

高等学校试用教材

# 数字电路 与 逻辑设计

HUZI DANLU YU LUOJI SHEJI

张端 编

高等教育出版社

11.64/118

高等学校试用教材

# 数字电路与逻辑设计

张端 编

高等教育出版社

## 内 容 提 要

本书经高等学校工科电工教材编审委员会电子线路编审小组评选、审定,同意作为高等学校试用教材出版。

本书以1980年高等学校工科电工教材编审委员会审订的《脉冲与数字电路教学大纲(草案)》数字部分为依据。全书由逻辑代数、组合电路及时序电路的分析与设计三部分组成。在组合电路、时序电路的逻辑设计部分,着重讨论设计工具与方法,并增加了测试及试验部分。最后简单介绍了系统设计的概念。每章后附有小结及适量的习题。

本书可作为高等学校工科无线电类专业数字电路与逻辑设计课程教材,也可供从事电子技术工作的工程技术人员参考。

本书责任编辑 姚玉洁

高等学校试用教材

数字电路与逻辑设计

张端 编

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

二〇七厂印装

开本 787×1092 1/16 印张31.25 字数 710,000

1985年10月第1版 1985年10月第1次印刷

印数 00,001—9,700

书号 15010·0662 定价 5.35元

## 前 言

本书是在授课讲稿的基础上编写而成的。主要以1980年高等学校工科电工教材编审委员会扩大会议审订的《脉冲与数字电路教学大纲(草案)》为依据,同时也考虑到中、大规模集成电路近两年在我国迅猛发展这一动向。教材中介绍的集成电路实例,大都选自国产集成电路手册。

全书共分十一章。第一章绪论。第二章逻辑代数及逻辑函数,这一章的内容是本课程的基础理论,也是分析、设计数字电路的数学工具。第三章集成逻辑门,从应用的角度出发,介绍了集成逻辑门的基本原理、外部特性、接口电路以及其非逻辑应用。第四章组合逻辑电路,用第二、三章所述工具及集成逻辑门的知识,来分析、设计组合逻辑电路;并给出了测试的概念及方法。在阐述分析方法时,除逻辑代数法外,还介绍了符号置换法及用符号置换规则直接分析电路的方法,它有利于分析由与非逻辑及或非逻辑构成的多级电路和MOS类中规模集成电路。第五章集成触发器,介绍了时序逻辑电路中的单元电路,这些电路本身也是时序电路。本章以基本R-S触发器为基础,讨论了同步(钟控)R-S、J-K、D及T等四种功能的触发器;介绍了集成D触发器及J-K触发器,分析了它们的工作原理和脉冲工作特性。第六章同步时序电路,介绍了同步时序电路的特点、分析方法,较深入地讨论了同步时序电路的设计方法与步骤,并交待了检验同步时序电路的试验。第七章异步时序电路,分别讨论了脉冲异步时序电路及电平异步时序电路的分析与设计方法,讨论了异步时序电路的冒险现象及其消除方法,介绍了异步时序电路的试验方法。第八章中规模集成电路及其应用,通过对中规模集成电路的分析,一方面复习、巩固第四、五、六、七章所学内容及分析方法,另一方面通过对中规模集成电路逻辑功能的分析,进而研究了扩大其逻辑功能的方法。最后给出了中规模集成电路在监控、通信、电视及测量等方面的应用实例。第九章大规模集成电路,以中规模集成电路为基础,介绍了顺序存取存储器SAM、只读存储器ROM及随机存取存储器(读写存储器)RAM等存储器的结构、工作原理及操作过程。讨论了用ROM、PLA实现逻辑函数的方法。第十章数-模及模-数转换,从无线电技术专业的应用出发,讨论了数-模及模-数转换的基本概念、实现方案、性能指标、一些转换器的电路图及集成电路。第十一章数字系统设计,概述了用中规模集成电路为基本单元来设计数字系统的方法与步骤。

每章后附有小结和习题,它们将有助于加深对课程内容的理解。

参加1983年4月在杭州召开的“脉冲与数字电路教材评选会议”的编委及主审陈跃奎、张著、崔志奎等同志对本书稿编者给予了极大的鼓励,并提出了中肯而具体的修改意见。编委龚之春同志又对修改稿进行了全面、细致的复审,提出了极其宝贵的意见。编者在此对以上诸位同志

表示衷心的感谢。

在编写教材时，力求符合教学规律，并有利于学生自学，但由于编者水平有限，编写时间仓促，恐难达到要求，而且错误不妥之处在所难免，恳请读者批评、指正。

编者 1984.3.

