数 学 地 质 丛 书

地质统计学及其在矿产储量计算中的应用

侯景儒　黄竞先　编著

地 质 出 版 社

内 容 提 要

地质统计学是近十几年发展起来的新兴学科，它主要是研究那些既有随机性又有结构性特征的变量（如矿石金属品位、矿层厚度、物化探观测值、水文观测数据、地形高程等）在空间的分布规律。它最早应用于储量计算及矿山设计，在这方面已积累了丰富的实际经验。本书主要是向读者介绍地质统计学的基本理论及在矿产储量计算中的应用。

全书共分五章，第一章介绍地质统计学的产生、发展及今后的发展趋势，第二章向读者介绍地质统计学中几个最基本的概念，第三章讨论地质统计学中至关重要的变异函数及结构分析，并详细介绍结构分析的实施步骤，还举了若干实例，第四章对普通克立格法的基本原理及实施方案进行了详细讨论，为了便于理解还介绍了一些实际例子。在第五章中向读者介绍了考虑到漂移时的泛克立格法的基本概念。最后，在附录中给了有关的计算程序。

本书可供野外地质及矿山地质工作者、采矿设计人员、地质科研人员以及大专院校有关专业师生参考。

数学地质丛书

地质统计学及其在矿产
储量计算中的应用

侯景儒　黄竞先　编著

*

地质部书刊编辑室编辑

责任编辑：高书平

地 质 出 版 社 出 版

（北京西四）

地质出版社印刷厂印刷

（北京海淀区学院路29号）

新华书店北京发行所发行・各地新华书店经售

*

开本：$850\times1168^{1}/_{32}$　印张：$6^{3}/_{16}$　字数：162,000

1982年2月北京第一版・1982年2月北京第一次印刷

印数 1—3,380册・定价1.10元

统一书号：15038・新718

作者的话

地质统计学是近一、二十年来随着电子计算机在地质科学中的应用而发展起来的新兴学科。它主要是研究那些既有随机性又有结构性（相关性）特征的变量在空间的分布规律。对于矿业工作而言，正如马特隆（G. Matheron）所说："地质统计学研究那些对地质学家及采矿工程师都有用处的变量在空间的分布规律。"在矿业工作中，特别是在矿产储量计算及矿山地质工作方面，地质统计学的应用已经积累了大量的实际资料和丰富的经验。据不完全统计，目前世界上已经有几百个矿床成功地应用地质统计学计算了储量和进行地质研究。

编写本书的目的在于帮助地质工作者及采矿设计人员学习地质统计学，特别是应用地质统计学进行矿产储量的计算。目前世界上主要是应用线性地质统计学，因而本书也只限于讨论这些内容。关于非线性地质统计学，读者如需要，可查阅本书附录二中所附文献目录中的有关资料。

我们要特别感谢美国斯坦福大学教授A. G. Journel博士，因为在编写本书的过程中，我们学习和参阅了他和Ch. J. Huijbregts合著的《Mining Geostatistics》以及他本人年初在美国为我们讲授地质统计学的讲课记录稿。我们还要感谢于崇文、蒋耀淞同志对本书有关章节的详细审阅。此外，冶金部有关地质勘探公司从事地质统计学研究工作的同志为本书提供了实际例证，陈大香同志清绘了书中的全部插图，在此表示衷心的感谢。

本书附录一中给出了若干计算程序，其中半变异函数计算程序是黄淼云和王书惠同志参照有关程序应用ALGOL语言改写的，而二维克立格法计算程序是任兆平同志应用FORTRAN(Ⅳ)语言编写的。

由于我们水平不高，实际经验不多，错误之处，恳请读者批评指正。

编著者　1980年10月北京

目　录

引　言

众所周知，矿产地质勘探工作的主要任务，是通过一定数量的露头、钻孔和坑道提供的有用信息（如化验分析数据及岩矿标本）的研究，来揭示成矿地质条件，预测和普查矿床，对已经发现的矿床查明其规模、形态、产状及质量特征、工业应用条件，研究其成因，最后对它们作出总的工业评价。

