

初等数学简史

袁小明 编著

人民教育出版社

初等数学简史

袁小明 编著

人民教育出版社

初等数学简史

袁小明 编著

*

人民教育出版社出版发行

新华书店总店科技发行所经销

人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 8.75 字数 180,000

1990年2月第1版 *1990年2月第1次印刷

印数 1-1,200

ISBN 7-107-10430-6

G·1551 定价2.95元

《中学数学教师丛书》说明

为了帮助中学数学教师不断提高业务素养、把教学工作提高到一个新的水平，我们编辑、出版了这套《中学数学教师丛书》。

这套丛书根据中学数学教学的实际需要，从数学知识、数学思想方法、数学史、数学教学规律研究、考试评价等几方面对作为一个中学数学教师必须掌握的知识进行了充实；在写法上既有一定的理论高度，又注意结合中学数学的教学实际，适合中学数学教师系统学习和随时查阅。这套丛书包括：

书 名	作 者
初等几何变换与作图不能问题	孙福元
中学数学的现代思想	刘云章 马 复
用近代数学观点研究初等数学问题	梅向明
初等数学简史	袁小明
中外数学教育史话	张奠宙 曾慕莲 倪 明
中学数学逻辑知识概要	曹才翰 郭树芬
思维与数学教学	郭思乐
考试评价与分析方法	国家教委考试管理中心

我们在出版这类丛书方面尚缺乏经验，望广大数学教育工作者提出宝贵意见，以便不断改进。

人民教育出版社

1988年5月

Jy1194/22
前言

本世纪初，正当数学家们站在新世纪的起跑线上抬头眺望数学发展未来的时候，法国伟大的数学家亨利·庞加莱(Henri Poincaré, 1854—1912年)却告诫说：“如果我们要想预见数学的未来，那么适当的途径是研究这门科学的历史和现状”。这就是说，庞加莱要人们更多地去回首而不是眺望。

庞加莱的意见是对的。不了解过去就不能了解现在，不了解过去和现在，就不能预见将来。对社会是这样，对科学也是这样。不能想象对某个学科的历史一无所知而能深刻理解它的。在教学中，尽管我们反复强调学习知识的意义，但如果没有适当的历史叙述，那么这些知识对学生来说仍然是感到难以理解的。

本书试图为从事教和学初等数学的师生提供一个初等数学史的概况，包括初等数学产生的历史背景与基本线索。在人们逐渐认识数学史在数学教育中的地位时，完成这项工作就显得十分必要了。

作为史书，适当地阐述事件产生的基本背景，如时间、地点、人物等是完全必要的，但对数学历史的论述，更需要注意对数学思想演变过程的介绍。因此，我力图把这个精神贯彻在全书中，以求取得较好的效果。

本书的选材着重在初等数学的各个分科，而不是数学家

• 1 •

的事迹介绍，我认为这样有利于对初等数学史的完整叙述和认识。初等数学的范围是较难确定的。本书论及的解析几何、射影几何、非欧几何以及微积分等都是它们的初等部分，这些内容有的现今已被列入中学数学中，如解析几何、微积分；有的则是初等几何的直接延伸，如射影几何、非欧几何，在介绍初等几何来龙去脉时必然会有所涉及。

中国传统数学是世界数学发展中不可分割的一部分，因此，将它纳入整个初等数学史中统一叙述是应该的，这样利于勾划出初等数学发展史的本来面貌以及自身特点。

本书的写作曾得到数学史界前辈和同行们的许多帮助。中国科学院自然科学史研究所的杜石然教授详细审阅了书稿，提出了宝贵的意见，使书稿得到改进，在此表示深切的感谢。

由于作者水平有限，错误和缺点在所难免，恳请读者不吝赐教。

袁 小 明

一九八七年八月于上海

目 录

第一章 原始的数学知识.....	1
一 数的起源.....	1
数是数出来的(1) 计数器的使用(2) 手指记数(4)	
十进制记数法的产生(5) 数目字的出现(6)	
二 各种古老的记数法.....	7
古埃及(7) 古巴比伦(8) 中国(9) 印度(10) 印度	
记数法在世界的传播(11) 古罗马(12)	
三 图形概念的形成.....	12
四 几何知识的早期积累.....	14
面积和体积计算(15) 勾股定理(15) 对圆的初步研究	
(16)	
第二章 算术.....	17
一 算术运算的产生.....	17
加法和减法(17) 乘法和除法(18) 符号 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 、 $=$	
(21)	
二 分数.....	23
分数概念的形成(23) 完整的分数概念和运算方法的建立	
(24) 分数在世界的发展(25)	
三 小数.....	27
四 近似计算.....	30
五 中国古算的世界影响.....	32
更相减损术(32) 比例算法(33) 盈不足术(35)	