# 目 录

<b>第一章 绪论</b> .....1	<b>2-4 卡诺图及逻辑函数的简化</b> .....37
1-1 数字电路的基本概念.....1	1. 逻辑函数的卡诺图.....38
1. 数字信号.....1	2. 卡诺图的简化规则.....41
2. 数字电路.....2	3. 卡诺图法简化逻辑函数(标准表达式).....43
1-2 进位计数制及其转换.....3	4. 卡诺图法简化逻辑函数(非标准表达式).....46
1. 十进计数制(十进制).....3	5. 不完全指定的逻辑函数的简化.....50
2. 二进计数制(二进制)及 $2^k$ 进计数制.....4	<b>2-5 Q-M法简化逻辑函数</b> .....51
3. 二进制数转换为十进制数.....6	小结.....57
4. 十进制数转换为二进制数.....6	习题.....58
5. 二进制数与 $2^k$ 进制数之间的转换.....8	<b>第三章 集成逻辑门</b> .....61
<b>1-3 二进制数的算术运算</b> .....10	<b>3-1 二极管-电阻逻辑门</b> .....61
1. 加法运算.....10	1. 二极管-电阻与门.....61
2. 减法运算.....11	2. 二极管-电阻或门.....62
3. 乘法运算.....11	<b>3-2 晶体管-晶体管逻辑门(TTL)</b> .....64
4. 除法运算.....11	1. TTL与非门的工作原理.....65
<b>1-4 二-十进制(BCD)码</b> .....12	2. TTL与非门的外部特性.....66
<b>1-5 课程的主要任务与性质</b> .....14	3. TTL与非门逻辑功能的扩展.....72
小结.....15	4. TTL改进型电路.....78
习题.....16	<b>3-3 射极耦合逻辑(ECL)电路</b> .....79
<b>第二章 逻辑代数及逻辑函数</b> .....18	1. ECL或/或非门.....80
<b>2-1 逻辑代数的基本运算</b> .....18	2. ECL或/或非门的外部特性.....81
1. 与运算.....18	3. 逻辑功能的扩展.....83
2. 或运算.....20	<b>3-4 集成注入逻辑(I<sup>2</sup>L)</b> .....85
3. 非运算.....20	1. I <sup>2</sup> L基本逻辑单元的工作原理.....85
<b>2-2 逻辑代数的基本定律及规则</b> .....21	2. I <sup>2</sup> L电路的主要特点.....85
1. 逻辑代数的基本定律.....21	<b>3-5 MOS集成逻辑门</b> .....87
2. 逻辑代数的三条规则.....24	1. NMOS反相器(非门).....87
3. 若干常用公式.....26	2. CMOS反相器.....89
4. 用代数法简化逻辑表达式.....27	3. MOS逻辑门.....91
5. 导出逻辑.....28	<b>3-6 电位转换(接口)电路</b> .....94
<b>2-3 真值表与逻辑函数表达式</b> .....32	1. ECL/TTL及TTL/ECL电位转换电路.....94
1. 标准积之和式(最小项之和式).....32	2. TTL/CMOS及CMOS/TTL电位转换电路.....95
2. 标准和之积式(最大项之积式).....34	<b>3-7 脉冲形成与变换电路</b> .....96
3. 最小项与最大项之间的关系.....36	

1. 集成单稳态触发器	96
2. 施密特触发器	98
小结	100
习题	102
<b>第四章 组合逻辑电路</b>	108
概述	108
4-1 组合逻辑电路的分析	108
1. 逻辑代数法	109
2. 符号置换法	111
4-2 实用组合逻辑电路的分析	115
1. 编码器	115
2. 译码器	116
3. 数据选择器	117
4. 多路分配器	118
5. 数码比较器	119
6. 全加器	119
7. 两位二进制数的乘法电路	120
4-3 组合逻辑电路的设计	121
1. 两级与非门及或非门电路的设计	121
2. 三级与非门电路的设计	125
3. 多输出函数组合电路的设计	129
4. 设计举例	132
4-4 组合逻辑电路的冒险	135
1. 逻辑冒险	136
2. 功能冒险	140
4-5 组合逻辑电路的测试	143
1. 基本概念	143
2. 产生测试的经典方法——故障表法	145
小结	151
习题	152
<b>第五章 集成触发器</b>	157
概述	157
5-1 触发器的基本形式	157
1. 基本R-S触发器	157
2. 钟控R-S触发器	159
3. 其他钟控触发器	163
5-2 TTL集成触发器	166
1. 主-从J-K触发器	166
2. 维持-阻塞D触发器	171
3. 边沿触发型J-K触发器	174

5-3 CMOS集成触发器	178
1. MOS传输门	173
2. CMOS基本R-S触发器	180
3. CMOS D触发器	181
4. CMOS J-K触发器	183
5-4 触发器用于脉冲波形的产生	184
1. 单脉冲发生器	184
2. 脉宽可调(多谐)振荡器	185
小结	186
习题	188
<b>第六章 同步时序电路</b>	193
概述	193
6-1 同步时序电路的分析	194
1. 同步时序电路的特点	194
2. 同步时序电路的分析	195
3. 典型同步时序电路的分析	200
6-2 同步时序电路的设计	209
1. 设计方法与步骤	209
2. 状态转换图或状态转换表的形成	210
3. 状态简化	213
4. 状态分配	217
5. 触发器选型, 确定激励函数及输出函数	221
6. 画逻辑电路图	223
7. 多余状态检查	224
8. 设计举例	224
6-3 同步时序电路的试验	235
1. 区分序列	236
2. 引导序列	237
3. 同步序列	239
4. 检验序列	239
小结	242
习题	243
<b>第七章 异步时序电路</b>	248
7-1 脉冲异步时序电路	249
1. 脉冲异步时序电路的分析	249
2. 脉冲异步时序电路的设计	254
7-2 电位异步时序电路	263
1. 电位异步时序电路的分析	265
2. 电位异步时序电路的设计方法与步骤	268
3. 电位异步时序电路的设计举例	278