在地质工作的不同阶段有不同的要求。例如在地质普查阶段，我们可以通过地质填图，物化探测量等手段，在调查区圈出一些可供进一步详查地区，这一阶段的特点是取得的有用信息分布不均匀，而且定性资料较多。地质普查工作结束后，对有远景的地区，一般的做法是进一步开展大网度的系统调查，其主要任务是查明各种地质因素对矿化的影响，通过探矿工程取得矿化带的实际资料，阐明矿化的空间分布规律，从而根据地质假设和有限的定量数据进行矿产资源的总体估计。当一个矿床（或矿带）被确定为有经济意义之后，就要有步骤地投入各项勘探工作，进行小网度取样，提高储量级别，增加矿石储量，确定可采储量，这一阶段应该做的工作很多，主要有：（1）探明矿体的分布范围、资源的质量和数量以及开发利用的技术经济条件，（2）探明相应水平上工业矿量的矿体（或矿块）形态、矿石储量、有用（有害）组分的含量和储量、开拓作业条件，（3）进一步控制各个矿块的形态以及有用（有害）组份的品位和数量，（4）通过钻孔、炮眼和其他探矿工程进一步控制矿体边界，以便准确地划定回采作业的界限，减少矿石的损失和贫化，（5）分别圈定不同类型和品级的矿块，以便将不同类型和品级的矿体、矿块和层位划入不同中段或不同回采块段，或者在回采或选矿中将其分开。应当指出，矿床的实际资源很少是完全可采的，这主要取决

于开采技术（例如深度和可接近性）及经济条件（边界品位及采矿成本），因此，我们必须在给定的技术条件和经济条件下确定可采储量，或者说要根据从矿床中能够获得最大利润的角度来确定其开采方法。

综上所述，在矿业工作中有许多问题要研究，如查明成矿控制因素，了解矿化空间分布规律，制定合理勘探网度，给出矿床中有用（有害）组分的空间分布模型，进行矿床资源的总体估计、局部估计以及由此引起的估计误差的计算等，所有这些问题均可用我们将要讨论的地质统计学进行研究，并且给出令人满意的答复。

本书的主要目的是讨论地质统计学的基本理论及其在储量计算中的应用，全书共分五章，第一章介绍地质统计学的产生及其发展现状，第二章给出了地质统计学中几个最基本的理论性概念，例如区域化变量、估计方差、离差方差及变异函数等，第三章详细地讨论了在地质统计学中占重要地位的变异函数及结构分析，第四章主要介绍普通克立格法及其应用，第五章侧重讨论了在有漂移存在时的泛克立格法。为了便于理解方法原理、掌握方法要领，重要章节中都有实例。本书还附有历年来地质统计学的文献目录以便读者查阅。为了便于读者应用地质统计学，我们给出了有关计算程序。

第一章 概　论

第一节 传统矿产储量计算方法的简单回顾

一个矿床是否可采，主要取决于矿石的平均品位及储量，或者说，矿石的可采块段用它的平均品位及储量来表征。为了得到这两个重要的标志，必须有如下几个基本信息:

1. 精确而足够的样品数　品位化验结果；
2. 空间测量结果　平面图及剖面图；
3. 矿石、脉石及围岩的密度测量　比重；
4. 地质界线及其投影　岩石学及构造特征；
5. 边界品位　经济上可采的最低品位；
6. 采矿时的可能回采率；
7. 采矿时的可能贫化率。

上述第5、6、7这三个信息与采矿工程有关。一个矿床的矿石储量的地质估计和工程估计只有充分考虑和参照采矿、冶炼方法及市场情况才有意义。例如，一个矿床当部分矿石被氧化后就要求对样品中的某一金属有两个化验结果，一个是总金属量，一个是“氧化”金属量或“可溶”金属量。

