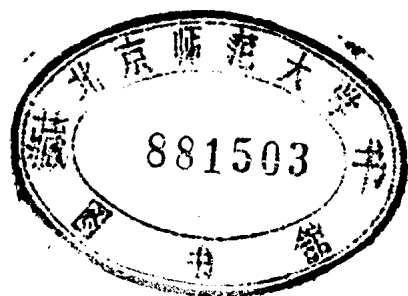


高等学校试用教材

普通物理实验

林 抒 龚镇雄

JY1/44/19



人民教育出版社

内 容 提 要

本书是在北京大学物理系历年来开设的普通物理实验讲义的基础上整理编写而成，可供综合大学物理专业普通物理实验课程作试用教材，也可供综合大学其他专业、高等师范院校、工科院校的有关课程作教学参考。

本书责任编辑 曹建庭

高等学校试用教材

普通物理实验

林 抒 龚镇雄

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京房山县印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 印张 28 字数 600,000

1981年9月第1版 1982年4月第1次印刷

印数 00,001—31,000

书号 13012·0658 定价 2.05 元

序 言

物理学是一门重要的基础科学,在高等学校,物理课是理、工、农、医及部分文科学生都要学习的基础课,而物理实验则是物理课的极为重要的有机组成部分。

物理实验教学不仅有助于学生真正理解和掌握物理学理论,而且是提高学生的分析问题和解决问题能力的不可缺少的教学环节。物理实验教学可使学生在如何运用理论知识、实验方法和实验技术解决科技问题方面得到必要的、基本的训练,对于培养学生严正的科学作风、科学态度及辩证唯物主义世界观也有着不可忽视的作用。因此,加强与改进物理实验教学是提高教学质量的关键措施之一。

要搞好物理实验教学,当然要有一支科学水平较高、教学经验较丰富的师资队伍和设备比较完全、管理比较完善的实验室。此外,在教学思想和教学方法上,我觉得需要注意妥善处理以下几个问题:

1. 必须很好地发挥教师的主导作用,又要充分发挥学生的主动能动性。

做实验和听课、看书、做习题有很大的不同。实验时,学生面对比较错综复杂的物理现象和各种实验仪器,不象在讲课或习题课中遇到的问题那样单纯,学生不但要思索而且还要动手解决各种问题。要取得好的教学效果,就应该鼓励学生树立研究问题的主动态度。实验中要向自己多问几个为什么和怎么办,要尽量运用所学的知识进行思考分析,把分析的结论指导自己的实践,再通过实践求得问题的解决。因此,实验内容的选择与安排、实验讲义的编写、实验中对学生的提问或检查以及实验报告的批阅等方面都要有利于发挥学生的主动性,既要帮助学生解决困难,又要避免指导过细和规定过死,应使学生逐步摆脱对老师的过分依赖,改变机械地按讲义步骤做实验的学习方法。

2. 要正确处理知识与能力、数量与质量的关系。

实验课的主要目的是使学生能够自行设计或选择恰当的实验方法和装置,能够正确地组装和使用仪器进行实验,最后得出正确的结论。为了培养学生的实验能力,一方面要使学生接触较多的实验,获得较丰富的实验知识(实验数量过少和选题过于狭窄是不行的);另一方面又要有计划地安排学生深入地做好少量的实验,包括一些要求自行设计实验方法的实验,给他们较充裕的时间使他们充分发挥自己的实验能力。由于时间有限,这两类不同要求的实验应有恰当的比例。此外,还可以用很少的时间安排学生参观(不是自己动手去做)一些实验,以扩大学生的眼界。

3. 在实验教学中特别要注意因材施教。

实验教学是一个特别有利于贯彻因材施教原则的教学环节。在实验室中教师直接与每一个学生接触,这样,就有可能而且应该根据每个学生的基础、能力以及其他情况作出不同的安排,提出不同的要求,并给以个别的指导。这样可以使不同程度的学生都能主动地进行学习,在原有基

础上较快地得到提高。

4. 要根据培养目标的需要和可能条件进行实验设备的更新。

随着科学技术的发展,新的物理仪器和实验方法不断出现。考虑到这一情况,教学实验应该增加新的内容,仪器设备也应不断有所更新。但是,这不等于说,教学实验所用的仪器现代化、自动化程度越高越好。这不仅是一个纯经济问题,而且从培养学生的角度看,也不能这样办。高度自动化的仪器可能把做实验变成了按电钮,致使学生所受到的培养不多;而且十分复杂或高精尖的仪器,学生很难在短时间内掌握,因而不可能让他们自己动手调试,这样,学生就处于被动状态。所以在基础课教学实验中,使用高度自动化的或高精尖的仪器对于培养学生动手能力和发挥学生的主观能动性是不利的。反之,在基础课实验中使用一些比较简单的仪器,学生可以反复试验,还可以根据需要适当改变实验条件和实验装置,这对培养学生的物理思想和动手能力都比较有利。

解放以来,各高等院校在普通物理实验教学方面积累了丰富的经验。在十年动乱期间实验室和实验教学虽然受到很大的破坏,但近几年来都迅速地得到恢复与加强,并积累了许多新的经验。在这个基础上,根据北京大学物理系开设的普通物理实验编写了这本书。由于实验教材与学校的专业设置、实验室发展的过程有关,各院校的实验教学情况肯定不尽相同,但是,这本书作为解放后出版的第一本普通物理实验教材,也许有一些参考作用。