第三章 代数学(I)	37
一 十六世纪以前各国的成就.....	37
埃及和巴比伦(37) 希腊(39) 中国(42) 印度(44) 阿 拉伯(46) 欧洲(49)	
二 代数学的突破.....	50
三、四次方程的研究(51) 虚数的问世(54) 复数的几何 表示(57) 代数学的符号化(60)	
三 方程论的奠定.....	62
代数基本定理(62) 韦达定理(65) 因式定理和笛卡儿符 号法则(66) 斯图姆定理(67)	
四 中国古代关于高次方程的成就.....	69
高次方程的数值解(70) 一列方程法——天元术(72) 方程 论(73)	
第四章 代数学(II)	76
一 无理数的导入与确立.....	76
毕达哥拉斯学派(77) 无理量线段的发现(78) 比例论的 产生(79) 无理数的确立与表示(81)	
二 线性方程组理论的发展.....	84
线性方程组应用问题的古代处理(84) 负数的引入(87) 线性方程组与行列式(90)	
三 数列研究.....	93
最古老的数列(94) 等差数列(96) 等比数列(100) 无穷 级数(103) 一种数列求和的特殊方法(106)	
四 杨辉三角、二项式定理与排列组合.....	110
杨辉三角(110) 二项式定理(113) 排列组合(115) 概率论 的肇始(117)	
五 指数和对数.....	120
幂的意义与表示(120) 幂指数符号的演变(121) 对数的起	

缘(124) 布尔基与耐普尔(126) 对数与指数的联姻(128)	
常用对数与自然对数(129)	
第五章 古典几何学	132
一 古希腊历史概况	132
二 几何命题证明的起源	134
三 几何学的理论建设	136
毕达哥拉斯学派的贡献(136) 哲人学派的贡献(137) 从柏拉图到亚里士多德(139)	
四 欧几里德《原本》的诞生	142
《原本》的诞生(142) 《原本》的内容和意义(145) 《原本》在中国的流传(147)	
五 阿基米德	148
第六章 中国古代的几何	152
一 《墨经》中的几何概念	152
二 面积计算	154
三 体积计算	159
体积公式(160) 球体积计算(164)	
四 圆周率计算	167
五 勾股定理及其应用	170
第七章 近代几何学	173
一 文艺复兴前后的欧洲数学	173
文艺复兴以前的欧洲数学(173) 文艺复兴时期的几何学(176)	
二 射影几何	178
开普勒(178) 笛沙格(179) 帕斯卡(180)	
三 解析几何	182
实际背景和数学条件(182) 费尔玛的贡献(185) 笛卡儿的贡献(186)	

四 非欧几何	191
对第五公设的探讨(192) 非欧几何的预兆(194) 非欧几何的产生(196)	
第八章 三角学	201
一 基础的奠定	201
天文学的伴侣(201) 希帕克与托勒密(202) 第一张弦表的制作(203)	
二 三角函数概念的引入	206
印度的贡献(206) 阿拉伯的贡献(207)	
三 独立的三角学的建立	209
纳速拉丁(209) 雷基奥蒙坦(211) 欧拉(213)	
四 三角学在中国	216
第九章 初等微积分	221
一 古代的雏形	221
积分概念的雏形(221) 极限概念的雏形(223) 古代微积分的顶峰(224)	
二 一个世纪的探索	226
新的起点(226) 积分概念和方法的形成(226) 微分概念与方法的形成(230)	
三 微积分学的大体完成	233
上个世纪的余留问题(233) 牛顿的微积分工作(234) 莱布尼兹的微积分工作(236) 简单的评述(238)	
四 微积分的发展	239
微积分的发展(239) 微积分的严密化(243)	
人名索引	249
名词索引	264