为了计算矿产储量，重要的是要得到有用组分的平均品位、矿石体重及矿块的体积。过去常用的储量计算方法基本上可归纳如下。

在计算平均品位时，一般是先计算每个勘探工程的平均品位，然后再计算剖面和块段的平均品位。

令C_i为第i ($i=1,\cdots,n$)个样品的品位值，l_i为第i($i=1,\cdots,$

n）个样品的长度，则勘探工程的（钻孔或探槽）平均品位 $\bar{C}$ 按样品长度加权求得

$$\bar{C}=\sum_{i=1}^{n} C_i l_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} l_i \qquad (1-1)$$

剖面平均品位一般可用下式求得

$$\bar{C}_S=\sum_{j=1}^{n} C_j \Big/ n \qquad (1-2)$$

式（1—2）中 n 为剖面上的工程数，C_j 为探矿工程平均品位，$\bar{C}^s$ 为剖面平均品位。

计算矿块平均品位的常用方法有两种：一种是当矿块各部位品位相近时，可用算术平均法由各剖面平均品位求矿块平均品位，甚至可用各工程（样品）平均品位直接求矿块算术平均品位；另一种方法是当矿块各部位样品品位值相差较大时，则按每一样品在矿块中的空间位置加权来计算，即所谓加权平均法。通常用的是距离（m次方）反比法，如图1—1所示，块段B的平均品位C_B是

$$C_B=\sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{d_i^m} \Big/ \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i^m} \qquad (1-3)$$

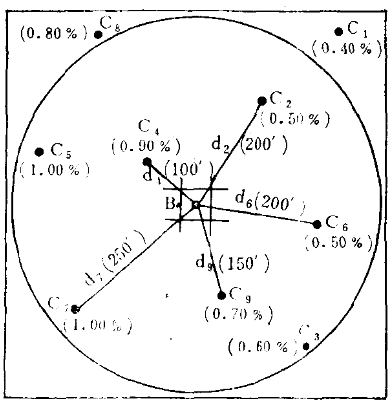

图 1—1 距离（m次方）反比法

式（1—5）中，C_i为各信息样品的品位值，d_i为信息样品和待估块段B之间的距离。当$m=1$时，称为距离反比法，当$m=2$时，称为距离平方反比法。此法由于计算量大，所以只在电子计算机普遍应用后才盛行起来。

如前所述，矿石储量的计算还要涉及体积和比重。矿石比重可用各种方法测量出来，而矿床（或矿块）的体积则是先求得矿石所占的面积，再计算它的体积。矿石所占面积可用下述三种方法中的任一方法求得：（1）直接用手勾绘；（2）根据品位等值线或者品位-厚度等值线计算；（3）应用如图1—2所示的任何一个几何构形计算而得。

