

经济数学

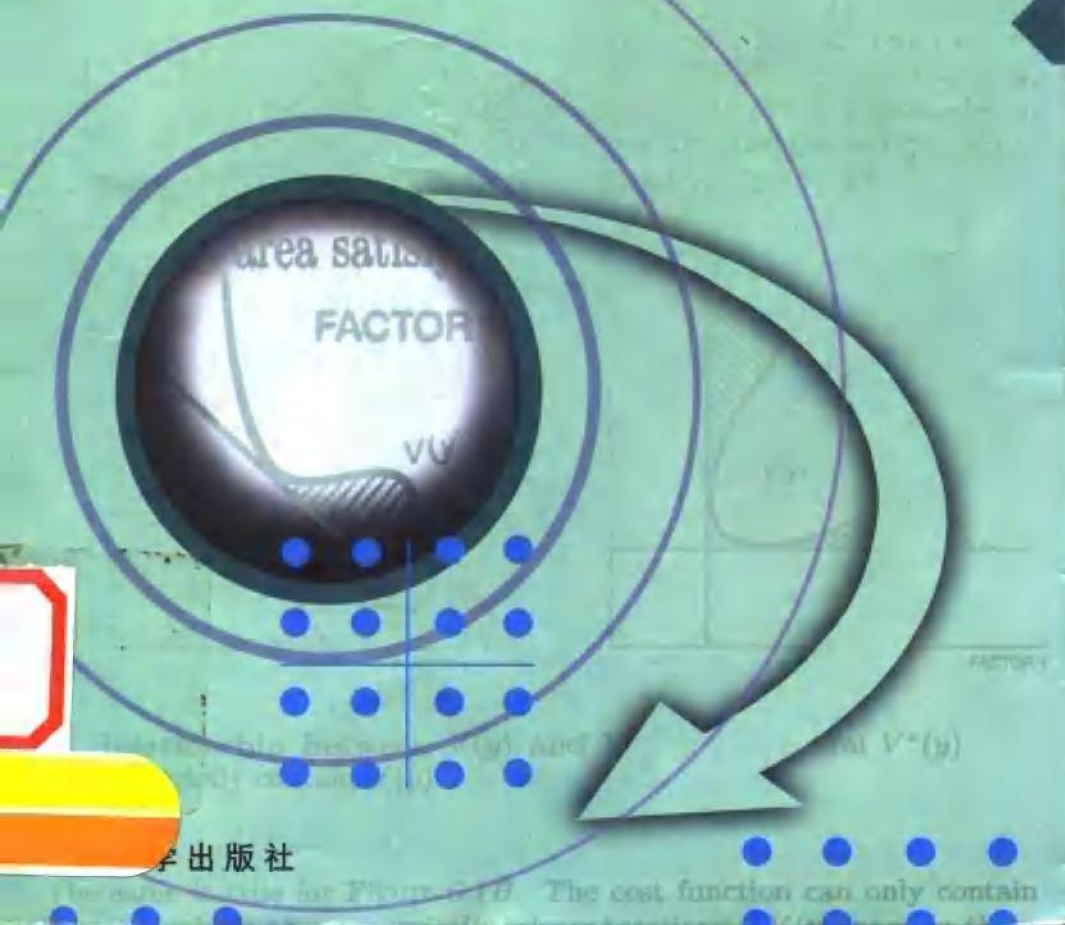
Mathematics for Economists

[美] E·罗伊·温特劳布 著

E. ROY WEINTRAUB

国外经济学教材库

The Treasure House of Foreign Economics Textbook



学出版社

国外经济学教材库

经 济 数 学

[美]E·罗伊·温特劳布 著

王 宇 王文玉 译

经 济 科 学 出 版 社

图字:01—98—0453

Mathematics for Economists

Copyright ©1982 by Cambridge University Press

©1998 中文简体字版专有出版权属经济科学出版社

经济数学

〔美〕E·罗伊·温特劳布 著

王宇 王文玉 译

*

经济科学出版社出版、发行 新华书店经销

北京地质印刷厂印刷

出版社电话:62541886 发行部电话:62568479

经济科学出版社暨发行部地址:北京海淀区万泉河路 66 号

邮编:100086

*

880×1230 毫米 32 开 6.5 印张 170000 字

1999 年 2 月第一版 1999 年 2 月第一次印刷

印数:0001—5000 册

ISBN 7-5058-1618-7/G·332 定价:14.00 元

图书在版编目(CIP)数据

经济数学/(美)温特劳布(Weintraub, E. R.)著;王宇,王文玉译.
—北京:经济科学出版社,1998.12

(国外经济学教材库)

书名原文:Mathematics for Economists

ISBN 7-5058-1618-7

I. 经… I. ①温… ②王… ③王… III. 经济数学 IV.
F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 38151 号

给未来的经济学家

——译者的话

在现代社会,随着经济学的日益形式化和规范化,人们已经逐渐认识到,一个好的数学家可以不必是一个经济学家;而一个好的经济学家则必须是一个不错的数学家。因为在现实生活中,对于像“如何解释失业率的变化”、“如何说明通胀率与失业率之间的交替关系”等典型的经济学问题,常常会涉及到对有关数学概念的理解和对有关数学关系的表达。

