运筹学习题集

运筹学习题集编写组编著

胡 运 权 主编

清华大学出版社

内 容 简 介

运筹学习题集是本出版社已出版的《运筹学》的配套书籍，但也可以单独使用。本书内容包括线性规划、整数规划、非线性规划、动态规划、图与网络方法、排队论、存储论、决策论、对策论等九个部分，计五百余题，分别给出答案、证明或题解。

本习题集可作为高等院校工业管理工程专业本科生和研究生的教学参考书，也可供各类管理干部学院以及工矿企业、经济和管理等部门的工程技术人员作为学习运筹学时的参考读物。

运 筹 学 习 题 集

胡运权 主编

清华大学出版社出版
北京 清华园
煤炭工业出版社印刷厂排版
保定市科技印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

开本：787×1092 1/16 印张：13 1/2 字数：338千字
1985年6月第1版 1985年6月第1次印刷
印数：00001—50000
统一书号：15235·159 定价：2.50元

前　　言

《运筹学》一书出版后，考虑到教学和工矿企业、经济和管理等部门广大读者的需要，原编写组的同志决定继续发挥集体力量，用较短时间编写一本与原书配套的习题集。

本习题集是汇集了参加编写的同志在教学中积累起来的习题资料，并从国内外有关文献中选择了部分习题，经进一步整理加工而成。全书分九个部分，共计五百多题。考虑各方面读者要求的差别，习题的选材上既包括消化和复习运筹学各章节内容的概念判断题，计算题和较简单的理论证明题，也收进了一部分难度较大、综合性较强的习题，帮助扩大知识面，提高运用学到的理论来分析问题解决问题的能力。为方便广大读者自学，书中对每道习题分别给出答案、证明或题解。

参加本习题集编写工作的有：哈尔滨工业大学胡运权（编第一、八、九部分），天津大学詹原瑞（编第二、六部分），西南交通大学郭耀煌（编第三部分），华中工学院甘应爱（编第四部分），吉林工业大学郑大本、李英华（编第五部分），华中工学院陈小娅（编第七部分）。胡运权负责全书主编，并对第二、五、六部分的习题作了一些补充。

钱颂迪对习题集进行了审阅，李维铮对第二、六部分习题的编写、李梅生对第七部分习题的编写分别进行了指导，胡祥培、袁配良对部分习题作了验算并协助抄清部分原稿，谨在此表示感谢！

由于编者水平有限，时间较紧，习题集中可能存在不少缺点和错误，热忱欢迎广大读者批评指正。

编　　者

1983.9.

目　录

习 题 答 案

一、线 性 规 划

（一） 线性规划问题的求解和应用

1.1. 试述线性规划问题数学模型的组成部分及特征，判别下列数学模型是否为线性规划模型。（模型中a、b、c为常数；θ为可取某一常数值的参变量；x、y为变量）

(a) $\max\ z=3x_1+5x_2+7x_3$

$$\begin{cases} x_1+2x_2-6x_3\geqslant 8 \\ 5x_1+x_2+8x_3\leqslant 20 \\ 3x_1+4x_2=12 \\ x_1,\ x_3\geqslant 0 \end{cases}$$

(b) $\min\ z=\prod_{j=1}^{n} c_j x_j$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j\leqslant b_i\ (i=1,\cdots,m) \\ x_j\geqslant 0\ (j=1,\cdots,n) \end{cases}$$

(c) $\min\ z=\sum_{i=1}^{m} a_i^2 x_i+\sum_{j=1}^{n} b_j^2 y_j$

$$x_i+y_j\leqslant c_{ij}^2\ (i=1,\cdots,m;\ j=1,\cdots,n)$$

(d) $\max\ z(\theta)=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j\leqslant b_i+a_i\theta\ (i=1,\cdots,m) \\ x_j\geqslant 0\ (j=1,\cdots,n) \end{cases}$$

1.2. 用图解法求解下列线性规划问题

(a) $\max\ z=x_1+1.5x_2$

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2\leqslant 6 \\ x_1+4x_2\leqslant 4 \\ x_1,\ x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

(b) $\min\ z=6x_1+4x_2$

$$\begin{cases} 2x_1+x_2\geqslant 1 \\ 3x_1+4x_2\geqslant 1.5 \\ x_1,\ x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