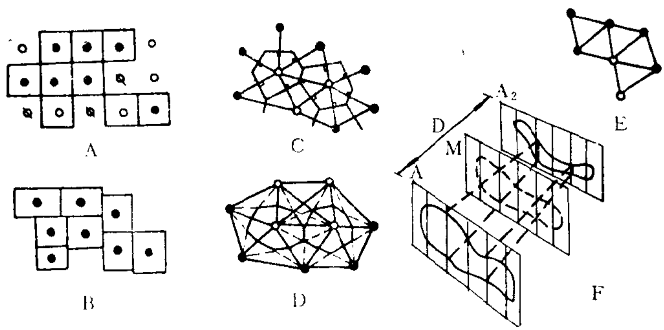

图 1—2 矿石储量计算的几何模式

A—规则块段；B—不规则块段；C—多边形；D—角度二分法(angular bissection)；E—三角形块段；F—剖面法

在计算了块段的面积之后，就要根据矿块的形态特征选用不同公式计算矿块的体积。例如，当矿块的两个平行截面S_1和S_2的对应边相等时，可用柱体公式计算矿块体积

$$V=\frac{l}{2}(S_1+S_2) \qquad (1—4)$$

（1—4）式中，l为S_1和S_2之间的距离。矿块矿石储量Q是体积V和矿石体重d的乘积

$$Q=V\cdot d \qquad (1—5)$$

矿块金属量P是矿石储量Q与平均品位$\bar{C}$的乘积

$$P = Q \cdot \bar{C} \tag{1—6}$$

第二节　地质统计学的产生

我们仔细分析了传统的储量计算方法之后，可以明显地看到它们有如下几个特点和不足之处：

第一，简单地把部分钻孔的品位当作一个块段的品位，或者把部分钻孔的品位延伸到某一块段，即使是距离平方反比法也只是给予一个块段或一个点以周围样品的线性组合，换句话说，不管用什么样的加权方法，都是把若干样品的品位延伸到一个大的体积上去，这对于复杂矿床来说，由于矿石品位变化大，一个样品的品位不可能正好是它影响范围的品位时，如果计算方法又没有很好的考虑品位空间的变异性的话，就必然存在着系统的偏差。表1—1表示应用传统多边形法计算的品位与开采后的品位的对比情况。

表 1—1　某金矿应用传统方法估计的品位和开采品位的对比

据(D.G.krige)

块段矿石等级	矿　　量	计算品位	开采后品位	误　差
低级　91—149	110000	124	150	-17%
中级　150—266	400000	201	199	+ 1%
高级　267—348	160000	296	236	+25%

注：金的度量单位为inch-dwt = 0.165cm·g，表示垂直于矿层底面积为1平方英寸的柱内的Au含量。

第二，未充分考虑品位的空间变异性。尽管在计算储量时也作大量的品位变化曲线，但主要用于确定矿床的勘探类型及勘探网度，在这个基础上，再考虑品位等值外推的规模以及矿块品位估算的原则。从第一节计算品位及储量的公式可知，传统方法在计算一个剖面或一个块段上有用（有害）元素的平均含量时，

只是应用矿体厚度、矿体剖面面积，样品长度及剖面距离等几何因素来加权，而品位的空间变异性（即矿化的空间结构特征）却未予以应有的考虑。如图1—3所示的情况，假设品位在u方向上的变异性小于在v方向上的变异性，这时，尽管样品Z_1，Z_2，Z_3，Z_4与待估块段V的距离相等，但在估计V的品位时Z_1，Z_2，Z_3，Z_4的贡献应该有所不同。

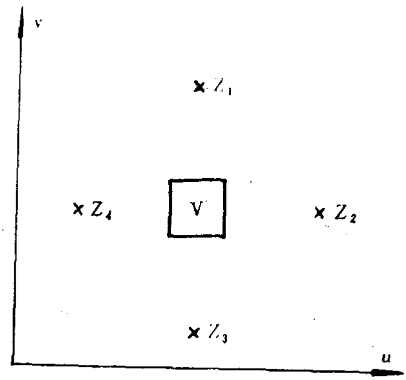

图 1—3 品位空间变异性对块段平均品位的影响

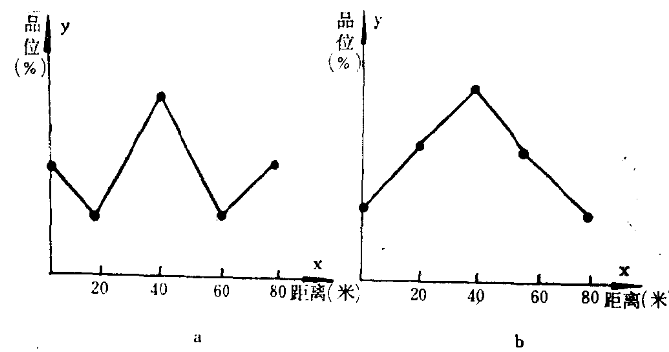

图 1—4 品位的离散

第三，传统方法能够给出一个矿体或一个矿块的平均品位，但却不能给出对于矿山设计至关重要的矿化强度的变异性。例如图1—4所示的情况，尽管图1—4(a)和(b)的平均品位及方差均

