

电磁场工程基础

林志瓊 杨铨让 沙玉钧 合编



高等教育出版社

电磁场工程基础

林志媛 杨铨让 沙玉钧 合编

高等教育出版社

电磁场工程基础

林志瓊 杨铨让 沙玉钧 合编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省香河县印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 14 字数 337,000

1983年6月第1版 1987年11月第3次印刷

印数 13,751—20,760

书号 15010·0497 定价 3.15 元

前 言

本书是根据一九八〇年六月高等学校工科电工教材编审委员会扩大会议所制订的《电磁场与电磁波》教学大纲编写的。适用于无线电技术及器件类各专业,电力类及自动化类各专业也可采用。

目前在不少高等工科院校中,《高等数学》、《普通物理》等课程的教学,不论在深度和广度上都有所加强,因此在本课程的讲授方法上,似可在普通物理电磁学部分的基础上,对基本电磁物理量和基本电磁定律适当予以概括,并由此首先引出电磁场的普遍规律——麦克斯韦方程组,然后再分别讨论静电场、恒定电流的电场,恒定电流的磁场和时变电磁场,然后讨论电磁波。从我们的教学实践来看,这样做可以减少与普通物理电磁学部分中某些内容的重复,从而节省学时。此外,这样做也有益于学生形成关于电磁场和电磁波的整体观念,有益于学生在一般规律指导下分析讨论具体问题。

本书前五章主要讨论了电磁场的基本概念、基本定律和基本分析计算方法,以麦克斯韦方程组为贯穿这五章的主要线索。

后五章主要讨论了电磁波的规律和性质,分别讨论了平面波、导波、电磁波的辐射和衍射、电子运动和各向异性媒质中的电磁波。在后五章中以由麦克斯韦方程组所推引出来的波动方程为主要线索。

本书不加*号的部分可供60—80学时教学之用。如包括加*号的内容,则可供80—100学时教学之用。

本书由林志瑗编写一、七、八、九、十各章,杨铨让编写二、三、

四各章及附录,沙玉钧编写五、六章。由于编者水平有限,不妥和错误之处可能不少,衷心希望使用本书的师生和读者们给予指正。

编 者

一九八二年二月于南京工学院

目 录

第一章	电磁场基本方程	1
§ 1-1	电磁场中的基本场矢量.....	1
§ 1-2	电流, 电流概念的推广与位移电流.....	4
§ 1-3	基本电磁定律和积分形式的麦克斯韦方程组.....	8
§ 1-4	微分形式的麦克斯韦方程组.....	11
§ 1-5	电磁场的边界条件.....	21
§ 1-6	电磁场能量关系及坡印亭定理.....	24
第二章	静电场和恒定电流的电场	29
§ 2-1	静电场的基本方程.....	29
§ 2-2	电位, 电位梯度.....	30
§ 2-3	电位的泊松方程和拉普拉斯方程.....	39
§ 2-4	电介质中的电场.....	44
§ 2-5	静电场在两电介质分界面上的边界条件.....	49
§ 2-6	镜象法.....	52
§ 2-7	导体系的电容.....	56
§ 2-8	电场的能量和力.....	65
§ 2-9	恒定电流的电场.....	71
§ 2-10	导电媒质内恒流电场与静电场的比拟.....	74
第三章	恒定电流的磁场	83
§ 3-1	恒流磁场的基本方程.....	83
§ 3-2	恒流磁场的标量位.....	84
§ 3-3	恒流磁场的矢量位.....	90
§ 3-4	磁介质中的磁场.....	94
§ 3-5	磁场在不同媒质分界面上的边界条件.....	98
§ 3-6	磁位的泊松方程和拉普拉斯方程.....	99
§ 3-7	电感的计算.....	103
§ 3-8	恒流磁场的能量和力.....	109

