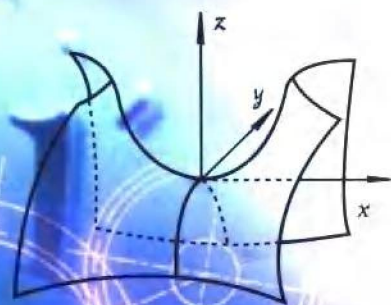


工科数学分析

(下册)

李大华 林益 汤燕斌 主编



华中理工大学出版社

HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

工科数学分析

(下 册)

李 大 华 林 益 汤 燕 斌
万 建 平 王 德 荣

华中理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

工科数学分析(下册)/李大华 等
武汉:华中理工大学出版社,2000年1月
ISBN 7-5609-2122-1

I. 工…

II. ①李… ②林… ③汤… ④万… ⑤王…

III. 数学分析-高等学校-教材

IV. O17

工科数学分析(下册)

李大华 等

责任编辑:周怀治 龙纯曼
责任校对:张欣

封面设计:刘开
监印:张正林

出版发行:华中理工大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87542624

经销:新华书店湖北发行所

录排:华中理工大学出版社照排室

印刷:第二炮兵指挥学院印刷厂

开本:850×1168 1/32

印张:15.125

字数:358 000

版次:2000年1月第1版

印次:2000年1月第1次印刷

印数:1—2 000

ISBN 7-5609-2122-1/O·201

定价:17.80元

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行科调换)

内 容 提 要

本书适合于理工科(非数学)专业中对数学要求较高的专业作教材使用。若略去部分内容及小字部分,一般工科专业也可使用。

本书较一般工科“高等数学”教材,加强了微积分的理论基础,注重无穷小分析思想的应用,在数学逻辑性、严谨性及抽象性方面也有相应要求与训练。同时注意学生工程意识的培养,培养学生应用数学解决实际问题的能力。

本书设置了数学实验内容。

前 言

随着科学技术的飞速发展,数学的科学地位发生了巨大的变化。高技术本质上是数学技术的观念已日益为人们所共识。计算机和信息技术的迅速发展正在改变着人们对数学知识的需求,冲击着传统的观念和方法。面临着培养 21 世纪人才的挑战性任务,许多高等院校理工科(非数学)专业对数学基础课程提出了新的更高的要求。数学基础课程不再仅仅是学到某些知识,为专业课程提供数学工具,更重要的是提高学生的数学素质。

本书正是在这种形势下,根据高等学校工科数学课程教学指导委员会《关于工科数学系列课程教学改革的建议》的指导思想编写而成的。本书的宗旨是在传授知识的同时,加强和拓宽基础,加强应用;注意传授数学思想,培养学生的创造性思维;着重提高学生的数学素养和能力。本书与传统的高等数学教材的主要区别是:本书加强了微积分的理论基础,注重无穷小分析思想的运用。在数学的逻辑性、严谨性及抽象性方面也有相应的要求和训练。但本书又与数学专业用的数学分析教材不同,我们注意了学生的工程意识的培养,即通过典型例题的介绍及相应习题的训练,培养学生运用数学知识解决实际问题的能力。基于上述理由,我们将本书定名为《工科数学分析》。

具体地说,本书有以下特点:

1. 引进一些近代数学的术语、符号和概念,如集合、映射、度量性等,这将有助于学生进一步阅读使用数学工具较多的现代科技文献。

2. 拓宽和加强数学基础。本书加强了极限理论,从确界定理出发,介绍并证明了实数理论的几个基本定理;证明了有界闭区间

上连续函数的基本性质;简要介绍了 \mathbf{R}^n 空间中点集拓扑的基本概念,并在此基础上引进多元函数的极限与连续性概念;增加了理科数学分析中的一些重要内容,如一致连续,一致收敛,含参变量积分,向量值函数的导数等。这些知识不仅有实用价值,而且对学生的逻辑思维训练是十分有益的。

3. 突出数学建模,培养学生把实际问题转化为数学问题并加以解决的能力。本书除介绍微积分应用的经典例子(如物理、力学、几何等方面的)外,还介绍了若干工程、经济、人口、生态等领域中的例子,在习题中设置了许多实际应用的问题,这些问题在提高学生数学应用的兴趣及能力方面有较大的作用。

4. 重视数学思想方法的训练。本书注意突出无穷小分析的思想,将逼近的思想贯穿始终。尽可能将演绎与归纳的方法有机地结合起来,通过“问题(包括背景)——观察与思考——归纳总结——给出解答”这种模式来组织若干教学内容(如最优化问题——极值与条件极值等),以利于培养学生的创造能力。