相同，但两者的品位沿 x 轴方向的变化却大不一样。

第四，常用统计方法先将矿体上所采样品的品位值作直方图，然后将矿石进行分级。这种不考虑矿化的空间特征而确定的直方图和矿石分级，对于采矿设计显然是不够的，因为，在进行采矿设计时，必须知道品位和各品级矿石在矿体中的具体分布，特别要知道有经济价值的矿块的大小和位置。此外，应用传统方法（除距离反比法外）所求得的矿石储量和金属量以及相应的开采境界无法适应由于经济条件变化及采矿方法不同所引起的边界品位的变化。

第五，传统方法检验储量计算的精度时，通常是选用一个矿块，对它的储量用同一种方法计算两次或多次，视其相对误差的大小来估计，或者用两种方法计算同一块段储量，再计算两者之间的相对误差来估计精度。因此，传统计算方法本身没有衡量计算精度的方法及标准。

考虑到传统储量计算方法的上述情况，地质学家和采矿工程师们曾经使用了经典概率论方法，尽管有时因机械地搬用而产生过一些错误的结果，但总的说来仍有很大好处。

南非金矿的地质学家、采矿工程师克立格(D. G. Krige) 1951年根据南非金矿的具体情况提出了计算矿产储量的如下方法：按照样品与待估块段的相对空间位置和相关程度来计算块段品位及储量，并使估计误差为最小。随后，法国学者马特隆(G. Matheron)对克立格提出的方法进行了详细研究。他认为，克立格提出的方法和经典统计学方法有所不同，它是针对一定的目的进行了合理改进的统计学，特别是考虑了经典概率论的不足和矿化空间分布特征，使得传统方法和统计学方法高度结合了起来，从而把过去已有的矿业工作中的经验抽象出来，使之公式化和系统化。

经过理论上的深入探讨及实践之后，马特隆于1962年提出了区域化变量(regionalized variable)的概念，产生了地质统计学(geostatistics)。马特隆说："就一般意义而论，地质统计学研

究品位，厚度或储量这样一些变量在空间的分布规律，这些变量对地质学家及采矿工程师都很有用，而且对矿床评价有着极其重要的实际意义。”

按照地质统计学理论，矿化特征可以用区域化变量的空间分布来表征，而研究区域化变量空间分布的主要数学工具是变异函数(variogram)。因此，可以说地质统计学是根据相邻变量的值（例如若干样品的值），利用变异函数所揭示的区域化变量的内在联系来估计空间变量的数值的方法。对于储量计算而言，地质统计学则是以矿石品位和矿产储量的精确估计为主要目的，以矿化的空间结构（空间相关）为基础，以区域化变量为核心，以变异函数为基本工具的一种数学地质方法。它要求在估计误差的方差极小的条件下，通过对待估块段影响范围之内所有品位值进行加权平均来估计待估块段的平均品位，最后根据该平均品位、矿石体重及块段体积计算出待估块段的矿石储量。

马特隆指出：“从历史的角度来看，地质统计学和采矿业是同时出现的。一旦开发者想要预测他下一步工作的结果时，尤其是开始取样、化验并按相应厚度和影响范围计算加权平均品位时，就可以认为地质统计学诞生了。就反映矿化的空间特征而论，那些传统的方法仍然保持着它们的全部价值。现代的理论成就决不是要否定这些方法，而是要把它们当作出发点，并将其提到更高的科学水平。”

第三节　一场有意义的争论

正当地质统计学稳步向前发展的时候，克立格博士和怀特(H. T. Whitten)教授展开了一场有启发性的辩论。辩论的问题是：在兰德金矿，当人们只知道盘区附近样品中金的含量，而要想估计盘区的金含量时，用哪种方法最好？克立格认为，应该把合格样品品位的期望值当作它的估计量，同时，应该确切地知道所估计的是什么样的估计量（例如是 $100 \times 100 \times 50$ 米^{3}块段的平