(c) $\max\ z=2.5x_1+x_2$

$$\begin{cases} 3x_1+5x_2\leqslant 15 \\ 5x_1+2x_2\leqslant 10 \\ x_1,\ x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

(d) $\max\ z=2x_1+2x_2$

$$\begin{cases} x_1-x_2\geqslant -1 \\ -0.5x_1+x_2\leqslant 2 \\ x_1,\ x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

(e) $\max\ z=3x_1-2x_2$

$$\begin{cases} x_1+x_2\leqslant 1 \\ 2x_1+2x_2\geqslant 4 \\ x_1,\ x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

(f) $\max\ z=x_1+x_2$

$$\begin{cases} x_1-x_2\geqslant 0 \\ 3x_1-x_2\leqslant -3 \\ x_1,\ x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

1.3. 某炼油厂根据计划每季度需供应合同单位汽油15万吨、煤油12万吨、重油12万吨。该厂从A、B两处运回原油提炼，已知两处原油成分如表 1-1 所示。又如从A处采购原油每吨价格（包括运费、下同）为200元，B处原油每吨为310元，(a) 选择该炼油厂采购原油

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

的最优决策；(b) 如A处价格不变，B处降为290元/吨，则最优决策有何改变？

表 1-1

	A	B
含汽油	15%	50%
含煤油	20%	30%
含重油	50%	15%
其它	15%	5%

1.4. 将下列线性规划问题变换成标准型

(a) $\min \quad z = -3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 \leqslant 14 \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 \geqslant 2 \\ x_1,\ x_2,\ x_3 \geqslant 0, x_4 \text{无约束} \end{cases}$$

(b) $\min \quad z = 2x_1 - x_2 + 2x_3$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + x_2 - x_3 \leqslant 6 \\ x_1 \leqslant 0, x_2 \geqslant 0, \quad x_3 \text{无约束} \end{cases}$$

1.5. 列出下述线性规划问题的初始单纯形表

$\max \quad s = z_k / p_k$

$$\begin{cases} z_k = \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} a_{ik} x_{ik} \\ \sum_{k=1}^{m} x_{ik} = 1 \quad (i = 1, \cdots, n) \\ x_{ik} \geqslant 0 \quad (i = 1, \cdots, n;\ k = 1, \cdots, m) \end{cases}$$

1.6. 判断下列集合是否为凸集

(a) $X = \{[x_1, x_2] \mid x_1 x_2 \geqslant 30, x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0\}$

(b) $X = \{[x_1, x_2] \mid x_2 - 3 \leqslant x_1^2, x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0\}$

(c) $X = \{[x_1, x_2] \mid x_1^2 + x_2^2 \leqslant 1\}$

1.7. 在下列线性规划问题中，找出所有基本解。指出哪些是基本可行解并分别代入目标函数，比较找出最优解。

(a) $\max \quad z = 3x_1 + 5x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 4 \\ 2x_2 + x_4 = 12 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_5 = 18 \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1, \cdots, 5) \end{cases}$$

(b) $\min \quad z = 4x_1 + 12x_2 + 18x_3$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_2 + 2x_3 - x_5 = 5 \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1, \cdots, 5) \end{cases}$$

(c) min $z=5x_1-2x_2$

$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=7 \\ 2x_1+2x_2+\ \ x_3+2x_4=3 \\ x_1,\cdots,x_4\geqslant 0 \end{cases}$$

1.8. 分别用图解法和单纯形法求解下列线性规划问题，并对照指出单纯形法迭代的每一步相当于图解法可行域中的哪一个顶点。

(a) max $z=10x_1+5x_2$

$$\begin{cases} 3x_1+4x_2\leqslant 9 \\ 5x_1+2x_2\leqslant 8 \\ x_1,\ x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

(b) max $z=2x_1+x_2$

$$\begin{cases} 5x_2\leqslant 15 \\ 6x_1+2x_2\leqslant 24 \\ x_1+\ \ x_2\leqslant 5 \\ x_1,\ x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

1.9. 已知某线性规划问题的约束条件为

$$\begin{cases} 2x_1+\ \ x_2-x_3 = 25 \\ x_1+3x_2-\ \ x_4 = 30 \\ 4x_1+7x_2-x_3-2x_4-x_5=85 \\ x_j\geqslant 0\ \ (j=1,\cdots,5) \end{cases}$$