5. 设置了数学试验,提供方程求根、定积分数值计算、多元函数作图、级数近似计算等典型问题的 MATHEMATICA 程序,供学生上机实习,以培养学生使用计算机解决实际问题的兴趣和能

力。

6. 在习题的配置上,我们把习题分成(A)、(B)两类。(A)类为基本要求题,用于巩固基础知识和基本技能;(B)类为提高题,用于扩大视野和熟练技巧,提高学生的综合能力。另外,每章还配有总习题,供读者作综合练习或复习使用。

本书适用于理工科(非数学)专业中对数学要求较高的专业。但如果略去书中理论性较强的部分及小字部分,一般工科专业也可使用本书。

本书由李大华、林益、汤燕斌任主编,参加编写的有万建平、王德荣。在本书的编写过程中,得到了华中理工大学教务处的的大力支持。李楚霖教授对教材中涉及经济学应用的内容进行了仔细、认真

的审阅,并提出了许多宝贵的修改意见。李静瑶、何瑞、杨林锡和乔维佳等四位副教授对书稿作过非常仔细、认真的审阅,并提出了很多中肯的、宝贵的意见。在此我们一并表示衷心的感谢。

对于书中的不足与错误,恳请同行、专家和热心的读者批评指正。

编 者

1999年5月于华中理工大学

目 录

第八章 向量代数与空间解析几何	(1)
第一节 向量及其线性运算	(1)
1.1 空间直角坐标系	(1)
1.2 向量及其坐标表示	(4)
1.3 向量的方向余弦	(7)
1.4 向量的线性运算	(8)
习题 8.1	(13)
第二节 向量的点积与叉积	(14)
2.1 两个向量的点积	(14)
2.2 点积的性质	(15)
2.3 \mathbf{R}^3 中两个向量的叉积	(17)
2.4 向量的混合积	(21)
习题 8.2	(22)
第三节 直线与平面	(23)
3.1 \mathbf{R}^2 中的直线	(23)
3.2 \mathbf{R}^3 中的平面	(24)
3.3 \mathbf{R}^3 中的直线	(27)
习题 8.3	(30)
第四节 直线与平面的位置关系	(31)
4.1 两直线的夹角	(31)
4.2 两平面的夹角	(32)
4.3 直线与平面的夹角	(33)
4.4 点到平面的距离	(34)
4.5 平面束	(36)
习题 8.4	(37)

第五节 曲面	(39)
5.1 曲面及其方程	(39)
5.2 柱面	(40)
5.3 球面	(41)
5.4 椭球面	(41)
5.5 旋转曲面	(42)
5.6 其它曲面的例子	(44)
习题 8.5	(45)
第六节 曲线	(47)
6.1 平面曲线	(47)
6.2 空间曲线	(47)
6.3 空间曲线的投影柱面和投影曲线	(49)
习题 8.6	(50)
总习题(八)	(51)
第九章 多元函数微分学	(54)
第一节 n 维欧氏空间中的点集拓扑初步	(54)
1.1 n 维欧氏空间 \mathbb{R}^n	(54)
1.2 邻域	(56)
1.3 内点、外点、边界点、聚点	(57)
1.4 开集	(59)
1.5 闭集	(59)
1.6 区域	(60)
习题 9.1	(60)
第二节 多元函数的基本概念	(61)
2.1 二元函数	(61)
2.2 等高线和等位面	(63)
2.3 极限与连续	(66)
习题 9.2	(70)
第三节 偏导数与全微分	(72)

3.1 偏导数	(72)
3.2 全微分	(75)
3.3 连续性与可微性,偏导数与可微性	(78)
习题 9.3	(83)
第四节 复合函数的求导法则	(86)
4.1 $z=f(x,y),x=g(t),y=h(t)$ 的情形	(86)
4.2 $z=f(x,y),x=g(u,v),y=h(u,v)$ 的情形	(87)
4.3 链式法则在经济学中的一个应用	(89)
4.4 一阶全微分形式的不变性	(90)
4.5 高阶偏导数和高阶全微分	(92)
4.6 偏导数计算在偏微分方程中的应用	(95)
习题 9.4	(100)
第五节 方向导数与梯度	(102)
5.1 方向导数	(102)
5.2 梯度	(105)
习题 9.5	(109)
第六节 隐函数微分法	(111)
6.1 一个方程的情形	(111)
6.2 方程组的情形	(114)
6.3 隐函数存在定理	(116)
习题 9.6	(119)
第七节 泰勒多项式	(120)
习题 9.7	(123)
第八节 向量值函数的导数	(123)
8.1 向量值函数的概念	(123)
8.2 向量值函数的极限与连续性	(125)
8.3 向量值函数的导数	(127)
习题 9.8	(131)
总习题(九)	(131)