均品位)。克立格认为多项式(或其他)内插法不能解决这个问题，根据最小二乘法拟合的多项式$P(x)$，不能具体掌握x点的值所反映的是什么。为了实际应用，克立格采用了线性回归公式(即具有最小估计方差的线性表达式)来代替合格样品品位的期望值。

令$f(x)$为x点上样品的金含量，s为所要估计的盘区，则该盘区未知的真实含金量为

$$\frac{1}{s}\int_{s} f(x)dx \tag{1—7}$$

假设一个盘区的品位估计量为$E(s)$，则

$$E(s)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i f(x_i) \tag{1—8}$$

式(1—8)中，x_i为实际采样点的金含量，λ_i为使估计方差为最小的权系数，它由变异函数组成的线性方程组求得。

估计量$E(s)$虽然以加权移动平均值的形式出现，但它不是一个任意的数值，而是一个使估计方差为最小的特定的数值，称为“克立格估计量。”

怀特教授对上述计算方法提出了两个反对论点，但是都被马特隆博士予以了反驳。

怀特教授的第一个反对意见是：如果根据一块面积(100×100米^2)计算，估计量$E(s)$将会有一种倾向，它将抑制次一级的品位变化特征，并且会遗漏许多地质信息。马特隆认为上述说法不能成立。他指出，式(1—8)适用于任意点上品位的估计量，即

$$E[f(x)]=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(x)f(x_i) \tag{1—9}$$

(1—9)式中，$\lambda_i(x)$与样品位置x有关，并应使$f(x)$的估计方差为最小。而克立格估计量$E(s)$可以看成是点上的克立格估计量$E[f(x)]$的移动平均值。

马特隆还指出，如果有次一级变化存在，而且所利用的样品

反映了这些变化的话，估计量$E[f(x)]$就已回答了怀特教授的反对意见，因为估计量$E[f(x)]$能很好地表达所有可供应用的信息，况且，在采矿过程中，规模甚小的盘区才是唯一引起注意的计算单元，所以，忽略不计那些变化细节而直接利用克立格估计量$E(s)$是现实的，在理论上也是正确的。克立格估计量$E(s)$也就是我们所需要的最佳估计量。

怀特的第二个反对意见认为只有区域性的趋势才有意义，局部的变异性（即克立格曾经指出所忽略不计的那些变化细节）一般没有意义，应当予以消除。怀特认为$f(x)$的每一个值都可以用下式来表示

$$f(x)=m(x)+e(x) \tag{1—10}$$

（1—10）式中，$m(x)$是反映趋势的连续函数，$e(x)$是有待消除的无意义的随机波动。怀特认为移动平均法难于区分$e(x)$，而只有内插法才能做到这一点。

马特隆指出，当一个有意义的信息因干扰而发生改变时，式（1—10）这样的模式一般是有用的，当然，只能依靠严谨的理论基础来推断信息与干扰之间的区别，而当缺少这种理论基础时（这在地质及采矿中是经常的），只能根据纯经验来分解$m(x)$和$e(x)$，这样一来将二者区分开的意义就不大了，因为，地质学中的所谓趋势$m(x)$与干扰$e(x)$同样都具有随机性。马特隆认为，在涉及移动平均值时，多项式内插法本身也是一种移动平均法。

事实上，多项式内插法要求找出一个函数$P(x)$，其形式为

$$P(x)=\sum_r a_r Q_r(x) \tag{1—11}$$

（1—11）式中，$Q_r(x)$是给定的函数（例如，在用多项式内插法时，这是一些单项式函数），式中的系数a_r是在使二次型

$$\sum_{i=r}^{n}\left[f(x_i)-\sum_r a_r Q_r(x_i)\right]^2$$

为最小时确定的，并且可以通过求解线性方程组