第四章	静态场的计算方法	119
§ 4-1	引言	119
§ 4-2	直角坐标中的分离变量法	119
§ 4-3	圆柱坐标中的分离变量法	126
§ 4-4	球面坐标中的分离变量法	133
* § 4-5	复变函数法, 保角变换	138
* § 4-6	许瓦兹-克利斯多菲变换	150
* § 4-7	有限差分法	161
§ 4-8	图解法	175
第五章	时变电磁场——再论电磁场基本方程	181
§ 5-1	复数形式的麦克斯韦方程组	181
§ 5-2	时变电磁场中边界条件的复数形式	186
§ 5-3	时变电磁场的功率流, 复数坡印亭矢量	188
§ 5-4	时变电磁场的位函数	190
§ 5-5	时变电磁场中的唯一性定理	194
* § 5-6	磁荷、磁流表示法与电磁场方程组的对称形式	196
* § 5-7	包括磁荷、磁流的时变场位函数	199
第六章	平面波的传播、反射和折射	204
§ 6-1	波动方程及其解	204
§ 6-2	均匀平面波的传播特性	208
§ 6-3	正弦均匀平面波在无限大理想介质中的传播	210
§ 6-4	正弦均匀平面波在导电媒质中的传播	215
§ 6-5	电磁波的色散, 相速与群速	226
§ 6-6	电磁波的极化	228
§ 6-7	正弦平面波在不同媒质分界面上的垂直入射	232
§ 6-8	正弦平面波在不同介质分界面上反射、折射的一般规律	239
§ 6-9	正弦平面波在不同介质分界面上的斜入射	242
§ 6-10	正弦平面波对理想导体表面的斜入射	249
第七章	导波	257
§ 7-1	导波的概念	257
§ 7-2	导波和无界 TEM 波的一些不同点	258

§ 7-3	导波的一般分析方法	262
§ 7-4	矩形波导中的导波	266
§ 7-5	矩形波导中导波的传播特性	272
§ 7-6	矩形波导中的场分布	278
§ 7-7	圆波导中的导波	287
§ 7-8	空心金属管中导波的衰减	294
* § 7-9	分析不规则波导的数值方法(有限差分法)简介	298
* § 7-10	光纤波导简介	307
§ 7-11	导波的驻波, 谐振腔的一般工作原理	314
§ 7-12	矩形谐振腔	318
§ 7-13	圆柱形谐振腔	324
§ 7-14	谐振腔的品质因数	327
第八章	电磁波的辐射和衍射	333
§ 8-1	电磁波辐射的概念	333
§ 8-2	位方程的解及其意义	334
§ 8-3	电偶极子的电磁场	337
§ 8-4	电偶极子的感应场	342
§ 8-5	电偶极子的辐射场	345
* § 8-6	天线阵的概念	355
* § 8-7	磁偶极子辐射	361
* § 8-8	均匀分布电流和磁流的面积元的辐射	365
* § 8-9	电磁波衍射的概念	371
* § 8-10	等效原理	374
* § 8-11	洛仑兹互易定理	380
第九章	电磁场对带电粒子的作用	384
§ 9-1	在静态场中的带电粒子	384
§ 9-2	带电粒子在静电场中的运动	386
§ 9-3	带电粒子在恒流磁场中的运动	388
§ 9-4	在静电场与恒流磁场同时作用下带电粒子的运动	391
§ 9-5	存在有空间电荷的场	394
* 第十章	各向异性媒质中的电磁波	400
§ 10-1	各向异性媒质中的麦克斯韦方程组和波动方程	400

§ 10-2	张量媒质常数 ($\vec{\epsilon}$ 或 $\vec{\mu}$) 的本征值、本征矢量和本征模·····	403
§ 10-3	在各向异性晶体中的平面波及其双折射·····	407
§ 10-4	在恒定磁场作用下的等离子体的张量介电常数·····	415
§ 10-5	在恒定磁场作用下的等离子体中的 TEM 波·····	417
§ 10-6	法拉弟旋转·····	421
§ 10-7	旋磁铁氧体的张量磁导率·····	423
§ 10-8	旋磁铁氧体中的 TEM 波·····	426
附录一	电磁场物理量单位表·····	432
附录二	矢量分析公式·····	433
附录三	贝塞尔函数·····	435