第十章 多元函数微分学的应用	(135)
第一节 无约束最优化问题	(135)
1.1 多元函数的极值概念	(135)
1.2 极值的必要条件	(136)
1.3 极值的充分条件	(138)
1.4 最大(小)值的求法	(140)
1.5 最大利润问题	(141)
1.6 最小二乘法	(142)
习题 10.1	(144)
第二节 约束最优化问题	(146)
2.1 拉格朗日乘数	(146)
2.2 拉格朗日乘数法	(148)
习题 10.2	(151)
第三节 偏导数在几何上的应用	(153)
3.1 空间曲线的切线与法平面	(153)
3.2 曲面的切平面与法线	(157)
习题 10.3	(162)
总习题(十)	(164)
第十一章 重积分	(168)
第一节 二重积分的概念	(168)
1.1 曲顶柱体的体积	(168)
1.2 平面区域内昆虫群体的总量	(170)
1.3 二重积分的定义	(170)
1.4 二重积分的性质	(172)
习题 11.1	(173)
第二节 二重积分的计算	(174)
2.1 矩形区域上的二重积分	(174)
2.2 一般区域上的二重积分	(176)
2.3 利用极坐标计算二重积分	(181)

2.4 二重积分的一般换元法	(185)
习题 11.2	(188)
第三节 广义二重积分	(190)
习题 11.3	(192)
第四节 三重积分的概念和计算	(193)
4.1 三重积分的概念	(193)
4.2 利用直角坐标系计算三重积分	(194)
4.3 利用柱坐标系计算三重积分	(198)
4.4 利用球坐标系计算三重积分	(202)
习题 11.4	(205)
第五节 重积分的应用	(207)
5.1 体积	(207)
5.2 物体的质心	(208)
5.3 转动惯量	(210)
5.4 引力	(211)
习题 11.5	(213)
总习题(十一)	(214)
第十二章 曲线积分与曲面积分	(218)
第一节 第一类曲线积分	(218)
习题 12.1	(222)
第二节 第二类曲线积分	(223)
2.1 第二类曲线积分的概念和性质	(223)
2.2 第二类曲线积分的计算	(225)
2.3 第二类曲线积分的几个等价形式	(226)
习题 12.2	(232)
第三节 第一类曲面积分	(233)
3.1 曲面面积	(233)
3.2 第一类曲面积分的概念和性质	(236)
3.3 第一类曲面积分的计算	(237)

习题 12.3	(240)
第四节 第二类曲面积分	(241)
4.1 第二类曲面积分的概念	(241)
4.2 第二类曲面积分的几个等价形式	(243)
4.3 第二类曲面积分的计算	(244)
习题 12.4	(248)
总习题(十二)	(249)
第十三章 场论基本公式	(251)
第一节 格林公式及其应用	(252)
1.1 平面闭曲线的定向	(252)
1.2 格林公式	(253)
1.3 格林公式的应用	(257)
习题 13.1	(261)
第二节 保守场与势函数	(262)
2.1 保守场与势函数的概念	(263)
2.2 保守场的性质	(264)
2.3 保守场的判别法	(268)
2.4 全微分方程及势函数的求法	(270)
习题 13.2	(274)
第三节 散度和高斯公式	(276)
3.1 向量场的散度	(276)
3.2 散度的计算	(277)
3.3 高斯公式	(279)
习题 13.3	(283)
第四节 旋度与斯托克斯公式	(284)
4.1 向量场的旋度	(284)
4.2 斯托克斯公式	(286)
4.3 旋度的计算	(289)
习题 13.4	(292)

第五节 ∇ 算子	(293)
5.1 ∇ 算子的运算规则	(293)
5.2 几个基本公式	(294)
5.3 例子	(295)
习题 13.5	(296)
第六节 向量的外积与外微分形式	(297)
6.1 向量的外积	(297)
6.2 外微分形式及外微分	(299)
6.3 场论基本公式的统一形式	(302)
习题 13.6	(304)
总习题(十三)	(304)
第十四章 数项级数	(307)
第一节 再谈数列极限	(307)
1.1 基本概念	(307)
1.2 数列极限与函数极限的关系	(308)
1.3 单调有界收敛定理	(310)
1.4 致密性定理与柯西准则	(313)
习题 14.1	(317)
第二节 数项级数的收敛与发散	(318)
2.1 基本概念	(318)
2.2 收敛级数的基本性质	(323)
习题 14.2	(325)
第三节 正项级数	(326)
3.1 有界性准则	(326)
3.2 比较判别法	(327)
3.3 比值判别法和根值判别法	(332)
3.4 积分判别法	(336)
习题 14.3	(337)
第四节 任意项级数	(339)