第一章 原始的数学知识

在所有的学科中，数学是最古老的一种。远在有文字记载之前，数的概念和计数方法，以及对各种特殊形状的认识就已经发展起来了。此后，也就在这基础上，发展出了一门具有巨大实用价值和思维特征的学科——数学。

一 数的起源

数是数 (shǔ) 出来的 这可以说是关于数的起源的最简明的结论。这个结论指出，抽象的数是从人们长期的计数实践中产生的。

早在旧石器时代，人类在最基本的实践活动中，已有了计数的需要。大约在新石器时代初期，距今约七八千年以前，人类开始了定居生活，并出现能够提供一定产量的农业和畜牧业。劳动的发展和交往的增多，促进了计数和记事的必要。

然而，计数是一种高度的抽象活动，它是不可能一下子完善的。在数的概念尚未形成之前，尽管自然界存在着数的原型，但人们对它的认识却很模糊。

起初人们只能认识“有”还是“没有”，后来才渐渐能约摸的分辨出“多”与“少”。而当人们能分辨出“一样多”的时候，所谓计数的实践便开始了。

• 1 •

从小孩认识“一”的过程可以推测，人们最初对“一”的认识，很可能是由于人通常是用一只手拿一件物品产生的。也就是说，它是由一只手与一件物品之间反复对应，在人的脑中形成的一种认识。原始的计数实践，就是从被计数的物品与人自身的器官建立起一一对应来实现的。

对不久前仍然存在的较原始的部落的调查表明，人们最初用作计数的身上器官常有手、脚、头等。当物品正好被二只手拿住时，就说它与二只手一样多，而当物品不仅各被一只手拿住，而且还有一个被脚碰着时，则说它与二只手和一只脚一样多。同样，能够与二只手和二只脚对应起来的物品，其数目就是与二只手和二只脚一样多，……。这里所谓“象某某一样多”，自然不是严格意义的数，但它却是人们在数(shǔ)的实践中得出“数的雏型”。

计数器的使用 用手、脚、头等来计数毕竟是十分原始的，它所能反映的数目也很有限。随着生产的发展，为了能在更大范围内反映物品的数量，人们必须设想更好的办法。

据考古发现，大约在新石器时代的中期，人们曾采用石子、泥丸、木枝等天然物来计数的做法。这当然是个好办法，石子等物取之不尽用之不竭，人们尽管可以用它们来表示所要表示的数目。

石子、泥丸、木枝等不仅是天然的计数器，而且还能将计数后结果保存下来，达到记数的目的。本世纪三十年代，美国一个考古队曾在伊拉克境内发现一个蛋形的空心封口泥罐，泥罐的表面画着某种牲畜，里面放着48颗泥丸。经考古学家分析认为，这是一个记着数的单据，它表示泥罐的主人曾经有