非常明显,一个人对于函数和变量等数学知识掌握得越多、理解得越深入,他对于经济现象的洞察力和解释力也就越强。正如经济学家阿弗里德·马歇尔所说的那样:“数学训练的重要性在于它可以使各种关系的表达和经济学的推理更加简捷、严谨和清晰。”对于一个大学生,一个正在学习经济学的学生来说更是如此。为此,我们翻译了这本《经济数学》教科书。

本书的对象主要是经济学、工商管理和财政金融等专业的二年级以上的大学生、研究生(包括硕士生和博士生)。因为大二以后,这些专业的学生都已经学过至少一年的微积分,并接触过矩阵,因而他们能较容易地理解和掌握本书的内容。

本书的主要内容和方法是在对实数和函数的描述过程中,强调线性概念;把线性代数、矩阵与微积分结合起来进行分析;并在经济学的意义上介绍了经典规划、非线性规划和线性规划等。同时,本教科书注意在每章之后和全书之后附加了大量的练习题,作为对读者理解程度的检验。

在经济数学的学习中,学生们对数学的感知力或者说直觉力是非常重要的。但是,这种感知力或直觉力主要不是来自解题,而是来

自把抽象的数学算式变成具体形象的能力。因此,本书尽可能地避开定义—定理—证明“三位一体”的传统数学教科书模式,采用了有利于培养学生想象力的几何模式。

本书的例子均选自读者也许正在学习中的经济学教科书。每一个主要概念的引入,都结合经济学的实际例子进行了讨论。也就是说,对于书中的每一个主要数学概念都提供了它们在经济和经济学中应用的例子。因此,除了大学生和研究生外,本书对于政府官员、企业家和从事经济工作的人们都极具参考价值。

本书作者E·罗伊·温特劳布是美国名校杜克大学的经济学教授,长期的经济学教学生涯,使他能够从经济学的基本原理出发,对有关的数学概念和体系及其在经济中的应用进行科学的阐述。本书自1982年第一次付印以来,一直在不断地重印,成为西方许多大学的经济数学教科书。

我们是从经济系和数学系毕业的学生,长期的学习和工作实践使我们认识到数学分析方法对于经济和经济学的无比重要性。因此,在繁忙的工作和教学之余,我们翻译了这本《经济数学》,以期为正在学习和研究的同学、同事们提供一条攀登经济科学高峰的路径,当然这不是唯一的路径。因能力水平的局限,翻译中难免有错误和不当之处,期望得到广大读者的批评指正。