4.1	交错级数收敛判别法	(339)
4.2	绝对收敛与条件收敛	(341)
4.3	绝对收敛级数的性质	(343)
	习题 14.4	(347)
	总习题(十四)	(348)
第十五章	函数项级数	(351)
第一节	函数项级数的基本概念	(351)
1.1	函数列和函数项级数	(351)
1.2	收敛域	(352)
1.3	几个基本问题	(353)
1.4	一致收敛的概念	(355)
1.5	一致收敛级数的性质	(358)
	习题 15.1	(360)
第二节	幂级数及其收敛性	(361)
2.1	幂级数的收敛半径与收敛区间	(361)
2.2	收敛半径的求法	(365)
	习题 15.2	(368)
第三节	幂级数及其收敛性	(369)
	习题 15.3	(375)
第四节	泰勒级数	(375)
4.1	基本定理	(375)
4.2	几个基本初等函数的泰勒级数	(378)
4.3	应用基本展开式的例子	(382)
4.4	微分方程的幂级数解法	(384)
	习题 15.4	(386)
第五节	周期函数的傅立叶级数	(387)
5.1	基本三角函数系	(388)
5.2	傅立叶系数	(390)
5.3	收敛定理	(391)

5.4 例子	(392)
5.5 正弦级数和余弦级数	(394)
习题 15.5	(397)
第六节 任意区间上的傅立叶级数	(398)
6.1 区间 $[-\pi, \pi]$ 上的傅立叶级数	(398)
6.2 区间 $[-l, l]$ 上的傅立叶级数	(401)
习题 15.6	(404)
第七节 傅立叶级数的复数形式	(405)
习题 15.7	(408)
总习题(十五)	(409)
第十六章 含参变量的积分	(412)
第一节 含参变量的常义积分	(412)
习题 16.1	(416)
第二节 广义积分收敛性判别法	(417)
2.1 无穷积分收敛性判别法	(417)
2.2 无界函数的广义积分收敛性判别法	(420)
习题 16.2	(422)
第三节 含参变量的广义积分	(423)
3.1 一致收敛性	(423)
3.2 含参变量广义积分的性质	(424)
习题 16.3	(426)
总习题(十六)	(426)
数学实验	(428)
实验三 多元函数的偏导数与图形	(428)
实验四 多元函数极值	(430)
实验五 幂级数的应用	(431)
习题答案与提示	(435)
参考书目	(465)

第八章 向量代数与空间解析几何

到目前为止,我们讨论的基本上都是一元函数,即 $y=f(x)$,这个函数关系中只有一个自变量和一个因变量.但是在实际问题中,经常要考虑多种因素、多方面的关系,因此必须考虑有多个自变量的情形.为此,我们需要作一些相应的准备工作.本章所要介绍的向量代数与空间解析几何的内容,就是这种准备的一部分.

向量是描述那些既有大小、又有方向的量,它是一种重要的数学工具,在工程技术中有着广泛的应用.本章将介绍向量的概念及向量的几种基本运算.

我们知道,平面解析几何的知识是学习一元函数的基础.类似地,学习多元函数微积分时,我们必须首先学习空间解析几何的基础知识.本章将介绍空间的平面和直线的方程,平面与直线的关系,以及空间曲面、曲线的方程.

第一节 向量及其线性运算

1.1 空间直角坐标系

通过平面直角坐标系,可以用有序数对来表示平面上任意一点的位置.为了确定空间中任一点的位置,我们需要建立空间直角坐标系.为此,引进三条互相垂直的直线,称之为 x 轴、 y 轴和 z 轴,它们相交于一点 O ,称之为原点.通常将这三个坐标轴按右手系规则排列(见图8.1).当右手握拳的方向是从 x 轴的正向到 y 轴的正向时,右手

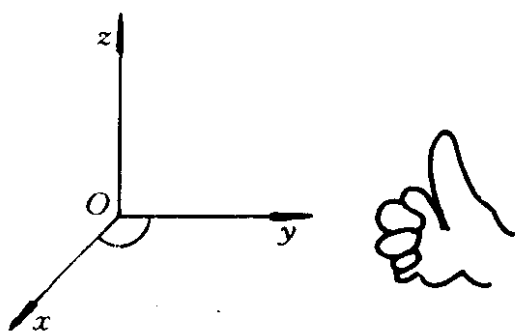


图 8.1