

铁磁学

北京大学物理系
《铁磁学》编写组

科学出版社

铁磁学

北京大学物理系
《铁磁学》编写组

科学出版社

1976

内 容 简 介

本书依据生产实践和科学实验中获得的资料，论述铁磁学的基本理论，对如何控制和提高铁磁材料的性能以及材料的应用进行了讨论，并对磁学中有些新发展也作了介绍。全书包括磁性的宏观规律、铁磁性来源、技术磁化、软磁材料、永磁体、磁谱及磁损耗、旋磁性和微波器件、矩磁性和记忆元件等部分，共分九章，每章后附有习题。

本书可作高等学校磁学课程的参考书，也可供从事磁学工作的科学技术人员参考。

铁 磁 学

北京大学物理系
《铁磁学》编写组

*

科学出版社出版
北京朝阳门内大街 137 号

北京大学印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1976 年 3 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
1976 年 3 月第一次印刷 印张：21
印数：0001—10,400 字数：483,000

统一书号：13031·370
本社书号：567·13—3

定 价：2.10 元

前　　言

铁磁学主要研究物质铁磁性的来源及其在磁场作用下变化的基本规律，并利用这些规律来为生产服务。本书主要阐述铁磁性的基本现象和本质，使读者对一些与生产实际有密切联系的基本理论有一个初步的全面的了解，用以指导实践。

在编写过程中，考虑到初学这门学科的读者可能会感到有些内容抽象繁杂，不易掌握，因此，遵照毛主席关于“捉住了这个主要矛盾，一切问题就迎刃而解了”的教导，本书以四种能量和磁畴结构理论作为讨论技术磁化和各种材料磁性的基础。从第三章起，在分析讨论关于准静态磁化和反磁化过程中的问题时，多次引用平衡态自由能极小的原理，着重论述了几个主要磁性参量（磁导率、矫顽力、剩磁等）与磁性物质某些基本量（饱和磁化强度 M_s 、磁晶各向异性常数 K 、磁致伸缩系数 λ 等等）之间的关系，并举典型磁性材料为例，说明这方面一些基本规律在生产实践中的重要意义。

第七章和第九章介绍了高频磁化和脉冲磁化问题，这些都与磁畴结构和磁化过程有密切联系。磁化过程在动态情况下总是伴随着损耗问题，因此，研究损耗的来源和讨论动态磁化的基本规律是重要的课题。

铁磁物质的旋磁性是近三十年来发展比较迅速的一个磁学领域。在第八章中介绍了旋磁性的基本现象和理论。这对于从事微波铁氧体实际工作的人员，在深入了解微波磁性器件原理和设计方面有一定意义。

前面第二章中定性地讨论了一下自发磁化的起源问题，理论部分与其他章节并无直接关联，初学读者可以先跳过去。同时，为了便于自学，我们在第二章中还把原子结构和尖晶石型晶体结构作了较多的叙述。第一章内容在一般电磁学书中都有详细讨论，本书只是给出了一些结果，起到复习作用。

本书列举了一些比较典型的磁性材料作为例子，借以说明如何把理论应用到实际生产和实验上。关于合金磁性材料和铁氧体磁性材料，以及磁性器件等问题，内容十分丰富和广泛，不可能在本书中容纳很多，读者可以参考关于磁性材料和磁性器件的专门书籍。

本书采用国际通用的米·千克·秒·安（MKSA）单位制。为了便于对厘米·克·秒（CGS）电磁单位制比较熟悉的读者使用，书中附有两种单位制中一些磁学量的数值关系表、磁学公式对照表和常用物理常数表，以便查对。书中数据大多数也列出了两种单位制的数值。

教材建设是教育革命的重要一环。毛主席教导我们：“教材要彻底改革，有的首先删繁就简。”要编出较好的教材，首先必须实行开门办学，到三大革命实践中去，拜工人、农民为师，吸取他们的实践经验，使教材真正做到理论联系实际。本书的内容和阐述方式虽然曾经北京大学磁学专业有关师生多次讨论，并以生产实践和科学实验中取得的资料作为基础，但是要真正做到符合上述要求还有很大距离。