7-3 异步时序电路的冒险及其处理	284	2. 数字传输系统	366
1. 本质冒险	284	3. TV 数字通道选择器	368
2. 本质冒险的判断及其消除	285	4. 数字电压表(DVM)	368
7-4 异步时序电路的试验	287	小结	470
小结	288	习题	371
习题	289	<b>第九章 大规模集成电路</b>	376
<b>第八章 中规模集成电路及其应用</b>	295	9-1 顺序存取存储器(SAM)	376
8-1 数码比较器	295	1. 动态 MOS 移位寄存器级	378
1. 集成数码比较器	297	2. 动态无比移位寄存器级	380
2. 数码比较器的级联	298	3. 动态 CMOS 移位寄存器级	382
3. 比较器在定时设备中的应用	299	4. 准静态移位寄存器级	383
8-2 编码器及译码器	299	9-2 只读存储器(ROM)	383
1. 编码及编码器	299	1. ROM 的结构及其工作原理	384
2. 译码及译码器	304	2. ROM 的设计及其应用举例	389
8-3 数据选择器及多路分配器	311	3. 可编程逻辑阵列(PLA)	393
1. 数据选择器	312	4. PROM 及 EPROM	397
2. 用数据选择器实现逻辑函数	314	9-3 随机存取存储器(RAM)	398
3. 用数据选择器产生脉冲	316	1. RAM 的结构	398
4. 多路分配器	317	2. 双极型晶体管 RAM	400
8-4 全加器	318	3. MOS 晶体管 RAM	403
1. 串行进位全加器	319	小结	416
2. 提前进位全加器	319	习题	417
3. 用全加器实现 BCD/B 码变换	323	<b>第十章 数-模转换及模-数转换</b>	419
8-5 计数器	323	10-1 概述	419
1. 异步十进制计数器	324	1. 脉冲编码调制(PCM)	419
2. 同步十进制加法计数器	326	2. 增量调制(DM)	422
3. BCD 可预置数可逆计数器	328	10-2 数-模转换器(DAC)	423
4. 任意进制计数器	334	1. 权电阻 DAC	423
5. 计数器的级联	336	2. T 形电阻 DAC	424
8-6 寄存器	337	3. BCD 码 DAC	426
1. 两拍接收方式的寄存器	338	4. 电子开关	428
2. 单拍接收方式的寄存器	339	5. 电流激励 DAC	429
8-7 移位寄存器及其应用	341	6. 倒 T 形 DAC	432
1. 四位双向移位寄存器 T453	342	7. 集成 DAC	433
2. 移位寄存器型计数器	345	8. DAC 的性能	434
3. 移位寄存器型脉冲序列发生器	353	10-3 模-数转换器(ADC)	435
4. 移位寄存器型线性序列发生器	357	1. 并行比较 ADC	435
5. 集成定时电路 555	363	2. 级联比较(并串行) ADC	437
8-8 中规模集成电路应用实例	365	3. 逐位比较 ADC	438
1. 生产线的监视	365	4. 计数型 ADC	442



5. 双斜率(双积分) ADC.....	444	11-2 数字系统设计.....	460
6. 增量调制及自适应调制.....	447	1. 算法的确定.....	460
7. ADC 的性能.....	449	2. 控制电路的设计.....	462
小结.....	449	3. 数据处理网络的设计.....	464
习题.....	450	4. 数字系统的设计举例.....	466
<b>第十一章 数字系统设计.....</b>	<b>452</b>	11-3 微程序控制器的数字系统.....	469
11-1 寄存器传递语言(RTL).....	454	1. 数字计算机模型.....	469
1. 系统输入、输出和寄存器的表达.....	454	2. 微程序控制器数字系统的设计.....	471
2. 基本的系统操作.....	454	小结.....	477
3. 语句表达式.....	456	参考资料.....	478
4. RTL 应用举例.....	457	索引.....	479

# 第一章 绪 论

目前数字电路在通信、电视、雷达、电子计算机、自动控制、电子测量仪器等方面已得到广泛的应用。随着集成电路的发展,特别是中、大规模和超大规模数字集成电路的发展,将对各类电子系统的设计、制造和应用都产生深远的影响。例如,用数字电路构成的数字通信系统,与传统的模拟通信系统比较,不仅抗干扰能力强,保密性好,适于多路远程传输,而且还能应用计算机进行信息处理和控制在,实现以计算机为中心的自动交换通信网。这种通信与计算机的结合正是工业发达的一种标志。又如,用数字电路构成的测量仪器,与模拟测量仪器比较,不仅测量精度高、测试功能强,而且还便于进行数据处理,实现测量自动化、智能化。总之,随着数字电路应用领域的扩大,电子技术将会更广泛地渗透到国民经济的各个部门中去,并产生愈来愈深刻的影响。因此,数字电路的分析与设计,将是现代电子工程技术人员所必备的专业基础知识。所以,讲授上述内容的数字电路与逻辑设计课程,就成为无线电技术类各专业的一门技术基础课。