第一章 电磁场基本方程

本章在普通物理电磁学部分的基础上，对读者已学过的基本电磁物理量和基本电磁定律进行复习、概括和推广，由此引出电磁场的基本规律，即麦克斯韦方程组，并导出电磁场的边界条件和电磁场中的能量关系，作为讨论本课程其他章节的共同基础和统一出发点。在以后各章中，则分别讨论电磁场和电磁波在各种具体条件下的基本概念、基本定理和基本分析计算方法。

§ 1-1 电磁场中的基本场矢量

电磁场中的基本场矢量指的是电场强度 E 、电位移矢量 D 、磁感应强度 B 及磁场强度 H 等四个场矢量。它们都是电磁场中的基本物理量。

一、电场强度 E

当一检验电荷 q 引入电场时，检验电荷 q 就受有电场力 F 。同一电荷 q 在电场中不同的点，所受电场力 F 的方向和数值一般是不同的。如在电场中的同一点上引入不同电量的检验电荷，则电荷所受的力 F 在数值上与电量 q 成正比。所以可用 F 和 q 的比值来表征该点电场的性质，即可用电场强度 E 来描述电场。

电场强度 E 的定义为：在电场中某点的电场强度 E ，在数值和方向上等于单位正电荷在该点所受的力。即

$$E = \frac{F}{q} \quad (1-1-1)$$

在上式中， q 为检验电荷的电量。检验电荷应当是足够微小的点电荷，即电量及体积都很小，这样才不会影响原有电场，并且定义

出一个确定点上的电场强度。 \mathbf{F} 为 q 所受到的电场力。在国际单位制(SI)中,力的单位是牛顿,电量的单位是库仑,所以电场强度 \mathbf{E} 的单位为牛顿/库仑,或伏特/米。

二、电位移矢量 \mathbf{D}

电场既可在真空中存在,也可在媒质中存在。如果媒质为电介质,且存在有电场,则媒质中的分子将被极化。为表征媒质被极化的程度,引入物理量电极化强度 \mathbf{P} , 在国际单位制中, \mathbf{P} 的单位为库/米²。关于 \mathbf{P} 的定义及物理意义,将在第二章中进行讨论。

在媒质中某点电位移矢量 \mathbf{D} 的定义为

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1-1-2)$$

在上式中, ϵ_0 为真空或空气中的介电常数, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ 库仑/牛顿·米²或(法拉/米)。在国际单位制中, \mathbf{D} 的单位为库仑/米²。

线性媒质中某点的电极化强度 \mathbf{P} 正比于该点的电场强度 \mathbf{E} , 在各向同性媒质中,同一点处 \mathbf{P} 的方向与 \mathbf{E} 一致,故有

$$\mathbf{P} = \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (1-1-3)$$

在上式中, χ_e 称为电极化率,是一个没有单位的纯数。不同的电介质有不同的 χ_e 值。将式(1-1-3)代入式(1-1-2),就有

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon_0 \mathbf{E} + \chi_e \epsilon_0 \mathbf{E} \\ &= \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} \\ &= \epsilon \mathbf{E} \end{aligned} \quad (1-1-4)$$

在上式中 $\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e)$ 称为介质的介电常数。而 $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0 = 1 + \chi_e$ 称为介质的相对介电常数,也是一个没有单位的纯数。

在各向异性媒质中, \mathbf{P} 的方向与 \mathbf{E} 的方向不一定相同,因而 \mathbf{D} 的方向也不一定与 \mathbf{E} 的方向相同。此时 ϵ 不再用常数表示,而表现为一个张量,这将在第十章中讨论。

三、磁感应强度 \mathbf{B}

表征某点磁场性质的基本场矢量是磁感应强度 \mathbf{B} 。如一速度为 \mathbf{v} 的电荷 q 在磁场中运动经过该点时, 运动电荷 q 受到磁场力 \mathbf{F} (洛仑兹力)的作用。可用下式定义该点的磁感应强度 \mathbf{B} :

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1-1-5)$$

在国际单位制中, \mathbf{F} 的单位为牛顿, q 的单位为库仑, \mathbf{v} 的单位为米/秒, 磁感应强度 \mathbf{B} 的单位为特斯拉(或韦伯/米²)。