铁磁学是磁学专业的一门主要课程，本书可供磁学专业学员学习使用和生产及研究部门有关人员参考。如用作教材，有“*”处可以略去。

本书编写工作由磁学专业铁磁学数学小组共同研究后分工进行：戴道生编写第一、八、九各章；史凤起编写第二章；陈银桥编写第七章；褚圣麟编写第三、四、五、六各章，并通读全稿，作了少许修改和统一名词、符号工作。在编写过程中，承不少单位和校内外同志提供许多宝贵意见和协助，特此表示感谢。

本书一定还存在许多缺点和不妥之处，希望各生产单位、兄弟院校、研究部门的有关人员多提宝贵意见。

北京大学物理系
《铁磁学》编写组

1974年8月

第一章 铁磁物质磁性的宏观规律

随着我国社会主义革命和社会主义建设的飞跃发展，磁性材料的品种、质量和产量都有极大的发展和提高，使用的范围和领域也日益扩大。不论在工业、农业、交通运输部门，还是在国防、通讯、无线电技术和仪器制造等方面，都广泛使用了各种磁性材料。

磁性材料具有很强的磁性，但是在不同外界磁场作用下表现出不同的规律性；关于这些宏观规律，在一般电磁学书中都有详细阐述。本章只是对这些规律做一简单叙述，起到复习和承前启后的作用。另外，希望通过本章介绍，使读者能够对几种磁导率的定义、几种特殊形状的载流导线所产生的磁场大小有一明确概念，并对磁路定理有一初步了解。

§ 1.1 磁场，电流产生的磁场

最早发现的磁石是天然磁铁矿的矿石，其化学成分是四氧化三铁 (Fe_3O_4)，人们称它为磁铁。现在的磁铁都是用人工方法制造的，如吕泉古合金、钐钴合金做的磁铁棒等。

1.1.1 磁铁的磁场

如果将一磁铁棒投入铁屑中，再取出时可以发现，靠近两端吸引的铁屑特别多，即磁性特别强〔图1.1(a)〕，磁性较强的区域称为磁极。如果将磁铁棒或细长的磁针的中心支持或悬挂起来，使它在水平面内能自由转动〔图1.1(b)〕，则两磁极总是分别指向南北方向。因此，我们称指北的一端为北极(用 N 表示)，指南的一端为南极(用 S 表示)。

磁铁所以能吸引铁屑，是因为磁铁在它的四周产生磁场，其方向是由 N 到 S，在磁铁的内部也是这样(图 1.2)。磁铁棒的磁场强度 H 是随地点变化的。如磁铁棒的长为 $2l$ ，磁极强度为 m ，则在 P 点的磁场强度 H 与 $2ml$ 成正比，与 P 点距棒的远近 r 的三次