## 1-1 数字电路的基本概念

### 1. 数字信号

数字信号通常指的是那些在时间上和数值上都是离散的(量化了的)信号。

考察图 1-1(a)所示信号可见,在任一时间间隔  $\Delta t$  ( $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ )内, 信号值

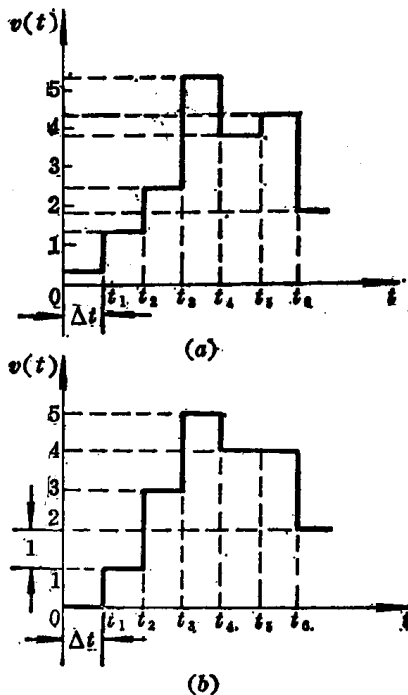


图 1-1

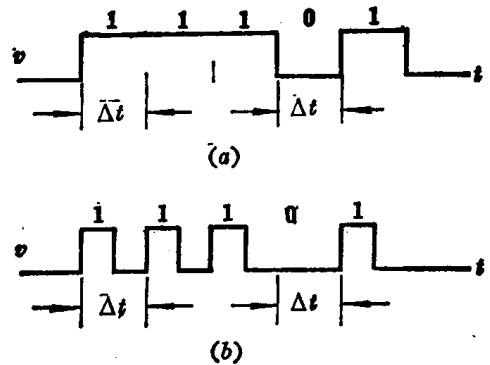


图 1-2

是不变的,只有在  $t_i$  时刻信号才发生变化,因此这种信号不是随时间连续变化的,而是在离散点上发生变化的信号,常称其为离散信号。图(a)所示信号的幅值是任意的。如用四舍五入(或只舍不入)的方法,将信号幅值整量化,则得图 1-1(b) 所示信号。它不仅在时间上是离散的,而且在数值上也是离散的——整量化了的,这种信号即所谓数字信号。

在计算机及数据处理系统中,对信息中的英文字母  $A, B, C \dots$ , 希腊字母  $\alpha, \beta, \gamma \dots$ , 算术运算符号  $+, -, \times, \div$  等,都用数字信号来表示。但在数字电路中最常采用的是只有  $0, 1$  两种数值组成的数字信号。这种二值数字信号又称二进制信号。

数字电路中所采用的二值数字信号分电位型(不归 0 型)和脉冲型(归 0 型)两种。图 1-2(a) 所示为电位型数字信号,它是以电位的高、低来表示的信号。图中用 1 表示高电位,用 0 表示低电位。通常每个 1、0 信号所占的时间间隔  $\Delta t$  都相等,每个  $\Delta t$  称为一拍(位)。几个连续的高(低)电位,就是几拍(位)长的 1、0 信号。这样,图(a)所示信号就是 11101 的五位二进制信号。由于相邻高电位是连续不变的,而不是先回到 0 再变到 1,故称其为不归 0 型。图 1-2(b) 所示为脉冲型数字信号,它是以每拍内有无脉冲来表示的信号,有脉冲表示 1,无脉冲表示 0。这样,图(b)所示信号也是 11101 五位二进制信号。由于相邻 1 信号是先回到 0 再变为 1 的,故称为归 0 型。

## 2. 数字电路

数字电路指的是能对数字信号进行算术或逻辑运算的电路。所谓算术运算,即对两个或两个以上数字信号进行  $+, -, \times, \div$  等一系列算术加工;而所谓逻辑运算,即对数字信号进行与、或、非以及由此导出的与非、异或等逻辑关系的处理及控制。

数字电路可分为组合逻辑电路及时序逻辑电路两大类。图 1-3(a) 所示为组合逻辑电路(简称组合电路)的一般形式,图中  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为输入信号;  $z_1, z_2, \dots, z_m$  为输出信号,它们都是二值数字信号。这种电路的输出仅仅决定于当时输入信号的数值。图 1-3(b) 所示为时序逻辑电路(简称时序电路)的一般形式,除组合电路外,它还有用来记忆电路过去状态的存贮单元,这种电路的

