

常用数学公式大全

● 王梓坤 主编
● 重庆出版社

CHANG YONG SHU XUE
GONG SHI DA QUAN

常用数学公式大全

○ 王梓坤 主编
○ 重庆出版社

CHANG YONG SHU XUE
GONG SHI DA QUAN

责任编辑 夏树人
封面设计 吴庆渝
技术设计 寇小平

王梓坤 主编
常用数学公式大全

重庆出版社出版、发行(重庆长江二路205号)
新华书店经销 重庆印制一厂印刷

*
开本850×1168 1/32 印张 52.125 插页 6 字数1242千
1991年6月第一版 1991年6月第一版第一次印刷
印数: 1—6,000

*
ISBN 7-5366-1286-9/O·10

科技新书目235—349(精装) 定价: 28.15元

编 者 的 话

随着自然科学、工程技术的迅速发展，特别是计算机的广泛使用，作为基础科学的数学更日益显示出其重要性。编写出版一本比较完全的常用数学公式工具书，已成为广大的数学和计算机科学工作者、工程技术人员和大、中学校师生及管理人员迫切的需要。本书便是根据这种广泛的社会需要而编写的。

本书以数学公式为主体，也收入了少量的有关概念和定理，以方便不熟悉相应内容的读者使用。条目的收录又以常用为准绳，对于公式甚多，在实际问题中广泛使用的初等数学、解析几何、线性代数、微积分、级数、向量、复变函数、特殊函数、积分变换、微分方程、积分方程、概率统计、随机过程等分支中的公式，收入的比较详尽，而删去了诸如抽象代数、实变函数、泛函分析、数论等比较抽象的数学分支。对新兴学科，如离散数学、组合数学、模糊数学、现代控制论、信息论、系统工程中及计算方法中的概率计算方法等，本书也收集了应有的公式。由于近期还在不断涌现出新的学科分支，因此本书不可能系统、全面地将有关公式全部收集齐全。故仅作一次尝试，起到抛砖引玉的作用。

在本书编写过程中，孙澈、杨自强、林文贤、虞克平、陈俊雅诸先生对本书的若干章节做了细致的审阅，并提出许多有益的修改意见。编者谨向他们表示衷心感谢。

鉴于编者的水平有限，书中难免有不当之处，敬请广大读者

賜教·

編者

1987年5月

内 容 提 要

本书是一部比较完整的常用数学公式工具书。对于在实际问题中广泛使用的一些数学分支，如初等数学、解析几何、线性代数、微积分、级数、向量、复变函数、特殊函数、积分变换、微分方程、积分方程、概率统计、随机过程等，收入的公式比较详尽。对新兴学科，如离散数学、组合数学、模糊数学、现代控制论、信息论、系统工程中及计算方法中的概率计算方法等，也收集了应有的公式。另外也收入了少量的有关概念和定理，以方便不熟悉相应内容的读者。

本书可供广大数学和计算机科学工作者、工程技术人员和大、中学校师生及管理人员使用。

数学符号表

1. 有序符号

$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 数列; 序列

2. 等号 and 不等号

$=$	等于
\equiv	恒等于
\neq	不等于
$\not\equiv$	不恒等于
\sim, \propto	正比于
\approx (或 \doteq)	近似等于
$<$	小于
$>$	大于
\leq	小于等于
\geq	大于等于
\ll	远小于
\gg	远大于

3. 代数和初等分析符号

$\operatorname{Re}Z$	复数 Z 的实部
$\operatorname{Im}Z$	复数 Z 的虚部
$ z $	z 的绝对值 (模)

$\operatorname{arg} z$	z 的辐角
$n!$	n 阶乘
i	虚数单位
$\sqrt{\quad}$	平方根
$\sqrt[n]{\quad}$	n 次方根
π	圆周率
Σ	和式
Π	连乘积
$\binom{n}{p}$	组合数
$(\quad)_{m \times n}$	m 行 n 列矩阵
$ \quad $ (或 \det)	行列式
$(\quad)^T$	转置矩阵
E	单位矩阵
\bar{A}	A 的共轭矩阵
A^H	A 的共轭转置矩阵
A^{-1}	矩阵 A 的逆矩阵
$\operatorname{diag}(\quad)$	对角矩阵
$\operatorname{ch} A$	矩阵 A 的谱
$\operatorname{rank} A$	矩阵 A 的秩
$\operatorname{tr} A$	矩阵 A 的迹
$\ \quad\ $	范数
mod	模
sgn	符号函数
\dim	维数
Im	象

4. 极限和区间符号

∞ 无穷大

\rightarrow	趋于
\lim	极限
l.i.m	平均收敛于
$\overline{\lim}$	上极限
$\underline{\lim}$	下极限
\mathcal{D}	函数 f 的定义域
(\cdot)	开区间
$[\cdot]$	闭区间
$(\cdot]$	左开右闭区间
$[\cdot)$	左闭右开区间
$U(M_0, \delta)$	点 M_0 的实心 δ 邻域
$U^*(M_0, \delta)$	点 M_0 的空心 δ 邻域
\max	最大元
\min	最小元
\sup	上确界
\inf	下确界
$C(M_0), C(a, b)$	点 M_0 或区间 (a, b) 上的连续函数类