沈克琦

编者的话

本书包含 80 个实验,绝大部分是我校解放以来教学中采用过的实验。

根据 1980 年教育部颁发的教学计划,综合性大学物理系普通物理实验的学时为 252 学时,每个实验以 4 学时计算,应有 63 个实验。实际上,由于绪论要占一定学时和每个学期都要有一定的小结、复习和考核,全部实验学时只能安排 52 或 53 个实验。我们觉得,这五十多个题目最好能分为两种,一种是所有学生都必需做的题目,约占全部题目的 $\frac{2}{3}$,余下则是不同的学生做不同的题目(简称选做题目;也可以根本不做)。这样做有利于实验的不断更新,也能开阔学生的眼界和因材施教。所以,书中列入的 80 个实验有 50 个左右内容比较基本,分量是按 4 学时安排的,供必做实验挑选,其余的实验内容比较多,面比较宽,深浅差别也比较大,供选做实验挑选。选做内容在书中以“*”表示。

全书按力学和振动、热学和分子物理、电磁学、光学几个部分顺序安排。实际教学时,可以将前面部分中难度较大的实验跟后面的电磁学、光学中的选做实验混合安排。绪论中的测量误差和数据处理是基础实验课的重要内容之一,书中安排了相当大的分量。为了保持这部分内容的系统性,我们把它集中写在前面。然而,应按教学进度分散使用。大体上,实验刚开始时可先介绍误差的基本概念、简单的误差计算和有效数字运算。以后在方、熟实验中主要是巩固偶然误差和有效数字的应用,学习作图和列表,并逐步介绍实验中遇到的系统误差。过一两个学期之后,可以进一步学习偶然误差的基本理论和系统误差分析。至于具体的系统误差和回归法处理数据,则完全分散到具体的实验中学习。我们觉得,每个教学实验都应有它的学习重点,不必都要求学生计算误差,只在有意识地训练误差或数据处理的实验中,才指明要计算哪些误差或用哪种方法处理数据。也就是说,只有作完全部普物实验,绪论中的误差和数据处理才算学完。

为了使学生能掌握好实验和因材施教,多数实验都编有[问题],其中各个题目的深浅程度有较大的差别,而且有些还需要动手再做一做实验,这需要教师根据学生的程度和实验室条件挑选并作好安排。

书中还有些实验并列了两种或两种以上的测量方法和装置,这并不是说在一次实验中每个学生把这两种方法都要学到,只是提供给教师选择,既可以选其中一种给所有的学生做,也可以让一部分学生做一种,另部分学生做另一种。

实验教学是一件集体的事业,无论是装置的制作,实验的安排,讲义的编写都是实验室工作人员集体的活动和多年来任课教师和实验员不断改进的产物。在这个基础上编写的教材,理所当然地反映了北大物理系普通物理实验室许多同志多年积累的劳动成果。这里,我们特别要提出的是马靛廉、郭元恒、何雪华、谢慧媛、李文河、邵义全、何圣静等同志的劳动成果。在本书编写期间,我们还得到了校内外许多同志的帮助,特别是兄弟院校对我们的支持和鼓励。申世璋同志

还帮助审阅了本书的部分习题,这里,我们致以衷心的感谢。

至于书中收进的79年以后新排的少数实验,以及从兄弟院校编写的讲义中引进的实验,都列出了主要编者或院校。

限于我们的水平和教学经验的不足,书中定有不少缺点和错误,请读者批评指正。

目 录

第一章 绪论1	(一) 气轨上的滑块碰撞.....99
第一节 怎样学好物理实验.....1	(二) 悬柱的碰撞实验.....102
第二节 测量误差.....2	*实验 10 用开特摆测定重力加速度.....103
一、物理实验与测量误差.....2	*实验 11 三线悬盘实验.....112
二、测量误差的基本知识.....3	*实验 12 在斥力和引力场中运动物体的能量 转换和受力情况.....115
三、误差分析应用举例.....11	实验 13 简谐振动.....119
*四、偶然误差理论简述.....13	(一) 弹簧振子的简谐振动(焦利秤).....119
*五、处理系统误差的一般知识.....18	(二) 弹簧振子的简谐振动(气轨).....122
习题.....23	实验 14 阻尼振动.....127
第三节 测量结果的有效数字及数据处理.....26	(一) 弹簧振子的阻尼振动.....127
一、测量结果的有效数字.....26	(二) 扭摆的阻尼振动.....130
二、列表在数据处理中的应用.....31	实验 15 受迫振动.....134
三、用作图法处理数据.....32	(一) 弹簧振子的受迫振动.....134
*四、用最小二乘法求经验方程.....37	(二) 扭摆的受迫振动.....137
第二章 力学和机械振动43	实验 16 弦的振动实验.....140
实验 1 用米尺、游标尺、螺旋测径器、读数显微镜 测量长度.....43	*实验 17 用驻波法测量声波在空气中的传播 速度.....142
实验 2 用天平称衡物体的质量.....51	第三章 热学和分子物理学145
实验 3 测定固体的密度.....62	实验 18 测定冰的熔解热.....145
(一) 用流体静力称衡法测定固体的密度.....62	实验 19 用混合法测定比热容.....149
(二) 用比重瓶测定小块固体的密度.....64	(一) 用混合法测定金属的比热容.....149
实验 4 用自由落体测定重力加速度.....66	(二) 用混合法测定不良导体的比热容.....152
(一) 用自由落体测定重力加速度(光电计时).....66	实验 20 用冷却法测定比热容.....154
(二) 用自由落体测定重力加速度(火花计时).....69	(一) 用冷却法测定液体的比热容.....154
实验 5 匀速运动和匀变速运动.....71	(二) 用冷却法测定金属的比热容.....157
(一) 用光电法研究匀速直线运动和匀加速直线 运动.....71	实验 21 测定热功当量.....159
(二) 用火药法研究匀速直线运动和匀加速直线 运动.....76	(一) 用电热法测定热功当量.....159
实验 6 测定杨氏模量.....81	(二) 用机械功与热量的转换测定热功当量.....162
(一) 用金属丝的伸长测定杨氏模量.....81	*实验 22 测定导热系数.....166
(二) 用梁的弯曲测定杨氏模量.....86	(一) 测定金属的导热系数.....166
实验 7 单摆实验.....88	(二) 用稳态平板法测定不良导体的导热系数.....168
(一) 用单摆测定重力加速度.....88	*实验 23 测定固体的线膨胀系数.....170
*(二) 单摆的周期与摆幅的关系.....91	实验 24 校准液体温度计.....176
实验 8 刚体转动实验.....95	实验 25 测定液体的粘滞系数.....180
实验 9 碰撞实验.....99	(一) 用斯托克斯公式测定液体的粘滞系数.....180
	(二) 用毛细管粘滞器测定液体的粘滞系数.....183