最后特向经济科学出版社的陈捷女士表示感谢,她的敬业与认真深深地感动了我们。这本书中凝结着她的心血和辛劳。

王 宇 王文玉

1998年11月于北京

序

……数学训练的重要性在于它可以使各种关系的表达和经济学的推理变得更加简捷、严谨和清晰。

阿弗里德·马歇尔

科学和自然史曾一度研究“因果关系”：是什么引起太阳升起？一场战役失败的原因是什么？国民财富是怎样产生的？其实，我们对一种现象的解释就是说明引起那一现象的原因。休谟关于因果关系概念的批判主义、他关于因果关系就是事件之间关系的倡导，导致了知识增长的一种全新的方式。科学变成了“解释”，撇开认识论问题，解释则变得依赖于数学论证的构造，其中规律或假说会被证实或证伪。也就是说，假说解释结论，理论或模型则解释现象。

在经济学中，这种推理模式或许是从一个问题开始的，如“什么导致失业率上升？”这一问题也可表达为“如何解释失业率的变化？”面对这样的问题，大多数经济学家会职业地满足于把不同的经济假说结合在一个就业决策模型之中进行分析。然后，对该模型的分析会指出，如果假设是正确的，失业率则依赖于或相关于其他经济变量。这种依赖关系也可表达为“失业率是国内私人总投资支出、政府支出、实际货币供给等的函数。”因此，完成某种解释常常要涉及到数学关系的表达，即联系一组变量与另一组变量的函数。显然，一个人关于函数、关系和变量的知识越丰富，理解得越深刻，他解释经济现象的能力也就越强。无论如何（我坚信它比其他方法更好），对经济现象的好的解释需要建立数学模型。幸运的是，成为数学模型中的理智消

费者是不难做到的。

写作本书的信念是,一个学生应当具备对经济学中所用数学技巧的直觉力。这种直觉力不是来自对问题的求解而是来自对它们的想象。一幅图不仅值上千的文字,而且至少值关于矩阵一章后面的两百个问题。本书也是写给那些想知道“那个创造正定矩阵概念的家伙当时是怎么想的?”这类问题的学生的。题目的选择和组织也正是本着这一目标进行的。

学经济学的学生至少应当能够从事最优化问题的论证。因此,本书以关于经典规划、非线性规划和线性规划两章结束。前10章(第8章可能是一个例外)从实数开始引导读者理解学习最优化问题所必须的知识。本书是从基本的线性概念开始的。线性函数具有简单的性质,而微积分则是利用线性函数局部地研究复杂关系。按这一方法,矩阵代数自然地由线性函数的性质发展出来。在今天的数学教材中这样的处理是常见的,但在经济学家们为其学生提供的数学训练中还没有表现出足够的影响力。这是因为,《经济数学》(特别在美国的大学中)面对的是研究生或大学高年级学生,假设他们已经学过一年的微积分并接触过矩阵,本书还假设读者具有类似的经历。

我非常精心地回避对定理的陈述和证明。对隐函数定理的理解是一个复杂的过程,在我15年的教学生涯中还从未发现有哪个学生对该定理应用的理解是得自该定理的证明。基于此,我不得不有限制地选择内容,不追求内容的安排面面俱到。例如,我安排了 R^n 一章,而没有安排有限实向量空间一章;我把方阵与经济学中非常有用的海赛矩阵结合起来进行讨论,而对称矩阵则比一般的非对称矩阵更受到重视。

书中的例子选自学生们也许正在学习中的经济理论。每一个主要概念的引入都结合经济学的例子加以讨论。每章之后的习题以及书尾的附加习题都可以检验读者的理解程度。

本书受到了那些曾经帮助过我的人的影响。斯沃思默尔学院的戴维·罗森和宾夕法尼亚大学的杰里·卡兹旦培养了我对数学的兴

趣。我在杜克大学的同事旦·格拉罕姆能够分享我对数学的偏爱和见解,这是对我写作本书的极大鼓励。安·戴维斯打印了手稿,苏·哈夫瑞里斯克制图,米其林·阿里西夫则提供了一定数量的题目。剑桥大学出版社的考林·戴是我的责任编辑、积极支持者和朋友。对以上这些人以及我在杜克大学的优秀的学生们表示衷心感谢。