过 48 头这样的牲畜。

结绳也是人们早期较普遍使用的记数器。中国就有“上古结绳而治”^①的说法，据史书上记载，当时的结绳记数也是将物品与绳结一一对应，从绳结的多少来反映物品的多少^②。

秘鲁人称记数绳为“克维普”（图 1-1）。通常是用龙舌兰

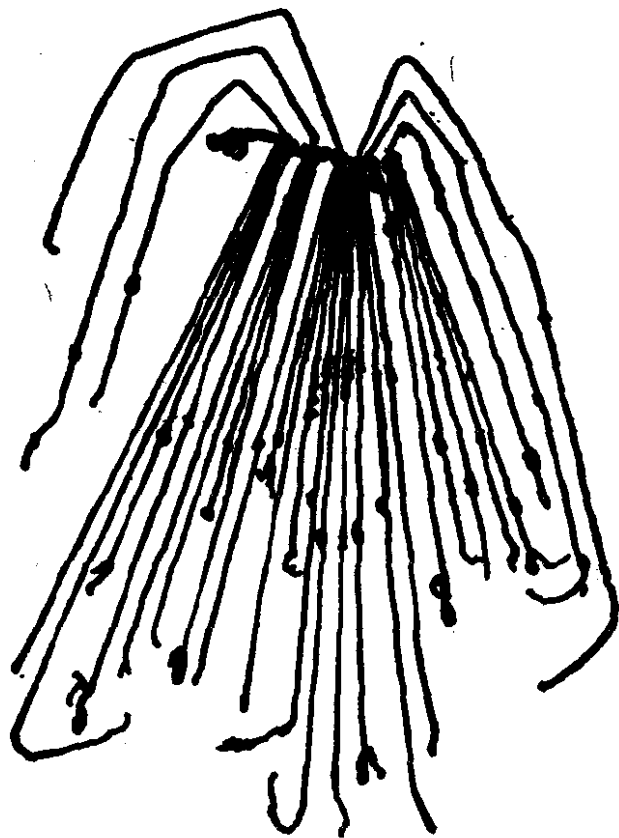


图 1-1 克维普——记数绳

的叶子或者美洲驼毛编成的，长一般为60厘米。牧人用它来记牲畜的数目，官吏则用它来记载税款等。不过，他们的结绳记数方法已有较大的改进，通常用一个简单的结表示“10”，两个

① 《易·系辞传》上说：“上古结绳而治，后世圣人易之以书契。”

② 三国时吴人虞翻（音河 hé）在所著《易九家义》中引汉郑玄的话说：“事大，大结其绳；事小，小结其绳，结之多少，随物众寡。”

相邻的结表示“20”，如果两个结重叠则表示200等，这说明他们已经在结绳计数中体现了进位法则。

近年来，还发现了居住在美索不达米亚的苏美尔人使用的裂竹条计数器。竹条上的刀痕，是刻划记数的早期形式(图1-2)。

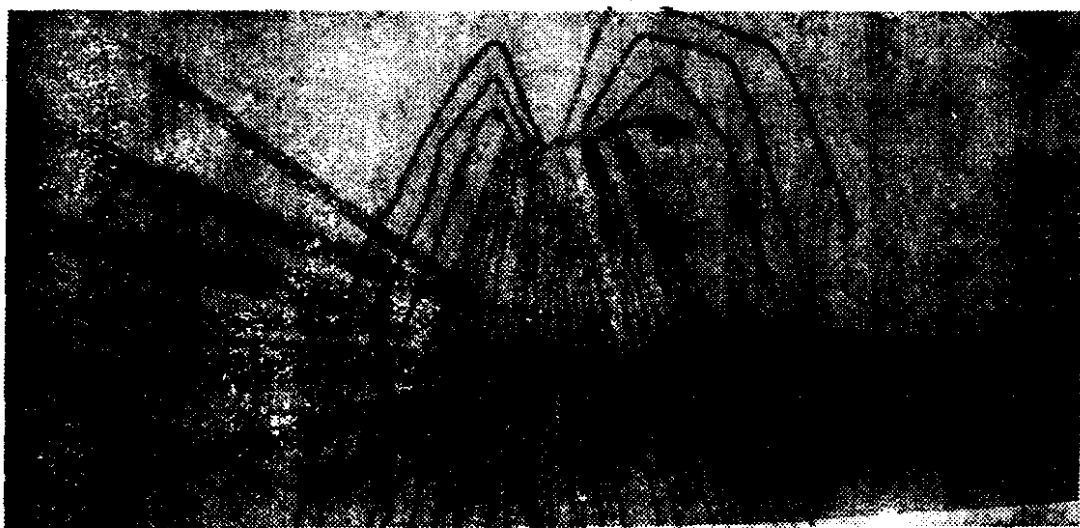


图1-2 苏美尔人用的裂竹条计数器

手指记数 完整的数的概念是建立在进位制基础上的。数学史家认为，现在我们普遍使用的十进制计数法，是由于人们曾采用十个手指计数的缘故。

手指计数出现在什么时候，现在已难以考证了。但可以肯定，世界上有许多地区在很长的一段时间里，都曾采用过手指计数的办法。现在的罗马数字I、II、III、IIII就分别是一至四个手指的形象，V则是四指并拢拇指张开时的形象；十则画成VV，表示双手，后来又画成X，表示向上向下的两手。古代俄国把一叫做“手指头”，十则称为“全部”。这些都是古代手指计数的遗迹。