(三) 用转筒法测定液体的粘滞系数185

实验 26 用扭力天平测定水的表面张力系数...190

*实验 27 空气温度计.....193

实验 28 测定空气的密度.....197

*实验 29 观测悬浮在空气中微粒的布朗运动...201

*实验 30 测定空气的比热容比.....205

第四章 电学.....209

实验 31 电学实验基本知识.....209

实验 32 电表的扩程和校准.....214

实验 33 用惠斯通电桥测电阻.....217

实验 34 用电位计测量电动势.....221

实验 35 学习使用万用电表.....225

*实验 36 控制(变阻器)电路的安排.....231

实验 37 测量二极管的伏安特性.....235

实验 38 用双电桥测低电阻.....238

实验 39 学习使用灵敏电流计.....242

实验 40 用电流场模拟静电场.....246

*实验 41 用放电法测量超高电阻.....250

实验 42 学习使用电子示波器.....256

实验 43 温差电偶的校准和测温.....261

*实验 44 电化当量的测定.....264

*实验 45 弱电流的放大.....265

实验 46 使用电子记录仪及测定电阻温度系数.....271

实验 47 用霍尔元件测量磁场.....275

实验 48 用冲击电流计测定螺线管磁场.....279

*实验 49 测定软磁材料的磁滞回线.....285

*实验 50 电磁测量中的示波法.....288

实验 51 交流电压和电流的测量.....292

实验 52 交流电路功率的测量.....299

实验 53 交流电桥.....304

实验 54 交流电路的谐振现象.....310

实验 55 *RLC*串联电路的稳态特性.....314

实验 56 *RLC*串联电路的暂态过程.....319

*实验 57 电子射线的电聚焦和磁聚焦.....324

*实验 58 电子射线的电偏转和磁偏转.....328

*实验 59 电动机的运转和它的特性.....333

*实验 60 变压器性能的初步研究.....337

第五章 光学.....341

实验 61 薄透镜焦距的测定.....342

*实验 62 确定透镜组的基点.....345

*实验 63 观察透镜的象差.....349

实验 64 望远镜、显微镜及其使用.....353

实验 65 照相、印相和放大.....359

实验 66 分光计的调节和使用.....364

实验 67 用极限法测固体和液体的折射率.....369

实验 68 光度测量.....373

实验 69 考察透镜成像时象的照度.....377

*实验 70 光的干涉现象的观测.....382

实验 71 测量单缝衍射的光强分布.....387

实验 72 光波波长的测量及光栅特性.....390

实验 73 迈克耳孙干涉仪.....393

*实验 74 用瑞利干涉仪测空气折射率.....398

*实验 75 光电倍增管和它的光谱响应.....401

实验 76 旋光现象和量糖计.....407

*实验 77 菲涅耳反射公式的研究.....415

实验 78 光谱的拍摄.....419

*实验 79 光电效应及普朗克常数的测定.....426

实验 80 阿贝成像原理和空间滤波.....429

附录 普通物理实验室常用光源.....435

附表一 不同温度下水的密度.....437

附表二 水在不同温度下的饱和蒸气压.....437

附表三 水的沸点随压强的变化.....437

附表四 空气的相对湿度与干湿球温度计温差的关系.....438

附表五 水的粘滞系数和表面张力系数随温度的变化.....438

附表六 几种常用温差电偶的温差电动势.....438

第一章 绪 论

第一节 怎样学好物理实验

普通物理实验是物理专业第一门独立的实验课程。对低年级的学生开设这门课程，不单是由于物理学是一门实验科学，重要的是物理实验本身有它一套实验知识、方法、习惯和技能，要掌握好这套实验知识、方法、习惯和技能，需要由浅入深，由简到繁加以培养和锻炼，也就是在低年级应打下良好的基础。