判断下列各点是否为该线性规划问题可行域的凸集的顶点：

(a) $X=(5,15,0,20,0)$

(b) $X=(9,7,0,0,8)$

(c) $X=(15,5,10,0,0)$

1.10. 若$X^{(1)}$及$X^{(2)}$同时为某线性规划问题的最优解，证明在这两点连线上的所有点也是该线性规划问题的最优解。

1.11. 以题1.8.(a) 为例，具体说明当目标函数中变量的系数怎样改变时，使满足约束条件的凸集上的每一个顶点都有可能使目标函数值达到最优。

1.12. 设 (c_j-z_j) 为单纯形法迭代中变量x_j列的检验数，a_{lk}为迭代时的主元素，$(c_j-z_j)'$为迭代后x_j列的检验数，试证明有

$$(c_j-z_j)'=(c_j-z_j)-\frac{a_{lj}}{a_{lk}}(c_k-z_k)$$

1.13. 在单纯形法迭代中，任何从基变量中替换出来的变量在紧接着的下一次迭代中会不会立即再进入基变量，为什么？

1.14. 会不会发生在一次迭代中刚进入基变量的变量在紧接着的下一次迭代中立即被替换出来？什么情况下有这种可能，试举例说明。

1.15. 用单纯形法求解线性规划问题

[illegible]

(a) $\max\ z = 3x_1 + 5x_2$

$$\begin{cases} x_1 \leqslant 4 \\ 2x_2 \leqslant 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \leqslant 18 \\ x_1,\ x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

(b) $\max\ z = 2x_1 - x_2 + x_3$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 \leqslant 60 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \leqslant 10 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leqslant 20 \\ x_1, x_2, x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

(c) $\max\ z = 6x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 8x_4$

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 4x_3 - 4x_4 \leqslant 20 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 8x_4 \leqslant 25 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 \leqslant 10 \\ x_{1-4} \geqslant 0 \end{cases}$$

(d) $\max\ z = x_1 + 6x_2 + 4x_3$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leqslant 13 \\ 4x_1 - 4x_2 + x_3 \leqslant 20 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leqslant 17 \\ x_1 \geqslant 1, x_2 \geqslant 2, x_3 \geqslant 3 \end{cases}$$

(e) $\max\ z = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leqslant 12 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leqslant 8 \\ 4x_1 + 6x_3 \leqslant 16 \\ 4x_2 + 3x_3 \leqslant 12 \\ x_1,\ x_2,\ x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

(f) $\max\ z = 90x_1 + 160x_2 + 40x_3 + 100x_4$

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leqslant 480 \\ 5x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 5x_4 \leqslant 800 \\ 7x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leqslant 900 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geqslant 0 \end{cases}$$

1.16。分别用大M法和两阶段法求解下列线性规划问题：

(a) $\min\ z = 1000x_1 + 800x_2$

$$\begin{cases} x_1 \geqslant 1 \\ 0.8x_1 + x_2 \geqslant 1.6 \\ x_1 \leqslant 2 \\ x_2 \leqslant 1.4 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

(b) $\min\ z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geqslant 8 \\ 3x_1 + 2x_2 \geqslant 6 \\ x_1,\ x_2,\ x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

(c) $\max\ z = 10x_1 + 15x_2 + 12x_3$

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + x_3 \leqslant 9 \\ -5x_1 + 6x_2 + 15x_3 \leqslant 15 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \geqslant 5 \\ x_1,\ x_2,\ x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

(d) $\max\ z = x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 20 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ x_j \geqslant 0 \ (j = 1, \cdots, 4) \end{cases}$$

(e) $\max\ z = 2x_1 - x_2 + 2x_3$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geqslant 6 \\ -2x_1 + x_3 \geqslant 2 \\ 2x_2 - x_3 \geqslant 0 \\ x_1,\ x_2,\ x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

(f) $\max\ z = 5x_1 + 3x_2 + 6x_3$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leqslant 18 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leqslant 16 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1,\ x_2 \geqslant 0, x_3 \text{ 无约束} \end{cases}$$

1.17．求下述线性规划问题的解

$\max\ z = c_1x_1 + \cdots + c_nx_n$

$$\begin{cases} a_1x_1 + \cdots + a_nx_n \leqslant b \\ 0 \leqslant x_j \leqslant u_j \ (j = 1, \cdots, n) \end{cases}$$