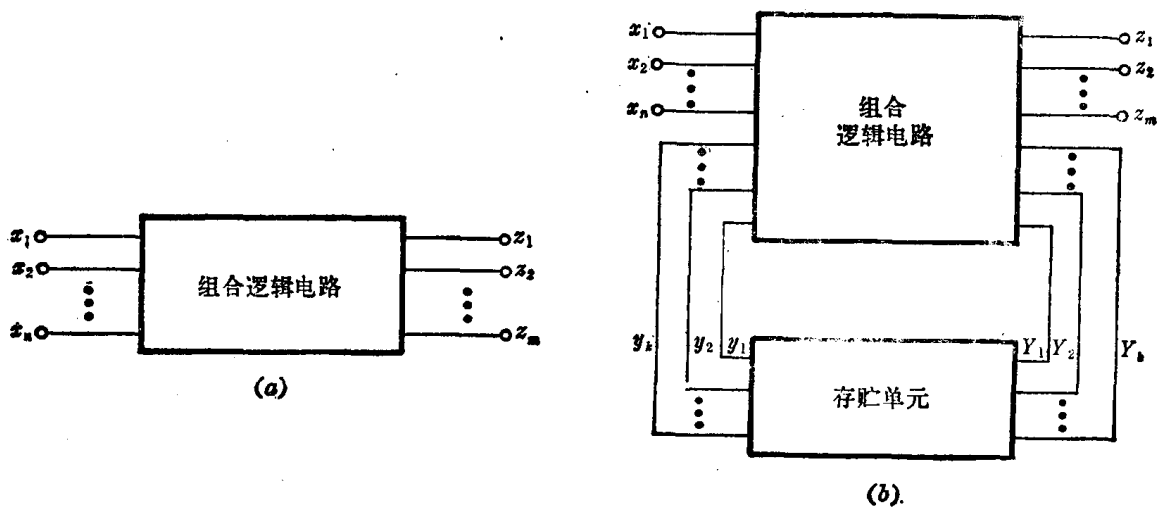


图 1-3

输出  $z_i$  不仅决定于当时输入信号  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的数值, 而且还与电路过去的状态  $y_1, y_2, \dots, y_k$  有关。

图1-3 所示的组合电路由集成逻辑门构成, 而存贮单元则由集成触发器或延迟单元构成。一般集成逻辑门和集成触发器都是两个状态的电子器件, 用它们来处理二值数字信号是非常方便的。

数字电路处理的是二进制数字信号, 在数字电路中有时也用  $2^3, 2^4$  进制, 而人们熟悉的是十进制数, 因此必须搞清各种进位计数制及其相互间的转换关系。

## 1-2 进位计数制及其转换

### 1. 十进计数制(十进制)

在十进制中有 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 等十个有序数字符号, 表示 0~9 的数值。当数值比 9 大 1 时(即 9+1 时), 则向相邻高位进 1, 以 10 来表示, 称为“逢十进一”。这个 10 就是这种计数制的进位基数, 或称基数。基数也就是所用数字符号数。以基数为 10 的进位计数制称为十进计数制。在这种数制中, 虽然只有十个数字符号, 但任何有限数的数值都可用按位置排列数字符号(简称数符)的方法来表示。例如, 某数 384.65 可以写成

$$\begin{aligned} 384.65 &= 3 \times 100 + 8 \times 10 + 4 \times 1 + 6 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100} \\ &= 3 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} \end{aligned} \quad (1-1)$$

由式(1-1)可见, 数符所处的位置(数位)不同, 所代表的数值也不同。从小数点开始往左, 按个位( $10^0$ )、十位( $10^1$ )、百位( $10^2$ )等等往上升, 而从小数点往右, 则按十分位( $10^{-1}$ )、百分位( $10^{-2}$ )等等往下降。这里基数 10 的幂  $10^i$  称为第  $i$  位上的“权”, 它表示数符 1 在  $i$  位上的数值。例如, 在小数点以左第三位( $i=2$ )上的 3 所表示的值为  $3 \times 10^2$ , 即三百; 在小数点以左第一位( $i=0$ )上的 3 所表示的值为  $3 \times 10^0=3$ ; 而在小数点以右第二位( $i=-2$ )上的 3 所表示的值为  $3 \times 10^{-2}=0.03$ 。按上述位、数排列原则, 任何一个十进制数  $N$ , 可表示为

$$\begin{aligned} (N)_{10} &= d_{n-1} \times 10^{n-1} + d_{n-2} \times 10^{n-2} + \dots + d_2 \times 10^2 + d_1 \times 10^1 \\ &\quad + d_0 \times 10^0 + d_{-1} \times 10^{-1} + d_{-2} \times 10^{-2} + \dots + d_{-m} \times 10^{-m} \\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} d_i \times 10^i \end{aligned} \quad (1-2)$$

式中,  $n$  为整数的位数;  $m$  为小数的位数;  $d_i$  为系数, 是十进制数符 0~9 中的某一个, 记为  $0 \leq d_i \leq 9$ 。括号外的下标为基数,  $(N)_{10}$  表示基数为 10 的十进制数。