由于中学阶段对实验的训练比较薄弱，要学好这门课不但要花气力下功夫，而且还要有一定的学习方法。那么，怎样才能学好这门课程呢？

第一，要注意掌握实验中所采用的实验方法，特别是基本的测量方法。基本的测量方法是经常会用到，也是复杂的测量方法的基础，学习时不但要弄明白它的道理，也要逐步熟悉和记牢。任何实验方法都有它的运用条件、优点和缺点，只有亲自认真做过实验才能对这些条件、优缺点有较深的印象。

第二，要有意识地培养良好的实验习惯，教材中不少地方叙述应如何纪录原始数据和处理数据、注意和纪录实验的环境条件（如温度、湿度）、安排实验仪器和装置、一般的操作习惯、乃至一些操作的姿势。这些良好习惯是经历很多实验后的总结，它能保证实验安全、避免差错。但是，就单个习惯而言，由于它很易明白，不难掌握，反而容易被学生忽视，认为无关紧要。实际上，要真正养成习惯不光是经过多次实验，还要在每次实验中有意识地锻炼自己。

第三，要逐步学会分析实验，排除实验中出现的各种故障。实验最后一般总获有数据结果，这些数据是否正确靠什么去判断？数据的好坏又说明什么？实验结果是否正确？这些问题主要是要靠分析实验本身来判断，即必须分析实验方法是否正确，它带来多大误差，仪器带来多大的误差，实验环境有多大的影响等等。由于普物实验的学习对象是大学低年级学生，他们的实验经验很少，也未掌握分析实验的方法，所以，实验时往往由实验室给出标准数据，或者安排一些已有十分确定的理论结果的实验题目，这都是为了帮助学生判断实验结果而设置的。但是学生千万不要误认实验的目的是为了做出标准数据结果。往往有些学生，当实验数据和理论计算一致时，就会心满意足，简单地认为已经学好了这次实验；而一旦数据和计算差别较大，又会感到失望，抱怨仪器装置，甚至拼凑数据，这两种表现都是不正确的。实际上，任何理论公式都是一定的理论上的抽象和简化，而客观现实和实验所上的环境条件要复杂得多，实验结果必然会带来和理论公式的差异；问题在于差异的大小是否合理。所以，不论数据好坏，主要地是要逐步学会分析实验，找出好坏的原因。

当出现数据不佳时，应该怎样对待呢？首先，要检查自己的操作和读数，这往往需要重复一下实验，关键的操作和读数最好请教师当场检查和指导，如果操作和读数都正确，那么毛病可能出现在仪器和装置上，仪器装置的小毛病和小故障，学生要力求自己动手解决，起码要留意观察

教师怎样动手解决。即使是仪器装置失灵，也要观察教师怎样去判断仪器的毛病，怎样修复（可能当场修复的仪器）。应该说，能否发现仪器装置故障以及修复仪器是实验能力强弱的一个重要表现，学生也要逐步有所提高。

第四，每次实验要掌握好重点。实验是一件实际的工作，除了重点的学习内容外，还会遇到很多零散的问题，做一些枝节的工作。这些工作固然需要做好，但要把它完全搞清弄懂，时间上是不可能的。所以教材中写上“学习重点”，帮助学生注意在该次实验中把主要精力放在什么地方，以提高学习的效率。

本书中每个实验都包括有一定的测量内容，通过这些测量使学生体验实验方法和练习操作，并取得必要的数值。在完成规定的测量内容以后，如果还有富裕的时间，可以根据自己实验时的具体情况来分析一下实验可能存在的问题，例如所用的某个仪器是否可靠？实验条件是否已得到满足？如何予以证实？或者提出对实验内容或仪器的一些小改进等。也可以针对问题作进一步实验。除了觉得自己的操作太生疏需要熟习一下外，一般不必简单地重复。

实验有它自己的特点和规律，要学好实验不是一件容易的事情。希望学生在学习过程中能够不断提高对实验的兴趣，打好基础，注意培养自己成为优秀的物理学家。

第二节 测量误差

测量误差是一门专门的科学，深入的讨论它，需要有丰富的实验经验和较多的数学知识。下面介绍有关测量误差的基本知识，希望学生着重了解它的物理内容，学会简单的计算，领会误差分析的思想对于做好实验的意义。

一、物理实验与测量误差

物理实验离不开对物理量进行测量。由于测量仪器、实验条件以及种种因素的局限，测量是不能无限精确的，测量结果与客观存在的真值之间总有一定差异，也就是说总存在着测量误差。测量结果误差的大小反映我们的认识接近于客观真实的程度。

测量误差问题与物理实验的各个方面都有密切的关系。

实验总是根据所要求的精确度，也就是对测量结果误差限度的一定要求，来制订方案并选用仪器的。在一定的要求下，还要以最小的代价来取得最好的结果。不能要求仪表是越高级越好，环境条件（如恒温、恒湿）是越稳定越好，测量次数是越多越好等等。这样要求是不切实际或是浪费的。测量结果的误差是各个因素所引起的误差的总合。减小某些因素所引起的误差，代价较小；而减小另一些因素所引起的误差，所需的代价可能很大。为了提高测量的精确程度，往往是着力于减小某一、二项主要的误差。于是，就要根据要求和误差的考虑进行合理的设计以及选择方案和仪器。