假定模型中所有常数c_j、a_j、u_j ($j = 1, \cdots, n$) 均为正，且有

$$\frac{c_1}{a_1} \geqslant \frac{c_2}{a_2} \geqslant \cdots \geqslant \frac{c_n}{a_n}$$

1.18．试利用两阶段法第一阶段的求解，找出下述方程组的一个可行解，并利用计算得到的最终单纯形表说明该方程组有多余方程。

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 7 \\ x_1, \quad x_2, \ x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

1.19．用单纯形法求下列矩阵之逆矩阵

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.20．线性规划问题 max $z = CX$，$AX = b$，$X \geqslant 0$，如A是一个分块矩阵

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_K \end{pmatrix}$$

如何将此线性规划问题化成求解若干个等价的小的线性规划问题。

1.21．线性规划问题 max $z = CX$，$AX = b$，$X \geqslant 0$，设X° 为问题的最优解。若目标函数中用C^*代替C后，问题的最优解变为X^*，求证

$$(C^* - C)(X^* - X^\circ) \geqslant 0$$

1.22．考虑线性规划问题

$$\max \ z = \alpha x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \qquad\qquad - x_4 = 4 + 2\beta & (1) \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 5 + 7\beta & (2) \\ x_1, \ x_2, \quad x_3, \quad x_4 \geqslant 0 \end{cases}$$

模型中α、β为参数，要求：

(a) 组成两个新的约束(1)′=(1)+(2)，(2)′=(2)−2(1)，根据(1)′、(2)′以x_1、x_2为基变量列出初始单纯形表；

(b) 假定$\beta = 0$，则α为何值时，x_1、x_2为问题的最优基；

(c) 假定$\alpha = 3$，则β为何值时，x_1、x_2为问题的最优基。

1.23．线性规划问题 max $z = CX$，$AX = b$，$X \geqslant 0$，如X^*是该问题的最优解，又 $\lambda > 0$ 为某一常数，分别讨论下列情况时最优解的变化。

(a) 目标函数变为 max $z = \lambda CX$；

(b) 目标函数变为 max $z = (C + \lambda)X$；

(c) 目标函数变为 max $z = \dfrac{C}{\lambda}X$，约束条件变为 $AX = \lambda b$。

•1.24．某一求目标函数极大值的线性规划问题，用单纯形法求解时得到某一步的单纯形表如表 1-2 所示。

表 1-2

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	4	-1	3	1	0	0
x_4	1	a_1	-4	0	1	0
x_5	d	a_2	a_3	0	0	1
$c_j - z_j$		c	-2	0	0	0

问a_1、a_2、a_3、c、d各为何值以及变量x属哪一类性质变量时，

(a) 现有解为唯一最优解；

(b) 现有解为最优，但最优解有无穷多个；

(c) 存在可行解，但目标函数无界；

(d) 此线性规划问题无可行解。

1.25. 讨论如何用单纯形法求解下述线性规划问题

$$\max \quad z = \sum_{j=1}^{n} c_j |x_j|$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad (i = 1, \cdots, m) \\ \qquad x_j \text{ 取值无约束} \end{cases}$$

1.26. 线性回归是一种常用的数理统计方法，这个方法要求对图上的一系列点(x_1, y_1) $(x_2, y_2) \cdots (x_n, y_n)$ 选配一条合适的直线拟合。方法通常是先定直线方程为$y = a + bx$，然后按某种准则求定a，b。通常这个准则为最小二乘法，但也可用其它准则。试根据以下准则建立这个问题的线性规划模型：

$$\min \sum_{i=1}^{n} |y_i - (a + bx_i)|$$

1.27. 某饲养场饲养动物出售，设每头动物每天至少需700克蛋白质、30克矿物质、100毫克维生素。现有五种饲料可供选用，各种饲料每公斤营养成分含量及单价如表 1-3 所示：

表 1-3

饲料	蛋白质(克)	矿物质(克)	维生素(毫克)	价格（元/公斤）
1	3	1	0.5	0.2
2	2	0.5	1.0	0.7
3	1	0.2	0.2	0.4
4	6	2	2	0.3
5	18	0.5	0.8	0.8

要求确定既满足动物生长的营养需要，又使费用最省的选用饲料的方案。（建立这个问题的线性规划模型，不求解）

1.28. 一贸易公司专门经营某种杂粮的批发业务。公司现有库容5000担的仓库。一月一日，公司拥有库存1000担杂粮，并有资金20000元。估计第一季度杂粮价格如表1-4所示：