四、磁场强度 \mathbf{H}

如在媒质中存在有磁场, 则媒质将被磁化。为表征媒质被磁化的程度, 引入磁化强度 \mathbf{M} 。在国际单位制中, \mathbf{M} 的单位为安培/米。关于 \mathbf{M} 的定义及物理意义, 将在第三章中进行讨论。

在媒质中某点磁场强度 \mathbf{H} 的定义为

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad (1-1-6)$$

在上式中, μ_0 为真空或空气中的磁导率, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ (特斯拉·米/安培)或亨利/米。 \mathbf{H} 的单位为安/米。

在线性、各向同性媒质中, 各点 \mathbf{M} 和 \mathbf{H} 成正比, 即有

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad (1-1-7)$$

将式(1-1-7)代入式(1-1-6)就有

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (1-1-8)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} \quad (1-1-9)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1-1-10)$$

在式(1-1-8)中, χ_m 称为媒质的磁化率, 是一个没有单位的纯数。 $\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$ 称为媒质的磁导率。而 $\mu_r = \mu / \mu_0 = 1 + \chi_m$ 称为媒质的相对磁导率, 也是一个没有单位的纯数。

在各向异性媒质中, \mathbf{M} 与 \mathbf{H} 不一定同向, 因而 \mathbf{B} 与 \mathbf{H} 也不一定同向, μ 将表现为一个张量, 这样在第十章中讨论。

§ 1-2 电流, 电流概念的推广与位移电流

为了得出麦克斯韦方程组的积分和微分形式, 首先需要引入电流的概念, 然后加以推广, 进一步引入位移电流的概念。

如在导电媒质(导体)中存在有电场, 则导体内将产生自由电子的宏观定向运动, 形成传导电流, 各点传导电流密度 \mathbf{J}_c 可表示为

$$\mathbf{J}_c = \sigma \mathbf{E} \quad (1-2-1)$$

在国际单位制中, \mathbf{E} 的单位为伏/米, 电导率 σ 的单位为西门子/米, \mathbf{J}_c 的单位为安培/米²。式(1-2-1)也就是欧姆定律的微分形式。

如果电流是由电荷的机械运动所形成的, 则称为运流电流, 各点运流电流密度 $\mathbf{J}_{c'}$, 可表示为

$$\mathbf{J}_{c'} = \rho \mathbf{v} \quad (1-2-2)$$

上式中 ρ 为电荷密度, 单位为库/米³, \mathbf{v} 为电荷运动速度, 单位为米/秒。 $\mathbf{J}_{c'}$ 的单位仍为安/米²。

在空间的同一点上, 不可能同时既有传导电流又有运流电流, 因此以后除特别指明外, 将传导电流密度和运流电流密度统一用符号 \mathbf{J} 表示, \mathbf{J} 究竟表示传导电流密度还是运流电流密度, 依具体情况而定。

除了以上两种电流密度之外, 我们还必须引入位移电流的概念。例如在电容器充电和放电电路(见图 1-2-1)中, 任一时刻穿过金属导体任一横截面的传导电流是相等的。但在电容器两极板间, 传导电流和运流电流都为零。因此就整个电路而言, 传导电流(还有运流电流)是不连续的。对电容器充电或放电电路, 由于上述电流的不连续, 如应用安培环路定律, 将得出矛盾的结果。在图 1-2-1(a) 中, 取一包围电容器极板 A 的闭合曲面, 它由平面 S_1 和曲面 S_2 组成, 取 S_1 和 S_2 的交界线 l 作为积分的闭合回路, 根据安培环路定律, 磁场强度 \mathbf{H} 沿此闭合回路的线积分只和穿过回