“十”既被称为“全部”，也说明手指计数的范围是十分有

限的，一双手的手指全部用上，也只能计到十，要想计更大的数目就得另想办法。于是，一些地区的人们就不得不借助于脚趾、手指的关节等，或者设想出某种手势来扩大计数范围。据中世纪意大利的一位僧侣比德(Bird)描述，古罗马人甚至能用手指的各种弯曲和手势把数算到百万。

百万尽管数目很大，但终究是个有限数。因此靠手势计数仍不是好办法。科学的记数法必须建立在进位制基础上。

十进制计数法的产生 十进制计数法产生于解决手指记数局限性的另一条途径中。它不是借用脚趾、手指关节或者设想出手势，而是借用别人的手指来计数。当数目正好用两个人的手指计完时，就说它是“二个人”，而当数目需要用三个人的全部手指与另一个人的四个手指计完时，那么得称其为“三人四指”。这样，经过长期实践人们就产生了一个“满十进一”的思想，不管所进上去的高一级单位叫“人”，还是叫别的什么，在计数的方法上这种做法确是实实在在的十进制。

当人们意识到一个人的全部手指，可以用一块小石头或者短树枝代替时，就不必担心借用其他人的手指所造成的麻烦了。在用完了自己的全部手指后，只要在地上放一块小石头或者短树枝，于是两只手的全部手指就重新“解放”，又可以继续计数了。人们强烈的求知欲和思维的能动作用，又会把这种进位方式推进到更完整的程度，尽管这一过程是漫长的，但有了这关键的第一步，完善的十进制计数法也就不难实现了。

计数法中，除了十进制外还有二进制、五进制、二十进制、六十进制等，这些进位制也同样是在人们计数的实践中形

成的,关于它们形成的途径这里就不细说了。

数目字的出现 与人们早先曾采取刻划记数的习惯是密切相关的。从现有的考古资料看,几乎所有的文明古国都曾经历过一个刻划记数的阶段,只是各自的形式不同而已。最早的刻划记数法可能是物品与划痕一一对应,一条刻痕表示1,没有进位法则。进位的思想产生后,刻划记数的方法也就相应地有了变化。1937年美国考古学家曾在维斯托尼斯发现一根幼狼的桡骨,上面有五十五条刻痕,有长有短,考古学家们分析认为,短刻痕是单位一的表示,而长刻痕则是五进位制中的高一级单位。在苏联的爱沙尼亚以及楚瓦什等地,则发现另一种刻痕记数方法,有的是用所刻刀痕的深浅来表示不同的数值,深的刀痕表示比浅的刀痕大100倍;有的则用刀痕的样式区分数目:如“|”表示“1”“/”表示“5”,“×”表示“10”,甚至还发现 $\frac{1}{2}$ 的刀痕符号“l”。各种特殊的刀痕符号的使用与进位制的计数思想相结合,就必然产生出使用于各种进位制的计数符号——数目字。

数目字在中国出现得很早,在距今约六千年前的西安半坡村新石器时代遗址中,就出现刻划在陶器上的数目字^①,其中有:

X	Λ	十	ㄨ		
(5)	(6)	(7)	(8)	(10)	(20)

1、2、3、4四个数目字虽未发现,但肯定也是有的,据推测,应该分别是 | 、 || 、 ||| 、 |||| 。后来,为了避免产生 20与2,

^① 转引自李迪《中国数学史简编》第11页。

30 与3之间的混淆,大约在四千年前曾出现了合写的形式,20 写成了 , 30 写成了 。

据现有资料表明,中国完整的数目字记数形式出现在商代,当时用甲骨文书写的数目字是:

									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

另有百、千、万等高位值符号:

		
百	千	万

十、百、千、万的倍数,则采取合写的形式,如  (20)、 (50)、 (300)、 (2000)等。

可以肯定,中国至迟在商代,完整的数的概念已经形成了。

二 各种古老的记数法

抽象的数的概念,是通过具体的记数形式来体现的。世界上不少国家和地区都先后创制了自己的记数符号和记数方法,它们不仅为发展本民族的数学作出了贡献,而且有力地推动了世界数学的发展。

记数法发展得比较早的文明古国有:埃及、巴比伦、中国和印度。产生于欧洲的罗马记数法,也曾有过较大的影响。

古埃及 地理位置与现在埃及的位置区别不大,基本上