5. 微分学符号

Δf	增量, 全增量
$\Delta_x f, \Delta_y f, \dots$	偏增量
$f'(x), f''(x), \dots,$ $f^{(n)}(x), \dots$	导数和高阶导数
$\dot{\varphi}(t), \ddot{\varphi}(t), \dots$	
$y', y'', \dots, y^{(n)}, \dots$	
$df(x)$	微分

$\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}, \dots$ 微商和高阶微商

$f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy},$

f_{yy}, f_{yy}, \dots

$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x},$

$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \dots$

偏导数和高阶偏导数

$D_x(M_0), D_x(a, b)$

点 M_0 或区间 (a, b) 上关于 x 可偏导函数类

$df(x, y)$

全微分

$D^n(M_0), D^n(a, b)$

点 M_0 或区间 (a, b) 上的 n 阶可微分函数类 ($D' = D$)

$C^n(M_0), C^n(a, b)$

点 M_0 或区间 (a, b) 上的 n 阶连续可微分函数类 ($C' \neq C$)

6. 积分学符号

\int

积分号、不定积分

\int_a^b

定积分号

\oint

闭路积分号

\iint

二重积分号

$\iiint \dots \int$

多重积分号

7. 函数符号

\exp	指数底为 e
\log	对数 (一般)
\log_a	底为 a 的对数
\lg	常用对数 (底为10)
\ln	自然对数 (底为 e)
\sin	正弦
\cos	余弦
tg (或 \tan)	正切
ctg (或 \cot)	余切
$\operatorname{arc} \sin$ (或 \sin^{-1})	反正弦
$\operatorname{arc} \cos$ (或 \cos^{-1})	反余弦
$\operatorname{arc} \operatorname{tg}$ (或 \tan^{-1} , tg^{-1})	反正切
$\operatorname{arc} \operatorname{ctg}$ (或 \cot^{-1} , ctg^{-1})	反余切
\sinh (或 sh)	双曲正弦
\cosh (或 ch)	双曲余弦
\tanh (或 th)	双曲正切
\coth (或 cth)	双曲余切
arsinh (或 \sinh^{-1} , sh^{-1})	反双曲正弦
arcosh (或 \cosh^{-1} , ch^{-1})	反双曲余弦
artanh (或 \tanh^{-1} , th^{-1})	反双曲正切
arcoth (或 \coth^{-1} , cth^{-1})	反双曲余切
$\operatorname{res}f(z)$ $z=z_0$	函数 $f(z)$ 在 z_0 点的留数
$\Gamma(z)$	Γ -函数

$\gamma(\alpha, z), \Gamma(\alpha, z)$	不完全 Γ -函数
$\beta(p, q)$	β -函数
$\psi(z)$	ψ -函数
$\operatorname{erf}(z)$	误差函数 (概率积分)
$\operatorname{erfc}(z)$	余误差函数 (余概率积分)
$\Phi(z)$	正态概率积分
$S(z), C(z)$	菲涅尔函数
$\operatorname{Si}(z), \operatorname{si}(z)$	正弦积分
$\operatorname{Ci}(z), \operatorname{ci}(z)$	余弦积分
$\operatorname{sh}(z)$	双曲正弦积分
$\operatorname{ch}(z)$	双曲余弦积分
$\operatorname{Ei}(z), \bar{\operatorname{Ei}}(x)$	指数积分
$\operatorname{li}(z), i_i(x)$	对数积分
$F(k, \varphi)$	勒让德第一类椭圆积分
$E(k, \varphi)$	勒让德第二类椭圆积分
$\Pi(h, k, \varphi)$	勒让德第三类椭圆积分
$K(k)$	第一类完全椭圆积分
$E(k)$	第二类完全椭圆积分
$\Pi_1(h, k)$	第三类完全椭圆积分
$\operatorname{sn}z, \operatorname{cn}z, \operatorname{dn}z$	雅可比椭圆函数
$\wp(z)$	外尔斯特拉斯椭圆函数
${}_1F_1(\alpha; \gamma; z)$	库默尔函数
$W_{k, m}(z)$	惠泰克函数
$D_\lambda(z)$	抛物线柱函数
$H_\lambda(z)$	埃尔米特函数
$L_n^{(\mu)}(z), L_n(z)$	拉盖尔多项式
$C_n^h(z)$	盖根堡多项式
$T_n(z), U_n(z)$	切比雪夫多项式