式(1-2)也可简写为

$$(N)_{10} = (d_{n-1} d_{n-2} \dots d_2 d_1 d_0 d_{-1} d_{-2} \dots d_{-m})_{10} \quad (1-3)$$

式中每个系数  $d_i$  ( $i=-m, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n-1$ ) 是和  $i$  位的权相联系的。如  $d_2$  表示权为  $10^2$  的百位数。系数的下标  $i$  即基数的指数。

式(1-2)和式(1-3)的这种进位计数制的表示方法可以推广到其他进位计数制。对基数为

$R$  的进位计数制来讲, 数  $(N)_R$  可表示为

$$(N)_R = (A_{n-1}R^{n-1} + A_{n-2}R^{n-2} + \dots + A_1R^1 + A_0R^0 + A_{-1}R^{-1} + \dots + A_{-m}R^{-m})_R$$

$$= \sum_{i=-m}^{n-1} A_i R^i \quad (1-4)$$

式中,  $n$  为整数的位数;  $m$  为小数的位数;  $A_i$  为系数, 是  $R$  进制数符  $0, 1, 2, \dots, R-1$  中的某一个, 即  $0 \leq A_i \leq R-1$ 。

同样, 式(1-4)也可简写为

$$(N)_R = (A_{n-1}A_{n-2}\dots A_1A_0A_{-1}\dots A_{-m})_R \quad (1-5)$$

下面把这种表示法用于二进制。

## 2. 二进计数制(二进制)及 $2^k$ 进计数制

### (1) 二进制

二进计数制中有  $0, 1$  两个数符, 它们分别表示  $0, 1$  两个数值。当数值超过  $1$  时, 则向相邻高位进  $1$ , 即  $1+1=10$ 。这个  $10$  所代表的值不是十而是二, 因进位基数是二, 故称二进计数制。将式(1-4)中的基数  $R$  代之以  $2$ , 系数  $A_i$  代之以二进制系数  $b_i$ ,  $b_i$  只取  $0, 1$  两值, 即  $0 \leq b_i \leq 1$ , 则二进制数  $(N)_2$  可表示为

$$(N)_2 = \sum_{i=-m}^{n-1} b_i \times 2^i = (b_{n-1}b_{n-2}\dots b_1b_0b_{-1}\dots b_{-m})_2 \quad (1-6)$$

例如,  $(1011.011)_2$  就可以表示为

$$(1011.011)_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$$

掌握二进制数的一个基本要求, 是熟悉二进制的权( $2$  的幂), 必须象熟悉  $10$  的幂那样熟悉  $2$  的幂。表 1-1 列出了  $i$  从  $0$  到  $10$  的二进制的权。熟悉  $2$  的幂, 对估计一个较大的十进制数该用多少位二进制数来表示是很有帮助的。例如, 表中最后一行  $2^{10}=1024$ , 近似于  $1000$ , 即十进制数一千所需的二进制数的位数为  $10$ 。如十进制数为  $100000$ , 对应的二进制数的位数是多少呢?

表 1-1 二进制的权

$i$	$2^i$	$2^{-i}$
0	1	1.0
1	2	0.5
2	4	0.25
3	8	0.125
4	16	0.0625
5	32	0.03125
6	64	0.015625
7	128	0.0078125
8	256	0.00390625
9	512	0.001953125
10	1024	0.0009765625

$$100000 = 1000 \times 10^2 \approx 2^{10} \times 2^7 = 2^{17}$$

约需要十七位二进制数。由此可见,表示同一个数,采用二进制所需的位数大大超过采用十进制所需的位数。但是二进制的系数简单,只有0、1两种取值,便于用二态开关来表示,这个优点部分补偿了位数增多的缺点。

### (2) $2^k$ 进计数制

一个十进制数 $(1000)_{10}$ ,若用二进制数来表示,则要十位。因此这种二进制数虽然适用于数字电路,但对人来讲,却是写起来长,读起来单调不易听清。为了简捷地表示一个很长的二进制数,常常采用基数为 $2^k$ 的进位计数制, $k$ 是正整数。这种计数制的基数是2的幂,因此与二进制之间的相互转换特别方便。广泛采用的是八( $2^3$ )进计数制及十六( $2^4$ )进计数制。

八进制有0、1、2、3、4、5、6、7等八个数字符,代表0~7八个数值。当数值超过7时,则向相邻高位进1,即 $7+1=10$ ,这个10所代表的数值为8,即进位基数是8,故称八进计数制。按式(1-4),一个八进制数,如 $(1357)_8$ ,可表示为

$$(1357)_8 = 1 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 7 \times 8^0$$

十六进制有0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F等十六个数字符,当数值超过F[ $(15)_{10}$ ]时,则向相邻高位进1,即 $F+1=10$ ,这个10代表16,即逢十六进一。同样,一个十六进制数 $(18AF)_{16}$ ,可以表示为

$$(18AF)_{16} = 1 \times 16^3 + 8 \times 16^2 + A \times 16^1 + F \times 16^0$$

表1-2列出十进制、二进制、八进制、十六进制数的对应关系。由表可见,一位八进制数用二进制数来表示需要三位,而一位十六进制数用二进制数来表示则需要四位。也就是说,表示某一