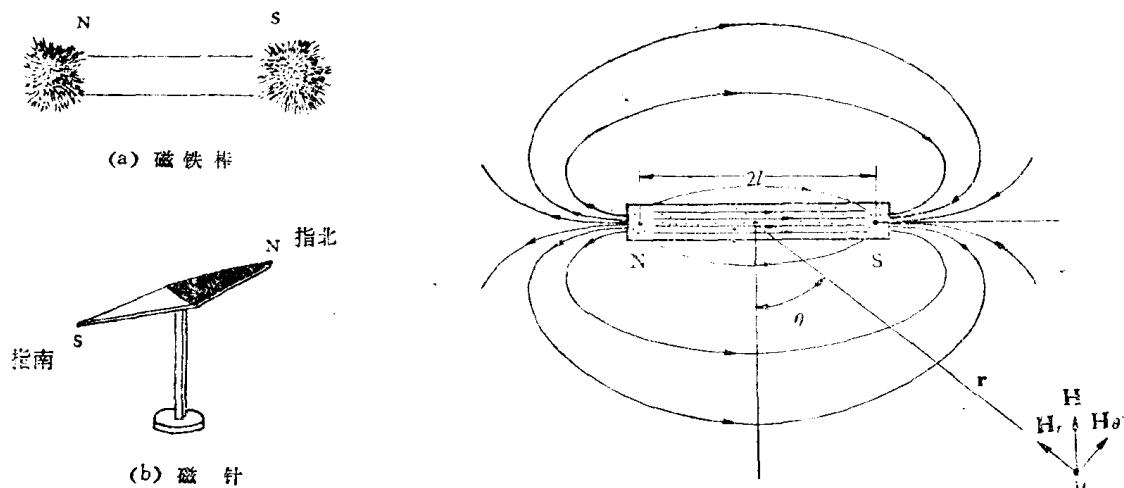


图 1.1

图 1.2 磁铁棒产生的磁场方向示意图

方成反比。在 $r \gg 2l$ 时, 在 P 点的磁场 \mathbf{H} 以及沿 r 和 θ 的分量分别为

$$H_r = \frac{2ml}{4\pi\mu_0} - \frac{2\sin\theta}{r^3},$$

$$H_\theta = \frac{2ml}{4\pi\mu_0} - \frac{\cos\theta}{r^3},$$

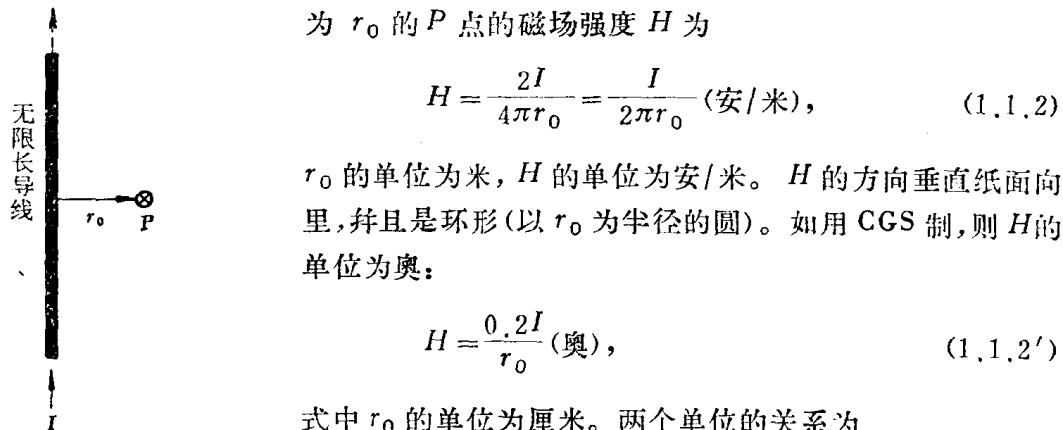
$$H = \sqrt{H_r^2 + H_\theta^2} = \frac{2ml}{4\pi\mu_0 r^3} \sqrt{3\sin^2\theta + 1}. \quad (1.1.1)$$

$2ml$ 常用 j_m 表示, 是磁铁棒的总磁偶极矩; θ 为图 1.2 所示的角; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 是一个常数, 称为真空磁导率。

在大多数情况下, 人们多采用电流产生的磁场去磁化各种磁性材料。例如, 用于电感器件的磁芯, 其外部常用导线绕若干圈; 电子计算机用的小磁心中穿三根导线。当导线通电流后, 在导线的周围产生磁场, 本节重点讨论载流导线产生的磁场大小。

