角。但是，对于钝角，一般都尽可能根据实际情况用锐角来表示，例如图1-8所示的水沟，边坡与沟底所成的角度为125°，通常不说这个角度，而说边坡与水平面所构

成的角度是55°。实际上，这两种说法是一致的，只不过是用锐角比用钝角计算方便一些。

图1-8中两个角的关系是：它们角度的和是180°。如果两个角的和等于180°。这两个角叫做互为补角，因此，图1-8中的$\angle DAC$与$\angle DAB$是互为补角的。而如果两个角的和等于90°，这两个角叫做互为余角，例如32°的角与58°的角互为余角，也可以说32°的角是58°的角的余角，或说58°的角是32°的角的余角。

建筑工程中用到角的地方很多，例如屋面坡度的大小常用坡面与水平面的交角大小来表示，弯起钢筋弯得平或陡也用角度表示（见图1-9的α和β）；其它如楼梯、皮带通廊的斜度以及地沟的边坡情况也都有用到角度的。

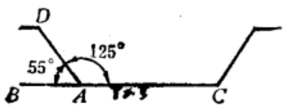

图 1-8

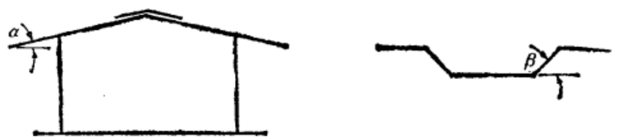

图 1-9

在实践操作时，90°的角可以用预先校正好的方尺画出，而对于其它角度，如55°、43°等，就需要用量角器来定出角度大小。量角器如图1-10所示，尺上画有各种角度标志，是预先将角度划分好，如将平角分成180个格，每格就是1°，半格就是0.5°（或30′）。在对施工图进行放样绘图时，一般所用量角器是透明的，将它的中心点（图1-10的O点）对准角的顶点，用0°为基线与角的一边重合，就可以得到角度的大小。在施工现场对建筑物的某部位放线而需要确定角度大小时，若缺乏必要的大量角器，就必须应用计算的方法解决。

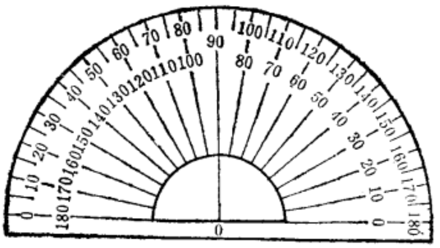

图 1-10

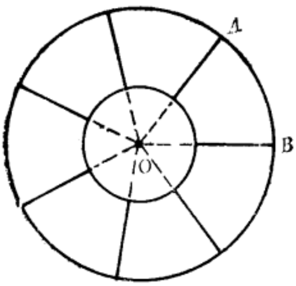

图 1-11

【例 1-7】 图1-11是某工厂的圆形水处理沉淀池，现在要将它分隔成相等的七块面积，从圆心O开始切割，问以圆心为顶点的角，每块面积的角度（如$\angle AOB$等）是多大？

【解】 这是一个将周角分作七等份的问题：

$$\angle AOB = 360° \div 7 = 51.429°,$$

如用分、秒表示，则

$$0.429° = (0.429 \times 60)' = 25.74',$$

$$0.74' = (0.74 \times 60)'' = 44.4'',$$

因此$\angle AOB$也等于51°25′44″。

【例 1-8】 图1-12为塔式起重机正在起吊某一物体，这时吊臂与塔身构成的角（即