表 1-2 十进制、二进制、八进制、十六进制数对照表

十 进 制 数	二 进 制 数	八 进 制 数	十 六 进 制 数
0	0 0 0 0	0	0
1	0 0 0 1	1	1
2	0 0 1 0	2	2
3	0 0 1 1	3	3
4	0 1 0 0	4	4
5	0 1 0 1	5	5
6	0 1 1 0	6	6
7	0 1 1 1	7	7
8	1 0 0 0	10	8
9	1 0 0 1	11	9
10	1 0 1 0	12	A
11	1 0 1 1	13	B
12	1 1 0 0	14	C
13	1 1 0 1	15	D
14	1 1 1 0	16	E
15	1 1 1 1	17	F
16	1 0 0 0 0	20	10

数时,用八进制所需位数比二进制位数少,用十六进制所需位数则更少。

### 3. 二进制数转换为十进制数

二进制数转换为十进制数的方法有:按权展开法及基数连乘、连除法。

#### (1) 按权展开法

这种方法是将二进制数按式(1-6)展开,然后按十进制的运算规则求和。

**例 1-1** 将二进制数 $(101011.011)_2$ 转换为十进制数。

$$\begin{aligned}\text{解 } (101011.011)_2 &= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &\quad + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 1 + 0.25 + 0.125 \\ &= (43.375)_{10}\end{aligned}$$

#### (2) 基数连乘、连除法

将式(1-6)写成基数连乘、连除式,即

$$\begin{aligned}(N)_2 &= b_{n-1} \times 2^{n-1} + b_{n-2} \times 2^{n-2} + \dots + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0 + b_{-1} 2^{-1} + \dots + b_{-m} 2^{-m} \\ &= (\dots((b_{n-1} \times 2 + b_{n-2}) \times 2 + b_{n-3}) \times 2 + \dots + b_1) \times 2 + b_0 \\ &\quad + (\dots(b_{-m} \times \frac{1}{2} + b_{-m+1}) \times \frac{1}{2} + \dots + b_{-1}) \times \frac{1}{2}\end{aligned}\quad (1-7)$$

由式(1-7)可见,整数部分的转换用基数 2 连乘,即从整数二进制数的最高位开始,将该位系数乘 2,然后加下一位系数,再乘 2,随后再加更下一位系数,再乘 2,这样重复做下去,直到加上小数点前一位系数  $b_0$  为止。小数部分的转换则用基数 2 连除,即从小数部分的最低位( $m$ 位)开始,将该位系数除以 2 (即  $\times \frac{1}{2}$ ),加高一系数,再除以 2,再加更高一位系数,再除 2,一直除到小数点后的第一位  $b_{-1}$  为止。最后把整数部分和小数部分相加,即得所求十进制数。

**例 1-2** 用基数连乘、连除法将二进制数 $(101011.011)_2$ 转换为十进制数 $(N)_{10}$ 。

**解** 整数部分 从最高位开始连乘以 2,直到加上小数点前一位  $b_0$  为止。即

$$(101011)_2 = (((((1 \times 2 + 0) \times 2 + 1) \times 2 + 0) \times 2 + 1) \times 2 + 1) \times 2 + 1 = (43)_{10}$$

小数部分 从最低位开始连除以 2,直到小数点后第一位  $b_{-1}$  为止。即

$$(.011)_2 = ((1 \times \frac{1}{2} + 1) \times \frac{1}{2} + 0) \times \frac{1}{2} = (0.375)_{10}$$

将两部分相加,即得

$$(101011.011)_2 = (43.375)_{10}$$

### 4. 十进制数转换为二进制数

将二进制数转换为十进制数的两种方法的演算过程反过来,就可以实现十进制数到二进制数的转换。相应的两种方法为:提取 2 的权及基数连除、连乘法。

#### (1) 提取 2 的权

这种方法是将十进制数分解为 2 的权的和,然后从和式求得对应的二进制数。

**例 1-3** 将十进制数 $(47.5625)_{10}$ 转换为二进制数 $(N)_2$ 。

$$\begin{aligned}
 \text{解 } (47.5625)_{10} &= 32 + 8 + 4 + 2 + 1 + 0.5 + 0.0625 \\
 &= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\
 &\quad + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} \\
 &= (101111.1001)_2
 \end{aligned}$$

(2) 基数连除、连乘法

十进制整数转换为二进制数用基数连除法。十进制整数  $(N)_{10}$  转换为二进制数, 可表示为

$$(N)_{10} = b_{n-1} \times 2^{n-1} + \dots + b_2 \times 2^2 + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0 \quad (1-8)$$

用基数 2 除式(1-8)等式两边, 得

$$\frac{(N)_{10}}{2} = b_{n-1} \times 2^{n-2} + \dots + b_2 \times 2^1 + b_1 \times 2^0 + \frac{b_0}{2} = A_1 + \frac{b_0}{2}$$