在选择实验方案、设计实验装置时，总是要突出所要研究或测量的对象，排除干扰，也就是要尽量地提高“讯噪比”，更不能使待测量淹没在误差之中。例如：

现代实验中一些高灵敏度的测量装置放在超低温条件下进行工作，其原因之一是为了降低

热噪声(一种由于分子热运动而引起的测量误差),以利于提取所需的信息。又如,验证引力波存在的一个实验,是观测中子双星公转周期由于引力辐射而引起的变化。选择中子星是因为其质量大而体积小,可以严格地看作质点而不致因潮汐影响其周期变化;由于中子星公转不辐射电磁波,所以不致使引力辐射的影响为比它强得多的电磁辐射所掩盖。在设计实验时,可以对一些误差进行修正,但修正项太大了是不好的,其无法消除的残余影响会较大。

在确定实验方法时,常常采用一种相对测量法,即比较法。只要保持在同样条件下进行实验,就可以消除许多项误差的影响。设法采用这种或者那种的测量方法,如替代法、天平的复称法等等,无非也是为了减小测量误差。对测量公式进行这种那种的修正,也是为了排除某些误差的影响。

在调节仪器时,如调铅直、水平,要考虑调到什么程度才能使它的偏离对实验结果造成的影响可以略去不计。在考虑保证实验条件时(如恒流、稳压),也要考虑保证到什么程度。在使用仪表时,如用伏特计测电压,就要考虑接入电表后引起电路改变所带来的误差,以及对结果是否有影响等。仪表量程的选用也与误差考虑有关。

在做实验的时候,要心中有数。根据误差分析,对于对结果影响大的关键量就要努力围绕它把它测准;有的量测不太准对结果没有影响,就不必花大力气作徒劳的工作。要在现有的条件下使实验得出最好的结果来。要精心测量,合理安排,选择适宜的参量。如用混合量热法做实验时,初温、终温如何选择可以减少误差等。

在处理数据时,有如何充分利用、合理取舍测量数据的问题。个别异常的数据根据一定判据可以舍去,但又不能随意乱来。对于实验所取得的有限的的数据,怎样最充分地发挥其作用?对于记录仪器所提供的大量数据,如何取样才恰到好处?例如从衰减曲线求相邻两个振幅比,选用哪一段?隔一个振幅还是隔多个振幅来求?怎样充分利用这段记录曲线等。又如数据尾数的舍入法则采取“小于五则舍,大于五则入,等于五则末位凑成偶数”的法则等,都是与误差考虑有关的。

处理数据时既不能引进“误差”来,也不必作白费力气的工作。如计算时常数取到哪一位上?运算过程中及结果写下几位?近似公式用到哪一级近似?作图时坐标比例尺大小的选取等。怎样做到既不影响结果,又能节约时间及工具?由图上求直线的斜率,怎样作误差最小等?都需要予以考虑。

实验结果精确程度的正确表达,当然是误差计算及分析的结果。实验结果验证了理论还是推翻了理论假设,都要看它是否在测量误差范围之内还是超出了测量误差范围以外。如迈克耳孙-莫雷实验,就是先确定了实验可能产生的误差限度。如果根据旧的概念,即认为光速相对于不同的、相互作用匀速直线运动的参照系是不同的这个前提,实验中光的干涉条纹就会表现出有一定的移动,这个移动不会被测量误差所掩盖。然而,实验结果没有发现干涉条纹的移动,于是就可以用“在真空中相互作用匀速直线运动的两个参照系中光速不变”来解释实验结果。又如要用观测地下自然电位变化来反映地下应力变化,必须有根据地排除仪器的零点漂移、天电干扰、由于下雨或附近施工引起地下水变化所致的效应等。不然会得出错误的结论。

二、测量误差的基本知识

(一) 什么是测量误差

前已讲述,在任何测量中,由于各种原因,测量值与真值之间总是存在着差异,测量值 N 与真值 N' 之差就称为测量误差 $\Delta'N$

$$\Delta'N = N - N' \quad (1)$$

误差存在于一切测量之中,而且贯穿测量过程的始终。每使用一种仪器,进行一次测量,都会引进误差。测量所根据的方法和理论越繁多,所用的仪器装置越复杂,所经历的时间越长,引进误差的机会和可能就越多。弄得不好,就不一定能达到提高测量精确度的目的。

(二) 误差的性质和来源 系统误差和偶然误差

误差根据其性质分为两类: 系统误差和偶然误差。

1. 系统误差

系统误差总是使测量结果向一个方向偏离,其数值一定或按一定规律变化。它的来源有以下几方面:

(1) 仪器误差。这是由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器而造成的。如仪器零点不准,放大器的非线性,照相底板的收缩,在 20°C 下标定的标准电阻在 30°C 下使用等。

(2) 理论(方法)误差。这是由于测量所依据的理论公式本身的近似性,或实验条件不能达到理论公式所规定的要求,或测量方法所带来的。如理论公式中没有把散热考虑在内,没有把接线电阻和接触电阻考虑在内;摆的周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 的成立条件是摆角趋于零,这在实际上是达不到的;用伏安法测电阻时电表内阻的影响等。

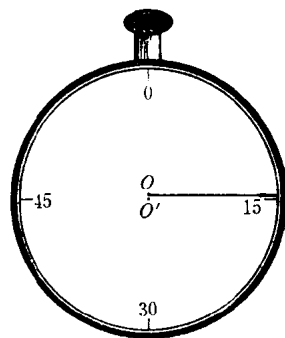
(3) 个人误差。这是由于观测者本人生理或心理特点造成的。如用停表计时,有人常失之过长,有人常失之过短。