1.1.2 载流无限长直导线产生的磁场

如图 1.3 所示, 在无限长直导线中通以电流 I , 如电流以安为单位, 则在离导线的距离为 r_0 的 P 点的磁场强度 H 为



r_0 的单位为米, H 的单位为安/米。 H 的方向垂直纸面向里, 并且是环形(以 r_0 为半径的圆)。如用 CGS 制, 则 H 的单位为奥:

$$H = \frac{0.2I}{r_0} \text{ (奥)}, \quad (1.1.2')$$

式中 r_0 的单位为厘米。两个单位的关系为

图 1.3 载流无限长直导线在 P 点产生的磁场

$$1 \text{ 奥} = \frac{10^3}{4\pi} \text{ 安/米}. \quad (1.1.3)$$

实际上导线不可能无限长, 只要导线的长度比 r_0 大得多, 公式 (1.1.2) 和 (1.1.2') 均成立。

1.1.3 载流圆线圈轴线上的磁场

如图 1.4 所示, 圆线圈半径为 R , 中心点为 O , 距 O 点沿垂直于线圈平面的距离 r_0 处的 P 点的磁场强度为

$$H = \frac{R^2 I}{2(R^2 + r_0^2)^{3/2}}, \quad (1.1.4)$$

其中 I 为电流, 以安为单位; R 和 r_0 的单位为米; H 的单位为安/米。当 $r_0 = 0$, 上式简化为下式:

$$H = \frac{I}{2R}, \quad (1.1.5)$$

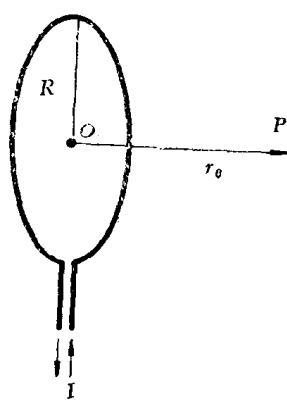


图 1.4 载流圆线圈轴线上的磁场

它表示 O 点处的磁场强度。

1.1.4 载流螺线管中的磁场

绕在圆筒上的螺线圈[图1.5(a)]叫做螺线管。下面计算出螺线管轴线上的磁场强度。设螺线管的半径为 R , 总长为 L , 单位长度的匝数为 n 。如果螺线管是密绕的, 可以把它近似地看成是一系列圆线圈并排起来组成的。取螺线管的轴线为 x 轴, 取其中点 O 为原点[图1.5(b)], 则在长度 dl 内共有 ndl 匝, 每匝在 P 点产生的磁场强度 H 都沿轴线方向。根据(1.1.4)式, ndl 匝线圈在 P 点产生的磁场强度为

$$dH = \frac{R^2 I}{2[R^2 + (x-l)^2]^{3/2}} dl.$$

由图 1.5 中可以看出:

$$\frac{R}{\sqrt{R^2 + (x-l)^2}} = \frac{R}{r} = \sin \beta.$$

把此式取微商(注意只有 l 和 β 是变数), 并简化, 得到

$$\frac{R}{R^2 + (x-l)^2} dl = d\beta.$$

把这两式代入上面 dH 的表达式, 就得到

$$dH = \frac{In}{2} \sin \beta d\beta.$$

把上式积分后, 就得到表示整个 nL 匝线圈中有电流 I 通过时在 P 点产生的磁场强度的公式:

$$H = \int dH = \frac{nI}{2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin \beta d\beta,$$

$$H = \frac{nI}{2} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2), \quad (1.1.6)$$

其中

$$\cos \beta_1 = \frac{\frac{L}{2} + x}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2} + x\right)^2}},$$

$$\cos \beta_2 = \frac{-\left(\frac{L}{2} - x\right)}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2} - x\right)^2}}.$$

由此可以看到, x 轴线上任一点 P 的磁场强度 H 的大小如图 1.5(c) 所示。从图上可以看到, 当 $L \gg R$ 时, 螺线管内 x 轴上的磁场在很大一个范围内是均匀的。