式中,  $A_1 = b_{n-1} \times 2^{n-2} + \dots + b_2 \times 2^1 + b_1 \times 2^0$  是  $(N)_{10}/2$  的商, 而  $b_0$  是  $(N)_{10}/2$  的余数。将所得的商  $A_1$  再除以 2, 得

$$\frac{A_1}{2} = b_{n-1} \times 2^{n-3} + \dots + b_2 + \frac{b_1}{2} = A_2 + \frac{b_1}{2}$$

式中,  $A_2 = b_{n-1} \times 2^{n-3} + \dots + b_2$  是  $A_1/2$  的商, 而  $b_1$  是  $A_1/2$  的余数。这个除以基数 2 的过程一直进行下去, 直至商为 0。当商为 0 时, 就完成了  $b_{n-1}$  的确定过程。将这些余数按式(1-6)排列, 就得到相应的二进制数。

**例 1-4** 用基数连除法将十进制数  $(53)_{10}$  转换为二进制数  $(N)_2$ 。

**解** 将  $(53)_{10}$  连除以 2, 所得余数即相应的二进制数。

2	53	
2	26	余 1 ( $b_0$ )
2	13	余 0 ( $b_1$ )
2	6	余 1 ( $b_2$ )
2	3	余 0 ( $b_3$ )
2	1	余 1 ( $b_4$ )
	0	余 1 ( $b_5$ )

$$\begin{aligned}
 \therefore (N)_2 &= b_5 b_4 b_3 b_2 b_1 b_0 \\
 &= (110101)_2
 \end{aligned}$$

十进制小数  $(.N)_{10}$  转换为二进制小数, 可表示为

$$(.N)_{10} = b_{-1} \times 2^{-1} + b_{-2} \times 2^{-2} + \dots + b_{-m} \times 2^{-m} \quad (1-9)$$

用基数 2 乘式(1-9)两边, 得

$$2(.N)_{10} = b_{-1} \times 2^0 + b_{-2} \times 2^{-1} + \dots + b_{-m} \times 2^{-m+1} = b_{-1} \times 2^0 + B_1$$

式中,  $b_{-1}$  为  $2(.N)_{10}$  的整数部分;  $B_1 = b_{-2} \times 2^{-1} + \dots + b_{-m} \times 2^{-m+1}$  为小数部分。将  $B_1$  再乘以 2, 则得

$$2B_1 = b_{-2} \times 2^0 + b_{-3} \times 2^{-1} + \dots + b_{-m} \times 2^{-m+2} = b_{-2} \times 2^0 + B_2$$

式中,  $b_{-2}$  为  $2B_1$  的整数部分;  $B_2$  为小数部分。这个乘 2 过程可以继续下去, 直至求出  $b_{-n}$ 。将这些系数按式(1-6)排列, 就可得到相应的二进制小数。



在计算过程中,可能还未求到  $b_{-k}$ , 乘积的小数部分已经是 0, 这表示已求出准确转换的小数, 余下的各位都是 0 了; 也可能已求到  $b_{-k}$ , 而乘积的小数部分还不是 0, 这表示转换出的二进制小数存在误差  $e$ 。剩余误差  $e < 2^{-k}$ 。

**例 1-5** 用基数连乘法将十进制小数  $(.93)_{10}$  转换为二进制小数(取小数点后六位, 即  $k=6$ )。

**解**  $2 \times 0.93 = 1.86$

$2 \times 0.86 = 1.72$

$2 \times 0.72 = 1.44$

$2 \times 0.44 = 0.88$

$2 \times 0.88 = 1.76$

$2 \times 0.76 = 1.52$

$b_{-1} = 1$

$b_{-2} = 1$

$b_{-3} = 1$

$b_{-4} = 0$

$b_{-5} = 1$

$b_{-6} = 1$

$B_1 = 0.86$

$B_2 = 0.72$

$B_3 = 0.44$

$B_4 = 0.88$

$B_5 = 0.76$

$B_6 = 0.52$

得

$$(0.93)_{10} = .b_{-1}b_{-2}\cdots b_{-6} = (.111011)_2 + e \quad e < 2^{-6}$$

## 5. 二进制数与 $2^k$ 进制数之间的转换

### (1) 二进制数与八进制数之间的转换

设整数为  $N$ , 用二进制表示为

$$N = b_{n-1} \times 2^{n-1} + b_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + b_2 \times 2^2 + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0$$

用八进制表示为

$$N = A_{m-1} \times 8^{m-1} + A_{m-2} \times 8^{m-2} + \cdots + A_1 \times 8^1 + A_0 \times 8^0$$

由于是同一个数, 故

$$b_{n-1} \times 2^{n-1} + b_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + b_3 \times 2^3 + b_2 \times 2^2 + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0 =$$

$$A_{m-1} \times 8^{m-1} + A_{m-2} \times 8^{m-2} + \cdots + A_1 \times 8^1 + A_0 \times 8^0 \tag{1-10}$$

将式(1-10)两边同除以  $8 = 2^3$ , 则得