表 1-4

	进货价（元）	出货价（元）
一月	2.85	3.10
二月	3.05	3.25
三月	2.90	2.95

如买进的杂粮当月到货，但需到下月才能卖出，且规定“货到付款”。公司希望本季末库存为2000担，问应采取什么样的买进与卖出的策略使三个月总的获利最大？（列出问题的线性规划模型，不求解）

1.29．某农场有100公顷土地及15000元资金可用于发展生产。农场劳动力情况为秋冬季3500人日，春夏季4000人日，如劳动力本身用不了时可外出干活，春夏季收入为2.1元/人日，秋冬季收入为1.8元/人日。该农场种植三种作物：大豆、玉米、小麦，并饲养奶牛和鸡。种作物时不需要专门投资，而饲养动物时每头奶牛投资400元，每只鸡投资3元。养奶牛时每头需拨出1.5公顷土地种饲草，并占用人工秋冬季为100人日，春夏季为50人日，年净收入400元/每头奶牛。养鸡时不占土地，需人工为每只鸡秋冬季需0.6人日，春夏季为0.3人日，年净收入为2元/每只鸡。农场现有鸡舍允许最多养3000只鸡，牛栏允许最多养32头奶牛。三种作物每年需要的人工及收入情况如表1-5所示。

表 1-5

	大豆	玉米	麦子
秋冬季需人日数	20	35	10
春夏季需人日数	50	75	40
年净收入（元/公顷）	175	300	120

试决定该农场的经营方案，使年净收入为最大。（建立线性规划模型，不求解）

1.30．某糖果厂用原料A，B，C加工成三种不同牌号的糖果甲、乙、丙。已知各种牌号糖果中A、B、C的含量，原料成本，各种原料每月的限制用量，三种牌号糖果的单位加工费及售价如表1-6所示。

表 1-6

	甲	乙	丙	原料成本（元/公斤）	每月限制用量（公斤）
A	$\geqq 60\%$	$\geqq 15\%$		2.00	2000
B				1.50	2500
C	$\leqq 20\%$	$\leqq 60\%$	$\leqq 50\%$	1.00	1200
加工费（元/公斤）	0.50	0.40	0.30		
售价	3.40	2.85	2.25		

问该厂每月生产这三种牌号糖果各多少公斤，使得到的利润为最大？试建立这个问题的线性规划数学模型。

1.31．有一艘货轮，分前、中、后三个舱位，它们的容积与最大允许载重量如表1-7所示。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

表 1-7

	前　　舱	中　　舱	后　　舱
最大允许载重量(吨)	2000	3000	1500
容　积(立方米)	4000	5400	1500

现有三种货物待运，已知有关数据列于表1-8。

表 1-8

商　　品	数　量(件)	每件体积（立方米/件）	每件重量（吨/件）	运价（元/件）
A	600	10	8	1000
B	1000	5	6	700
C	800	7	5	600

又为了航运安全，要求前、中、后舱在实际载重量上大体保持各舱最大允许载重量的比例关系。具体要求前、后舱分别与中舱之间载重量比例上偏差不超过15%，前、后舱之间不超过10%。问该货轮应装载A，B，C各多少件，运费收入为最大？试建立这个问题的线性规划模型。

1.32. 某厂在今后四个月内需租用仓库堆存物资。已知各个月所需的仓库面积数字列于表1-9。

表 1-9

月　　份	1	2	3	4
所需仓库面积（百米^2）	15	10	20	12

仓库租借费用，当租借合同期限越长时，享受的折扣优待越大，具体数字列于表1-10。

表 1-10

合同租借期限	1 个 月	2 个 月	3 个 月	4 个 月
合同期内每百米^{2}仓库面积的租借费用(元)	2800	4500	6000	7300

租借仓库的合同每月初都可办理，每份合同具体规定租用面积数和期限。因此该厂可根据需要在任何一个月初办理租借合同，且每次办理时，可签一份，也可同时签若干份租用面积和租借期限不同的合同，总的目标是使所付的租借费用最小。试根据上述要求，建立一个线性规划的数学模型。