系统误差有些是定值的,如游标尺的零点不准;有些是积累性的,如用受热膨胀的钢质米尺进行测量,其指示值就小于真实长度,误差值随待测长度成比例增加;还有些是周期性变化的,如仪器的转动中心读数与刻度盘的几何中心不重合造成的偏心差就是一种周期性变化的系统误差。如图(一)所示,停表秒针的转轴 O 与表盘中心 O' 不重合,秒针转过 $\frac{1}{4}$ 圈时指14.8秒,转过半圈时指30.0秒。显然,秒针在不同位置时系统误差数值不同,它是周期性变化的,但对于指针的一定位置,它是定值的;还有些系统误差是按其他一些特定的规律变化的。

系统误差总是使测量结果偏向一边,即或者偏大,或者偏小,因此,多次测量求平均值并不能消除系统误差。

对于不同学科领域、不同类型仪器、不同测量方法,往往有某些共同性的系统误差。如热学实验中常见的有温度计的误差、测温没有达到热平衡及散热的误差,金属量具的残余应力误差,电子仪表的零点漂移和非线性误差等。

找到了某个系统误差产生的原因,就可以采取一定的方法去消除它的影响或对测量结果进行修正。



图(一)

4. 偶然误差

在测量时,即使排除了产生系统误差的因素(实际上不可能也不必要绝对排除),进行了精心的观测,仍将存在一定的误差。这种误差是由于人的感官灵敏程度和仪器精密程度有限,周围环境的干扰以及随测量而来的其他不可预测的偶然因素造成的。如用米尺测量一组振幅,每次判断振幅大小以及用尺去对准它并估计毫米以下的一位读数值,都有一定的偶然性,都会带来误差。又如测量时温度的微小起伏,气流的扰动等会造成测量结果的无序变化。不规则的地脉动和杂散电磁场会影响精密测量等等。这些由于偶然的或不确定的因素所造成的每一次测量值的无规则的涨落,称为偶然误差,也叫随机误差。

偶然误差的存在使每次测量值偏大或偏小是不定的,但它服从一定的统计规律。常见的一种是比真值大或比真值小的测量值出现的几率相等,而且误差较小的数据比误差较大的数据出现的几率大,同时,绝对值很大的误差出现的几率趋于零。因此,增加测量次数,可以减小偶然误差,这就是我们在实际工作中常常采取重复多次测量的依据。但是,偶然误差是不能消除的。

根据偶然误差的性质,有多种处理偶然误差的理论和方法。

总之,系统误差与偶然误差性质不同,来源不同,处理方法也不同。测量精密度高,是指偶然误差小;测量准确度高,是指系统误差小;而精确度(有时简称精度)是把两者都包括进去了。影响测量结果的精确度的,有时主要因素是偶然误差,有时主要因素是系统误差,对于每项具体工作需要进行分析。测量结果的总误差是系统误差和偶然误差的总合。

有时候,系统误差与偶然误差是加以区别、分别处理的。在精密测量时尤其如此。有时候,只为了说明总误差的限度,就不加以区别,许多不太精密的仪器的最大允许误差(如电表的精度级别)就是既包括系统误差又包括偶然误差。有时候,也难于划分或区别它们。某些情况,如尺子刻度的不均匀性,球不圆等,对于尺上或球上的某个确定的位置,它与准确值或平均值的偏差是确定的;但是对于各处来说,又有随机性,对这类测量对象的不确定性以及一些有抵消性的误差,可以当作偶然误差来处理,以多次测量表示其结果及计算误差。

至于因仪器损坏、设计错误、操作不当等而造成的测量错误,不是测量误差。

(三) 直接测量结果及其偶然误差的估计

这一节里,我们假定在没有系统误差存在的情况下,来讨论偶然误差问题。

1. 以算术平均值代表测量结果

前已说过,由于测量误差的存在,在计量性测量中,真值总是不能确切知道的;对于某一物理量进行多次测量的结果不会完全一样。那么怎样最好地表示测量结果,使它最合理地代表真值呢?常用的是,在测量条件不变的情况下,以多次(k 次)测量的算术平均值作为测量结果,是真值的最好近似,即测量结果

$$N = \bar{N} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{k} = \frac{1}{k} (N_1 + N_2 + \dots + N_k), \quad (2)$$

其中 N_i 是第 i 次测量值。

例(1) 对某一长度测量 10 次,结果如下:

$N_i = 63.57, 63.58, 63.55, 63.56, 63.56, 63.59, 63.55, 63.54, 63.57, 63.57 \text{cm}$. 求测量结果.

解: $\bar{N} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} N_i = \frac{1}{10} (63.57 + 63.58 + 63.55 + 63.56 + 63.56 + 63.59 + 63.55 + 63.54 + 63.57 + 63.57) = 63.564 \text{cm}$.