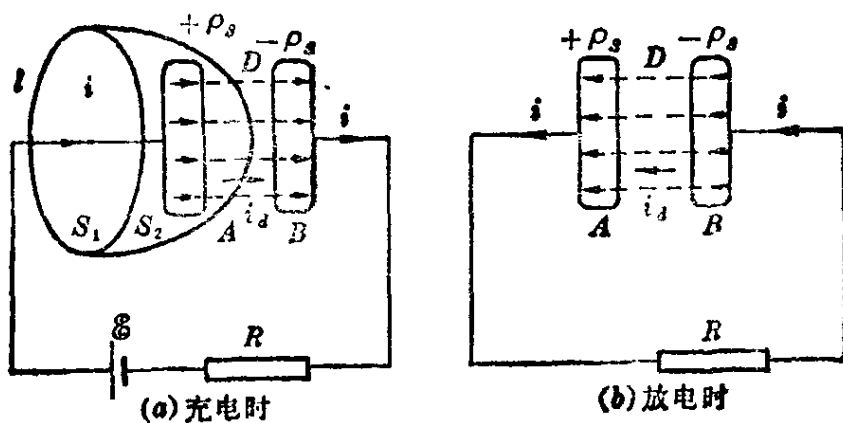


图 1-2-1

路所在曲面的电流有关。如取 S_1 面, 可有

$$\oint_{S_1} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i \quad (1-2-3)$$

如取 S_2 面, 则得到

$$\oint_{S_2} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1-2-4)$$

式(1-2-3)和式(1-2-4)是相互矛盾的, 其中只能有一个是正确的。事实上, 式(1-2-3)是正确的, 而式(1-2-4)需加以修改, 这就需要引入新的电流概念。

当电容器充电或放电时, 电容器极板上的电量 Q 和电荷面密度 ρ_s 都随时间变化(充电时增加, 放电时减少)。流向极板的电流 $i = dq/dt$ 而其电流密度 $J = d\rho_s/dt$ 。在两极板间的电位移矢量 \mathbf{D} 和穿过整个极板间截面的电位移通量 $\Phi_D = SD$, 也随时间变化。在两极板间, \mathbf{D} 在数值上等于极板上的电荷面密度 ρ_s , 而电位移通量 Φ_D 则等于极板上的总电量 $q = \rho_s S$ 。所以 $\frac{d\mathbf{D}}{dt}$ 和 $\frac{d\Phi_D}{dt}$ 在数值上分别等于 $d\rho_s/dt$ 和 $dq/dt = i$ 。在方向上, 充电时, 电场增强, $d\mathbf{D}/dt$ 的方向与电场强度方向一致; 放电时, 电场减弱, $d\mathbf{D}/dt$ 的方向与电场强度方向相反。而 $d\Phi_D/dt$ 不论在充电或放电时, 在数值上都等于该时刻导线中的电流。因此, 如将 $d\Phi_D/dt$ 看成是一

种电流, 则就整个电路而言, 电流仍将是连续的。所以麦克斯韦引入了位移电流的概念, 将 $d\Phi_D/dt$ 称为位移电流。于是可有

$$\mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-2-5)$$

$$i_d = \frac{d\Phi_D}{dt} \quad (1-2-6)$$

\mathbf{J}_d 和 i_d 分别为位移电流密度和位移电流。以上定义说明: 电场中某点的位移电流密度等于该点电位移矢量的时间变化率; 穿过电场中某截面的位移电流等于穿过该截面的电位移通量的时间变化率。

引入位移电流以后, 和原有的传导电流和运流电流一起, 就形成了全电流 i_t 。穿过空间一个截面的全电流等于穿过同一截面的传导电流 i_c 、运流电流 $i_{c'}$, 和位移电流 i_d 的代数和, 即

$$i_t = i_c + i_{c'} + i_d \quad (1-2-7)$$

如 i_c 及 $i_{c'}$ 的和用 i 表示, 就有

$$i_t = i + i_d \quad (1-2-8)$$

在空间一点的全电流密度 \mathbf{J}_t 等于在该点传导电流密度 \mathbf{J}_c 、运流电流密度 $\mathbf{J}_{c'}$ 和位移电流密度 \mathbf{J}_d 的矢量和, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_t &= \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_{c'} + \mathbf{J}_d \\ &= \sigma \mathbf{E} + \rho \mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad (1-2-9)$$

由于传导电流和运流电流不能在同一点同时存在, 所以 \mathbf{J}_t 可表为

$$\mathbf{J}_t = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-2-10)$$

如上所述, 引入位移电流后, 全电流是连续的, 即对于空间任意闭合曲面 S , 在同一时刻流入该闭合曲面的全电流等于流出该闭合曲面的全电流。这就是全电流连续性定律, 可写成

$$\oint_S \mathbf{J}_t \cdot d\mathbf{S} = \oint_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-2-11)$$