1.33. 某钢厂生产三种型号钢卷，其生产过程如图1A-1所示。

图中Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ为生产设备，又知有关生产数据列于表1-11。

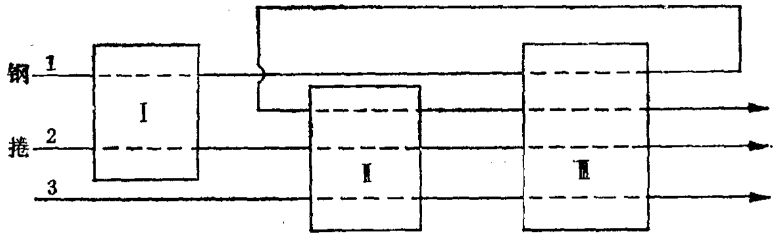

图 1A-1

表 1-11

设备名称	台数	每周生产班数(每班8小时)	生产时间利用率(%)
I	4	21	95
II	1	20	90
III	1	12	100

钢卷	操作工序	机器效率	每月需要量	销售利润
1	I	28小时/10(吨)	≤1250(吨)	250元/吨
	III (1)	50米/分		
	II	20米/分		
	III (2)	25米/分		
2	I	35小时/10(吨)	≤250(吨)	350元/吨
	II	20米/分		
	III	25米/分		
3	II	16米/分	≤1500(吨)	400元/吨
	III	20米/分		

设钢卷每件长400米，重4吨，试建立这个问题的线性规划模型。

1.34. 某厂生产Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三种产品，每种产品都要经过A、B两道工序加工。设该厂有两种规格的设备能完成A工序，分别以A_1、A_2表示；有三种规格的设备能完成B工序，分别以B_1、B_2、B_3表示。产品Ⅰ可在A、B任何一种规格的设备上加工；产品Ⅱ可在任何规格的A设备上加工，但完成B工序时，只能在B_1设备上加工；产品Ⅲ只能在A_2与B_2设备上加工。已知三种产品的原材料费、销售价格、在机床设备上的单件工时，各种设备有效台时以及机床设备的加工费用如表1-12所示，要求安排最优的生产计划，使该厂利润最大。试建立这个问题的线性规划模型。

表 1-12

设备	产品 Ⅰ	产品 Ⅱ	产品 Ⅲ	设备有效台时	机床设备的加工费用(元/小时)
A_1	5	10		6000	0.05
A_2	7	9	12	10000	0.0321
B_1	6	8		4000	0.0625
B_2	4		11	7000	0.112
B_3	7			4000	0.05
原料费(元/件)	0.25	0.35	0.50		
单价(元/件)	1.25	2.00	2.80		

1.35．某战略轰炸机群奉命摧毁敌人军事目标。已知该目标有四个要害部位，只要摧毁其中之一即可达到目的。为完成此项任务的汽油消耗量限制为48000公升、重型炸弹48枚、轻型炸弹32枚。飞机携带重型炸弹时每公升汽油可飞行2公里，带轻型炸弹时每公升可飞行3公里。又知每架飞机每次只能装载一枚炸弹，每出发轰炸一次除来回路程汽油消耗（空载时每公升汽油可飞行4公里)外，起飞和降落每次各消耗100公升。有关数据如表1-13所示。

表 1-13

要害部位	离机场距离（公里）	摧毁可能性	
		每枚重型弹	每枚轻型弹
1	450	0.10	0.08
2	480	0.20	0.16
3	540	0.15	0.12
4	600	0.25	0.20

为了使摧毁敌方军事目标的可能性最大，应如何确定飞机轰炸的方案。要求建立这个问题的线性规划模型。

1.36．某食品公司下设三个工厂，分别生产熟食品、罐头食品和冷冻食品。由于市场销售情况的变化影响产品价格波动，该公司需要不断修正各种产品的产量，以便充分利用其生产能力来获取最大利润。

三个工厂一共生产八种产品，消耗十种原材料。其中有两种原材料是三个厂都要用到的，由于市场供应短缺，公司不得不从外地进货，其余八种原材料每个工厂分别用其中若干种，互不影响。表1-14、1-15、1-16、1-17给出三个工厂生产的有关数据，要求建立这个问题的线性规划模型。

表 1-14 熟食品厂

原料＼产品	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	原料每天供应量
A	2	4	3	10
B	7	3	6	15
C	5	0	3	12
单位产品利润	8	5	6	

表 1-15 罐头厂

原料＼产品	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	原料每天供应量
D	3	1	2	7
E	2	4	3	9
单位产品利润	9	7	9	