2. 多次测量结果偶然误差的估计

根据式(1)误差的定义可知, 由于真值不能确定, 那么误差也只能估计. 估计偶然误差的方法有许多种, 最通用的是以标准偏差来表示偶然误差. 有限次(k 次)观测中的某一次测量结果的标准偏差用 σ 表示①:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (N_i - \bar{N})^2}{k-1}} \quad (3)$$

k 次测量结果的平均值 \bar{N} 的标准偏差 $\sigma_{\bar{N}}$ 为

$$\sigma_{\bar{N}} = \frac{\sigma}{\sqrt{k}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (N_i - \bar{N})^2}{k(k-1)}} \quad (4)$$

(4)式表示多次测量减小了偶然误差.

例(2) 根据例(1)的数据, 计算 σ 及 $\sigma_{\bar{N}}$.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (N_i - \bar{N})^2}{9}} = \sqrt{\frac{2040 \times 10^{-6}}{9}} \quad (2)$$

① 实际上, (3)式为有限次观测的结果 s , 它与无穷多次测量下的 σ 是有区别的. 进一步的说明见本节四.

② 实际计算 σ 时, 常用的计算式是

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{k-1} \left(\sum_{i=1}^k N_i^2 - \frac{T^2}{k} \right)} \quad (3')$$

其中

$$T = \sum_{i=1}^k N_i$$

或

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{k-1} \left(\sum_{i=1}^k N_i'^2 - \frac{T'^2}{k} \right)} \quad (3'')$$

其中

$$T' = \sum_{i=1}^k N_i'$$

(3')式可以不先计算平均值 \bar{N} , 这在许多场合下是方便的. (3'')式中的 $N_i' = N_i - a$, a 可取某一与 N_i 相近的数. 如果再挪动一下小数点的位置, 即增大几个数量级, 或者理解为改变一下单位, 就更方便了. 如上例中取 $a = 63.50$, 则 $N_1' = 63.57 - 63.50 = 0.07$, $N_2' = 63.58 - 63.50 = 0.08 \dots$, 移过两位小数计算即令 $N_1 = 7$, $N_2 = 8 \dots$, 有 $T' = 7 + 8 + 5 + 6 + 6 + 9 + 5 + 4 + 7 + 7 = 64$, $\sigma = \sqrt{\frac{1}{9} \left[(7^2 + 8^2 + 5^2 + \dots) - \frac{(64)^2}{10} \right]} = 1.506$. 注意把小数点挪回两位, 即 $\sigma \approx 0.015 \approx 0.02 \text{ cm}$.

$$=0.01506 \approx 0.02 \text{cm.}$$

$$\sigma_{\bar{N}} = \frac{\sigma}{\sqrt{10}} = 0.00476 \approx 0.005 \text{cm.}$$

由于偶然误差本身是一个估计值, 所以其结果一般只取一位或两位数字. 为简单起见, 这里只取一位, 下同.

估计偶然误差的另一种方法是以算术平均偏差 δ 来表示, 即

$$\delta = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k |N_i - \bar{N}|. \quad (5)$$

用例(1)的数值计算有

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{10} (0.006 + 0.016 + 0.014 + 0.004 + 0.004 \\ &\quad + 0.026 + 0.014 + 0.024 + 0.006 + 0.006) \\ &= 0.012 \text{ cm.} \end{aligned}$$

在测量次数很多时 δ 与 σ 间存在关系:

$$\sigma \approx 1.25\delta. \quad (6)$$

我们可以通过这个关系来估算 σ 和 $\sigma_{\bar{N}}$, 即

$$\sigma_{\bar{N}} = \frac{5}{4} \frac{1}{k\sqrt{k}} \sum_{i=1}^k |N_i - \bar{N}|. \quad (7)$$

根据统计理论, 表示偶然误差范围的方法还有其他多种, 这里就不叙述了.

实际工作中, 有时测量不能重复, 有时不需精确测量, 我们便采取一次测量并估计误差. 估计误差要根据仪器的分度值大小, 测量的环境条件等具体考虑, 要尽量符合实际情况. 一次测量估计的误差可以包括偶然误差和系统误差, 要根据情况进行处理.

(四) 测量结果的表示 绝对误差和相对误差

1. 把测量结果表示成 $N \pm \Delta N$ 的形式

我们通常把测量结果及其偶然误差写成 $N \pm \Delta N$ 的形式, 其中 N 是测量值, 它可以是一次测量值, 也可以是多次测量的平均值 \bar{N} , ΔN 是绝对误差. 后面讲的间接测量结果也要表示成这种形式. 例如: 测得一长度 $l = 8.05 \pm 0.08 \text{cm}$, 这个表示不理解为 l 只有 $8.05 + 0.08 = 8.13 \text{cm}$ 和 $8.05 - 0.08 = 7.97 \text{cm}$ 两个值, 而是表示 l 在 8.05 附近正、负 0.08cm 这个范围内包含真值的一定的可能性(几率). 因此, 不排除多次测量中有部分测量值在 $N \pm \Delta N$ 以外. 不同的估计方法得到的 ΔN 表示在 $N \pm \Delta N$ 范围内包含真值的不同的几率; 或者说, 对于不同的置信度, ΔN 的大小是不同的. 对于多次测量的结果, 一般用 $\bar{N} \pm \sigma_{\bar{N}}$ 代表 $N \pm \Delta N$.