在电容器充放电路中，在导线内有传导电流 i_c (运流电流和位移电流为零)，而在电容器极板间则有位移电流 i_d (传导电流和运流电流为零)，且有 $i_c = \frac{dq}{dt} = \frac{d\Phi_D}{dt} = i_d$ ，这是全电流连续性的具体体现。

另一方面，在磁效应方面位移电流也与传导电流等效，即位移电流也能在周围空间激发磁场，它和传导电流所激发的磁场遵循同样的规律。这样就可以将前面与传导电流相关的磁场定律推广于全电流。因此安培环路定律可推广为全电流定律，即

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i + i_d = i_c \quad (1-2-12)$$

对于图 1-2-1 的充放电电路，如考虑 S_1 面，有 $\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i + i_d$
 $= \int_{S_1} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_1} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$ ，由于穿过 S_1 面的位移电流密度为零，所以 $\int_{S_1} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = 0$ ，这样， $\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_{S_1} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = i_c$ 。而对于 S_2 面，有 $\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_{S_2} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_2} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$ ，由于穿过 S_2 面的传导电流 (以及运流电流) 为零，所以有 $\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_{S_2} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = i_d = \frac{d\Phi_D}{dt}$ ，而 $\frac{d\Phi_D}{dt} = \frac{dq}{dt} = i_c$ ，因此对 S_2 面而言也有 $\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i_c$ 。这就是说不论取 S_1 面或 S_2 面，结果是一致的。因此，将安培环路定律推广为全电流定律之后，就解决了式(1-2-3)与式(1-2-4)不符的矛盾。

位移电流的引入，不仅是解决了类似于电容器充放电电路中电流连续性的问题，而且深刻揭示了电场和磁场的内在联系。下一节将看到，法拉弟电磁感应定律揭示了时变的磁场 ($\partial \mathbf{B} / \partial t$) 能产生旋涡电场。而位移电流的引入揭示了时变的电场 ($\partial \mathbf{D} / \partial t$) 能

产生旋涡磁场。两种随时间变化的场(电场和磁场)互相联系,形成统一的电磁场,并且预示了电磁波的存在。

§ 1-3 基本电磁定律和积分形式的麦克斯韦方程组

本节对在普通物理电磁学部分中学过的基本电磁定律进行复习和概括,并由此引出积分形式的麦克斯韦方程组。

一、电场中的高斯定理及电场性质

电场中的高斯定理反映了电场的基本性质。我们已经知道电场可以由自由电荷或时变磁场产生,但两者性质是不同的。自由电荷所产生的电场是无旋场(即电场的旋度为零),它的电位移线是不闭合的。根据静电场中的高斯定理,穿过任意闭合曲面的电位移通量,等于闭合曲面所包围的自由电荷电量的代数和。这个结果可以推广到自由电荷的电量及其电场均为时变的情况下,因此如果电位移矢量 \mathbf{D}_1 不包括时变磁场的贡献,则高斯定理可表示为

$$\oint_S \mathbf{D}_1 \cdot d\mathbf{S} = \Sigma q = \int_V \rho dV \quad (1-3-1)$$

上式中包围体积 V 的闭合曲面为 S , Σq 为 S 内自由电荷电量的代数和, ρ 为自由电荷体密度。时变磁场所产生的电场是有旋场(即旋涡场),它的电位移线是闭合的,因此穿过任意闭合曲面的电位移通量恒等于零。如用 \mathbf{D}_2 表示时变磁场所产生的电场中的电位移矢量,则应有

$$\oint_S \mathbf{D}_2 \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-3-2)$$

如电场由自由电荷和时变磁场共同产生,则电场应兼有以上两种电场的性质。如用 \mathbf{D} 表示这一情况下的电位移矢量,即 $\mathbf{D} = \mathbf{D}_1 + \mathbf{D}_2$,由式(1-3-1)和(1-3-2)可得