表 1-16 冷冻食品厂

原料＼产品	Ⅶ	Ⅷ	原料每天供应量
F	8	5	25
G	7	9	30
H	6	4	20
单位产品利润	6	5	

表 1-17 三个厂都用的原料数据

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ	每天供应量
J	5	3	0	2	0	3	4	6	30
K	2	0	4	3	7	0	1	0	20

1.37．一个大的造纸公司下设10个造纸厂，供应1000个用户。这些造纸厂内应用三种可以互相代换的机器、四种不同的原材料生产五种类型的纸张。公司要制订计划，确定每个工

厂每台机器上生产各种类型纸张的数量，并确定每个工厂生产的哪一种类型纸张，供应哪些用户及供应的数量，使总的运输费用最少。已知：

D_{jk}——j 用户每月需要 k 种类型纸张数量；

r_{klm}——在 l 型设备上生产单位 k 种类型纸所需 m类原材料数量；

R_{im}——第 i 纸厂每月可用的m类原材料数；

c_{kl}——在 l 型设备上生产单位 k 型纸占用的设备台时数；

c_{il}——第 i 纸厂第 l 型设备每月可用的台时数；

P_{ikl}——第 i 纸厂在第 l 型设备上生产单位 k 型纸的费用；

T_{ijk}——从第 i 纸厂到第 j 用户运输单位 k 型纸的费用。

试建立这个问题的线性规划模型

1.38。一个木材储运公司有很大的仓库用以储运出售木材。由于木材季度价格的变化，该公司于每季度初购进木材，一部分于本季度内出售，一部分储存起来以后出售。已知该公司仓库的最大储存量为20万米^3，储存费用为$(a+bu)$元/万米^3，式中$a=70$，$b=100$，u为储存时间（季度数）。已知每季度的买进卖出价及预计的销售量如表1-18所示。

表 1-18

季　　度	买进价(万元/万米^3)	卖出价(万元/万米^3)	预计销售量(万米^3)
冬	410	425	100
春	430	440	140
夏	460	465	200
秋	450	455	160

由于木材不宜久贮，所有库存木材应于每年秋末售完，试建立这个问题的线性规划模型。

1.39．某厂在n个计划期阶段内要用到一种特殊的工具，在第 j 阶段需要r_j个专用工具，到阶段末，凡在这个阶段内使用过的工具都应送去修理后才能使用。修理分两种方式：一种为慢修，费用便宜些（每修一个需 b 元），时间长一些（需 p 个阶段才能取回）；另一种方式为快修，每件修理费 c 元（$c>b$），时间快一些，只需 q 个阶段就能取回。($q<p$)。当修理取回的工具满足不了需要时就需新购，新购一件费用为 a 元 ($a>c$)。又这种专用工具在 n 个阶段后就不再使用，试决定一个最优的新购与修理工具的方案，使计划期内化在工具上的费用为最少。

1.40．用长 8 米的角钢切割钢窗用料。每付钢窗含长 1.5 米的料 2 根，1.45米的 2 根，1.3米的 6 根，0.35米的12根。若需钢窗用料100付，问最少需切割 8 米长的角钢多少根？

1.41．某厂生产Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三种产品。产品Ⅰ依次经A、B设备加工，产品Ⅱ经A、C设备加工，产品Ⅲ经C、B设备加工。已知有关数据如表1-19所示，请为该厂制订一个最优的生产计划。

1.42．某厂接到生产A、B两种产品的合同，产品A需200件，产品B 需300件。这两种产品的生产都经过毛坯制造与机械加工两个工艺阶段。在毛坯制造阶段，产品 A 每件需2小时，产品 B 每件需 4 小时。机械加工阶段又分粗加工和精加工两道工序，每件产品A需粗加工4小时，精加工10小时；每件产品B 需粗加工 7 小时，精加工12小时。若毛坯生产阶段能力为1700工时，粗加工设备拥有能力为1000小时，精加工设备拥有能力为3000小时。又加工费用在毛坯、粗加工、精加工时分别为每小时3元、3元、2元。此外在粗加工阶段允许设备可进行500

表 1-19

产品	机器生产率（件/小时）			原料成本（元）	产品价格（元）
	A	B	C		
Ⅰ	10	20		15	50
Ⅱ	20		5	25	100
Ⅲ		10	20	10	45
机器成本（元/小时）	200	100	200		
每周可用小时数	50	45	60		