E·罗伊·温特劳布

1982年于北卡罗来纳州达勒姆

责任编辑:陈 捷

责任校对:段健瑛

版式设计:周国强

技术编辑:舒天安

目 录

序	1
第1章 实 数	1
序	7
拓扑	7
R 上的代数	10
R 的凸子集	10
阅读文献	11
练 习	12
第2章 R 到 R 的函数	14
连续函数	16
线性函数	17
函数的图象	18
可微函数	21
线性近似	25
阅读文献	27
练 习	27
第3章 R^2 和 R^n	29
代数结构	30
R^n 的序结构	33
R^n 的拓扑结构	34
R^n 几何	39
超平面	42
维 数	43

维数和基	46
阅读文献	47
练 习	48
第4章 R^n 到 R 的函数	51
线性函数	55
连续函数	57
可微性	60
水平集和等高线	65
阅读文献	67
练 习	67
第5章 R^m 到 R^n 的线性函数	68
矩 阵	74
矩阵代数	77
秩	81
阅读文献	82
练 习	83
第6章 R^m 到 R^n 的可微函数	84
高阶导数	87
隐函数	88
反函数	91
阅读文献	94
练 习	94
第7章 方 阵	95
基的变化	97
迹和行列式	100
特征值和特征向量	103
特征向量的图示	109
行列式的图示	111
阅读文献	115

练 习	115
第 8 章 线性动态系统的稳定性	116
多市场模型	119
比较静态分析简介	126
阅读文献	131
练 习	131
第 9 章 二次型	132
正定型	133
抛物面(线)	138
阅读文献	140
练 习	141
第 10 章 R^n 到 R 的凹、凸和齐次函数	142
凹函数和凸函数	142
拟凸性和拟凹性	146
一个有用的图形	148
齐次函数	149
阅读文献	152
练 习	152
第 11 章 最优化(I)	153
最优化问题	153
局部最大值	156
无约束最优化	158
经典规划	159
阅读文献	168
练 习	169
第 12 章 最优化(II)	170
非线性规化	172
线性规化	178
阅读文献	183

练 习.....	183
补充练习.....	185
参考文献.....	188

第1章 实数

1

一旦数学家把算术应用于几何学,就可以十分方便而灵活地用数来表示一条直线上的点,或用一条直线上的点来表示数。

菲利普·E·B·乔丹

数学简化了经济学原理。在数学中,一些变量与另外一些变量之间关系的函数表达,可以用来描述经济现象之间的关系。对有关经济变量命题的描述越丰富,解释也就越有力量。由于经济变量与实数常常是密不可分的,因此,第一章首先介绍实数及其性质。

理解一个复杂理论的思路有多种,对于实数这样的数学结构,可以看成是满足几个性质的抽象体系。例如,在一本著名的教科书中定义为“有理数的模 η 余数族”。^①

但是,这样的定义对于经济学家来说几乎是没有意义的。正如勒内·汤姆(Rene Thom)曾指出的那样:“我敢断言,人类不会仅仅满足于一个连续但并不完全抽象的数学过程所支配的世界。”^②因此,无论现在还是将来,图形的使用都是非常有用的方法。并且,一些理论也可以与几何图形结合起来,故几何图形可以成为一个抽象东西的模型。描述一个复杂理论的另一种方法是将其看成从一个简单理论演变而来。理解建立某种理论的过程就可以理解这一理论。就对实

① B. L. van der Waerden, *Modern Algebra*, Vol. 1 (New York: Ungar, 1953), pp. 217 - 18.