2. 相对误差

误差还有一种表示法即相对误差, 用 $\frac{\Delta N}{N}$ 来表示, 也叫百分误差. 如上例的相对误差为 $\frac{0.08}{8.05}$

$\approx \frac{1}{100}$ (1%). 相对误差与绝对误差之间的关系是:

$$\Delta N = N \times \left(\frac{\Delta N}{N} \right).$$

ΔN 与 $\frac{\Delta N}{N}$ 的互换运算在实际工作中会经常遇到, 我们必须熟练. 相对误差 $\frac{\Delta N}{N}$ 常常写作百分之几 $\left(\frac{\sim}{100} \right)$ 、千分之几 $\left(\frac{\sim}{1000} \right)$ 、万分之几 $\left(\frac{\sim}{10000} \right)$ ……. 如:

$$l = 26.3 \pm 0.1 \text{ km},$$

$$\frac{\Delta l}{l} \approx \frac{1}{260} \approx \frac{4}{1000} = 0.4\% = 4 \times 10^{-3}.$$

$$a = 0.32 \pm 0.02 \text{ cm}, \quad \frac{\Delta a}{a} \approx \frac{2}{32} \approx \frac{6}{100}.$$

对于两个测量结果, 绝对误差大的, 其相对误差不一定大; 相对误差大的, 其绝对误差不一定大. 如上例中, $\Delta l \gg \Delta a$, $\frac{\Delta l}{l} \ll \frac{\Delta a}{a}$.

(五) 间接测量结果误差的计算, 误差的传递和合成

由直接测量的量代入公式计算, 得到结果, 称为间接测量. 直接测量有误差, 因此间接测量也会有误差, 这就是误差的传递.

1. 误差传递的基本公式

$$\text{设 } N = f(x, y, z, \dots), \quad (8)$$

x, y, z 为独立的物理量. 对(8)求全微分, 有

$$dN = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \dots \quad (9)$$

(9)式表示, 当 x, y, z 有微小改变 dx, dy, dz 时, N 改变 dN . 通常误差远小于测量值, 把 dx, dy, dz, dN 看作误差, 就是误差的传递公式了.

有时把(8)式取对数后再求全微分, 有

$$\ln N = \ln f(x, y, z, \dots), \quad (10)$$

$$\text{及} \quad \frac{dN}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial x} dx + \frac{\partial \ln f}{\partial y} dy + \frac{\partial \ln f}{\partial z} dz + \dots \quad (11)$$

(9)式和(11)式就是误差传递的基本公式. 其中(9)式中的 $\frac{\partial f}{\partial x} dx, \frac{\partial f}{\partial y} dy, \frac{\partial f}{\partial z} dz$ 及(11)式中的 $\frac{\partial \ln f}{\partial x} dx, \frac{\partial \ln f}{\partial y} dy, \frac{\partial \ln f}{\partial z} dz$ 各项叫做分误差. $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$ 或 $\frac{\partial \ln f}{\partial x}, \frac{\partial \ln f}{\partial y}, \frac{\partial \ln f}{\partial z}$ 叫做误差的传递系数. 由(9)及(11)式可见: 一个量的测量误差对于总误差的贡献, 不仅取决于其本身误差大小, 还取决于误差传递系数. 对于和、差的函数, 用(9)式方便; 对于积、商的函数, 用(11)式方便.

2. 偶然误差的传递和合成

由各部分的分误差组合成总误差, 就是误差的合成. 误差的传递公式(9)、(11)中也包括了

误差的合成。

各个独立量^①测量结果的偶然误差,是以一定方式合成的,如果用标准偏差代表偶然误差^②,可以证明,他们的合成方式是方和根合成。即由(9)及(11),有

$$\sigma_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2}, \quad (12)$$

$$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2} \quad (13)$$

常用函数的偶然误差传递公式(标准偏差的方和根合成)如表(I)所示。

表 (I) 常用函数的标准偏差传递公式

函数表达式	标准偏差传递(合成)公式
$N = x + y$	$\sigma_N = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$
$N = x - y$	$\sigma_N = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$
$N = xy$	$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$N = \frac{x}{y}$	$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$
$N = \frac{x^k y^m}{z^n}$	$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{k^2 \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + m^2 \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 + n^2 \left(\frac{\sigma_z}{z}\right)^2}$
$N = kx$	$\sigma_N = k\sigma_x, \quad \frac{\sigma_N}{N} = \frac{\sigma_x}{x}$
$N = k\sqrt{x}$	$\frac{\sigma_N}{N} = \frac{1}{k} \frac{\sigma_x}{x}$
$N = \sin x$	$\sigma_N = \cos x \sigma_x$
$N = \ln x$	$\sigma_N = \frac{\sigma_x}{x}$

由表(1)可见: 加减法用绝对误差平方和, 乘除法用相对误差平方和, 都取正号。

归纳起来, 求间接测量结果误差(标准偏差的方和根合成)的步骤为:

- (1) 对函数求全微分(或先取对数再求全微分);
- (2) 合并同一变量的系数;
- (3) 将微分号变为误差号, 求平方和。注意各项均用“+”号相连。

例(3) 用流体静力称衡法测固体密度的公式为 $\rho = \frac{m}{m - m_1} \rho_0$, 测得 $m = 27.06 \pm 0.02 \text{g}$, $m_1 = 17.03 \pm 0.02 \text{g}$, $\rho_0 = 0.9997 \pm 0.0003 \text{g/cm}^3$, 求 σ_ρ 。

解: (1) 取对数, 求全微分

① 两个量相互独立是指一个量的变化与另一个量的变化完全无关。如果不是独立量, 误差传递公式就要更复杂。

② 证明见本节四。