$P_n^{(\alpha, \beta)}(z)$	雅可比多项式
$\varphi_n(x)$	贝努里多项式
$E_n(x)$	欧拉多项式
$F(\alpha; \beta; \nu; z)$	超几何函数
$P_\nu^{\mu}(z), Q_\nu^{\mu}(z)$	一般勒让德函数
$P_\nu(z)$	第一类勒让德函数
$Q_\nu(z)$	第二类勒让德函数
$J_\nu(z)$	第一类贝塞尔函数
$N_\nu(z)$	第二类贝塞尔函数
$H_\nu^{(1)}(z), H_\nu^{(2)}(z)$	第三类贝塞尔函数
$I_\nu(z)$	第一类变型贝塞尔函数
$K_\nu(z)$	第二类变型贝塞尔函数

8. 场论符号

grad	梯度
rot	旋度
div	散度
Δ	拉普拉斯算子

9. 概率与统计符号

P	概率
E	平均
V, σ^2	方差
M, E	数学期望
$P(\cdot)$	条件概率
$E(\cdot)$	条件平均值
ρ	相关系数

10. 集合符号

\in	属于
\notin	不属于
$=$	等于
$\{ \}$ 或 \emptyset	空集
\subseteq	是…的子集; 包含于
\subset	是…的真子集; 真包含于
$\not\subseteq$	不包含
\cup	并集; 和集
\cap	交集; 通集
$-$	差集
\rightarrow	映射到…
\times	笛卡儿积集; 叉积集
\oplus	对称差分 (补)
\sim	绝对差分 (补)
$/$	商集
N	自然数集, 即 $\{1, 2, \dots\}$
I	整数集
N_-	负整数集
Q	有理数域
R	实数域
R^n	n 维欧氏空间
C	复数域
S	解集
\preceq	偏序
\succsim	拟序
$r(R)$	R 的自反闭包
$s(R)$	R 的对称闭包

$t(R)$	R 的传递闭包
$[a]_R$	元素 a 的 R 等价类
$C_r(A)$	A 的完全覆盖
\aleph	阿列夫
\cdot	合成、复合
R°	R 的逆
C_r	最大相容类

11. 逻辑符号

$:=$	定义为
\forall	全称量词 (所有)
\exists	存在量词 (存在)
\wedge	合取词 (且)
\vee	析取词 (或者)
\neg	否定词 (非)
\rightarrow, \Rightarrow	蕴涵词 (如果..., 则...), 重言蕴涵
$\leftrightarrow, \Leftrightarrow$	双蕴涵词 (当且仅当), 等价

12. 图论符号

$\deg(v)$	结点 v 的度数
\cong	图同构
$K(G)$	点连通度
$\lambda(G)$	边连通度
$\delta(G)$	G 中点的最小度
$\chi(v)$	色度
$\psi(v)$	消色度
$\chi'(v)$	边色度

13. 模糊数学符号

\underline{A}	模糊子集
A_λ	A 的 λ 截集
$\text{supp } \underline{A}$	\underline{A} 的支集
$\bar{H}(\underline{A})$	\underline{A} 的熵
$\overset{R}{U} \overset{V}$	U 到 V 的模糊关系 R
R°	R 的逆
$a \cdot b$	a 与 b 的内积
$a \odot b$	a 与 b 的外积
(a, b)	a 与 b 的格贴近度
$(\underline{A}, \underline{B})$	\underline{A} 与 \underline{B} 的格贴近度
$\sigma(\underline{A}, \underline{B})$	\underline{A} 与 \underline{B} 的贴近度
Rv	R 在 v 中的投影
$R u$	R 在 u 处的截影
$f: U \rightarrow V$	U 到 V 的模糊映射
$T: \mathcal{F}(U) \rightarrow \mathcal{F}(V)$	U 到 V 的模糊变换

目 录

第一章 初等数学

1.1. 初等代数	1	数	8
1.1.1. 数的基本运算	1	(1) 指数、根式	8
.....	1	(2) 对数	9
(1) 交换律	1	1.1.9. 多项式展开与	
(2) 结合律	1	多项式除法	9
(3) 分配律	1	(1) 多项式展开	9
1.1.2. 实数的绝对值	1	(2) 多项式除法	9
.....	1	1.1.10. 数列	10
1.1.3. 复数	1	(1) 等差数列	10
(1) 虚单位乘方	1	(2) 等比数列	10
(2) 虚单位开方	2	(3) 某些数列的前 n 项和	11
(3) 复数的运算	2	11
1.1.4. 乘法及因式分		1.1.11. 阶乘、排列、	
解	3	组合、二项式定	
1.1.5. 比例	4	理	12
1.1.6. 分式	5	(1) 阶乘	12
(1) 基本性质	5	(2) 排列	13
(2) 分式运算	5	(3) 组合	13
(3) 分项分式	5	(4) 二项式定理	14
1.1.7. 不等式	6	(5) 多项式公式	14
1.1.8. 指数、根式、对		1.1.12. 一次方程组	
		15