② René Thom, *Structural Stability and Morphogenesis* (Reading, Mass.: W. A. Benjamin, 1975), p. 5.

数理解而言,图形方法和结构演变法都是可行的。

让我们从整数开始。正如 19 世纪的数学家理查德·戴德金德 (Richard Dedekind) 所指出的那样:“上帝创造整数后,把其余的工作留给了人类。”当一个人说“实数”时,可以想到的一个有用的图形是图 1.1。定义正整数集^①为 $Z^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$;那么 Z^+ 可以如图 1.2 那样描述。这样,就建立了一个集合的元素与一条线上的点的一一对应。因而,在另一个地方有一个离散集合代表着集合 $\{1, 2, 3, \dots\}$ 。



图 1.1

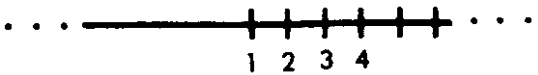


图 1.2

考虑另外两个集合:整数集 $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ 和有理数集 $Q = \{p/q\}$ (p 和 q 是没有公因数的整数)。简单地说,有理数是分子和分母没有公因数的分数。这两个集合如图 1.3 和图 1.4 所示。实数将与那条线上的点一一对应。因此,整数和有理数都是实数。剩下的问题是,在那条线上是否还有不是 Q 的元素的实数。

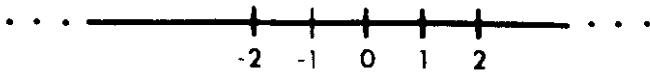


图 1.3

图 1.4 显得很乱,有很多有理数填在了那条线上,似乎有理数“覆盖”了那条线:(a) 一个有理数可以被指定为那条线上的一个点(较容易做到);(b) 那条线上的每一个点可以被指定一个有理数。但

^① Z 代表德语中的词 Zahler,意为“数字”。

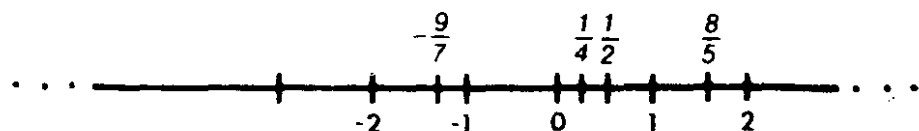


图 1.4

希腊人惊奇地发现, (b) 是错误的。

3

下面, 我们用 2 的平方根来说明 (b) 是错误的。如果 (b) 是对的, 那么 $\sqrt{2} = p/q$, p 和 q 没有公因数。两边平方得, $2 = p^2/q^2$, 因此, $2q^2 = p^2$ 。这说明 p^2 是偶数 (可以被 2 整除)。那么, p 也是偶数 (容易理解, 但却难以说明, 见练习 1.1)。因此存在某些 s , 使 $p = 2s$ 。故, $2q^2 = (2s)^2 = 4s^2$, $q^2 = 2s^2$, q^2 和 q 都是偶数。这意味着 p 和 q 有公因数 2, 说明 $\sqrt{2}$ 不是两个没有公因数的整数的商。所以, $\sqrt{2}$ 不是有理数。这也意味着, 在那条线上至少有一个比 1 大, 但比 2 小的东西, $\sqrt{2}$, 不是理数。因此, 在那条线上有比有理数更多的点。

例

经济学家们经常使用数轴, 但是, 当他们画图时通常并没有明确说明数轴是如何建立的。如果 q 代表产量, 只有大于零的产量才有可能被生产出来, 经济学家们通常画的图如图 1.5。



图 1.5

理解实数的另外一种思路是关注它们的一些性质。当它们被当做一个集体或集合时, 人们很自然地要问, “它们有多少个?” 可以肯定地说, 实数要比整数多。

有多少整数? 显然是无穷多。集合 $\{1, 2, 3, 4, 6\}$ 有 5 个元素。该集

3