小时的加班生产，但加班生产时间内每小时增加额外成本 4.5 元。试根据以上资料，为该厂制订一个成本最低的生产计划。

1.43．战斗机是一种重要的作战工具，但要使战斗机发挥作用必须有足够的驾驶员。因此生产出来的战斗机除一部分直接用于战斗外，需抽一部分用于培训驾驶员。已知每年生产的战斗机数量为 $a_j(j=1,\cdots,n)$，又每架战斗机每年能培训出 k 名驾驶员，问应如何分配每年生产出来的战斗机，使在 n 年内生产出来的战斗机为空防作出最大贡献？

1.44．某公司有三项工作需分别招收技工和力工来完成。第一项工作可由一个技工单独完成，或由一个技工和两个力工组成的小组来完成。第二项工作可由一个技工或一个力工单独去完成。第三项工作可由五个力工组成的小组完成，或由一个技工领着三个力工来完成。已知技工和力工每周工资分别为100元和 80 元，他们每周都工作48小时，但他们每人实际的有效工作小时数分别为42和36。为完成这三项工作任务，该公司需要每周总有效工作小时数为：第一项工作10000小时。第二项工作20000小时，第三项工作30000小时。又能招收到的工人数为技工不超过400人，力工不超过800人。试建立数学模型，确定招收技工和力工各多少人。使总的工资支出为最少。（建立数学模型，不求解）

（二）对偶理论，灵敏度分析

1.45．已知某线性规划问题用单纯形法计算时得到的初始单纯形表及最终单纯形表如表 1-20，请将表中空白处数字填上。

表 1-20

			2	−1	1	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	x_4	60	3	1	1	1	0	0
0	x_5	10	(1)	−1	2	0	1	0
0	x_6	20	1	1	−1	0	0	1
c_j-z_j			2	−1	1	0	0	0
⋮					⋮			
0	x_4		0			1	−1	−2
2	x_1		1			0	1/2	1/2
−1	x_2		0			0	−1/2	1/2
c_j-z_j								

1.46. 已知某线性规划问题用单纯形法迭代时得到的中间某两步的单纯形表如表1-21所示，试将表中空白处的数字填上。

表 1-21

			3	5	4	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
5	x_2	8/3	2/3	1	0	1/3	0	0
0	x_5	14/3	-4/3	0	5	-2/3	1	0
0	x_6	29/3	5/3	0	4	-2/3	0	1
	c_j-z_j		-1/3	0	4	-5/3	0	0
	⋮				⋮			
5	x_2					15/41	8/41	-10/41
4	x_3					-6/41	5/41	4/41
3	x_1					-2/41	-12/41	15/41
	c_j-z_j							

1.47. 用改进单纯形法求解线性规划问题

(a) $\max\ z=4x_1+3x_2+6x_3$

$$\begin{cases}3x_1+x_2+3x_3\leqslant 30\\2x_1+2x_2+3x_3\leqslant 40\\x_j\geqslant 0\quad j=1,2,3\end{cases}$$

(b) $\max\ z=5x_1+8x_2+7x_3+4x_4+6x_5$

$$\begin{cases}2x_1+3x_2+3x_3+2x_4+2x_5\leqslant 20\\3x_1+5x_2+4x_3+2x_4+4x_5\leqslant 30\\x_j\geqslant 0,\quad j=1,\cdots,5\end{cases}$$

1.48. 写出下列线性规划问题的对偶问题

(a) $\max\ z=10x_1+x_2+2x_3$

$$\begin{cases}x_1+x_2+2x_3\leqslant 10\\4x_1+x_2+x_3\leqslant 20\\x_1,\ x_2,\ x_3\geqslant 0\end{cases}$$

(b) $\min\ z=2x_1+2x_2+4x_3$

$$\begin{cases}2x_1+3x_2+5x_3\geqslant 2\\3x_1+x_2+7x_3\leqslant 3\\x_1+4x_2+6x_3\leqslant 5\\x_1,\ x_2,\ x_3\geqslant 0\end{cases}$$

(c) $\max\ z=2x_1+x_2+3x_3+x_4$

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4\leqslant 5\\2x_1-x_2+3x_3=-4\\x_1-x_3+x_4\geqslant 1\\x_1,x_3\geqslant 0\quad x_2,x_4\text{无约束}\end{cases}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com