对于 $L \rightarrow \infty$, $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = \pi$, 则(1.1.6)式成为

$$H = nI. \quad (1.1.6')$$

对于半无限长情况, $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = \frac{\pi}{2}$, 即 P 点在螺线管的一端, 则有

$$H = \frac{1}{2}nI, \quad (1.1.6'')$$

这正是无限长情况的一半值。这表明, 螺线管内中心处的磁场强度为管的一端处磁场强度的一倍。

§ 1.2 铁磁物质的磁化

在讨论载流线圈产生磁场的时候, 我们都假定导体以外是真空, 或者不存在铁磁物质。然而在实际情况下, 电感器件(如镇流器、变压器、电动机、发电机等等)的线圈中都含有铁芯。铁芯的作用是使线圈中磁感应通量 Φ 大大增加。 $\Phi = BS$, 其中 B 为磁感应强度, S 为铁芯截面积(见图 1.6)。

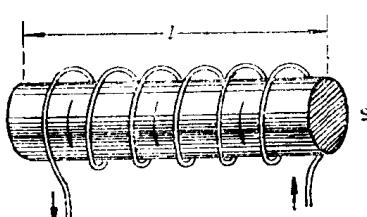


图 1.6 有铁芯的线圈

如图 1.6 所示, 线圈内有一软磁材料。在没有外磁场作用时, 材料内部各磁畴^①的磁矩取向是无规分布的, 因此, 磁矩相互抵消。宏观地看起来, 软磁棒不显示磁性, 即处于未磁化状态。当线圈中通入电流后, 它产生磁场(叫做磁化场)。在磁化场的作用下, 各磁畴内的磁矩在一定程度上沿着磁场方向排列起来。我们说, 软磁棒被磁化了, 对外显示出一定的磁性。

1.2.1 磁化强度矢量 M

为了描述铁磁物质的磁化状态(磁化方向和强度), 通常引入磁化强度矢量的概念, 它具有一定大小和方向, 用 M 表示。根据实验观察, 铁磁物质内分成许多磁畴, 每个磁畴内的原子磁矩的方向是排列一致的, 因此, 具有一定的磁矩, 用

$$\mathbf{m}_{\text{畴}} = n \mathbf{m}_{\text{原子}} \quad (1.2.1)$$

表示。 n 是一个畴内的铁磁原子数, $\mathbf{m}_{\text{原子}}$ 为铁磁物质的一个原子磁矩。(磁矩同前面提到的磁偶极矩 j_m 数值上的关系是 $j_m = \mu_0 m$, 二者都是磁体磁性强弱的代表。)

磁化强度矢量的定义是单位体积内各个磁畴磁矩 $\mathbf{m}_{\text{畴}}$ 的矢量和。如果在铁磁物质内

^① 关于磁畴的基本概念可参看第四章。

取一宏观体积元 ΔV , 在这个体积内包含大量的磁畴。当此物质被磁化后, 用 $\sum m_{\text{畴}}$ 代表 ΔV 内所有磁矩的矢量和, 则上述磁化强度矢量 \mathbf{M} 可以表示为

$$\mathbf{M} = \frac{\sum \mathbf{m}_{\text{畴}}}{\Delta V}. \quad (1.2.2)$$

当外界磁场强度 $\mathbf{H}=0$ 时, 如 $\sum \mathbf{m}_{\text{畴}}=0$, 则 $\mathbf{M}=0$, 表示物体未被磁化。当 $\mathbf{H}\neq 0$, $\sum \mathbf{m}_{\text{畴}}\neq 0$, 其方向沿 \mathbf{H} 方向, 因此, \mathbf{M} 是一个能够反映出物质磁化状态的物理量。

外界磁场的作用是使物质内各磁畴的磁矩 $\mathbf{m}_{\text{畴}}$ 转向 \mathbf{H} 方向, 在 \mathbf{H} 足够大时, 所有 $\mathbf{m}_{\text{畴}}$ 全都与 \mathbf{H} 平行排列, 这时再增强磁场, \mathbf{M} 的大小也不再增加了。我们称这时的磁化强度矢量为饱和磁化强度矢量 \mathbf{M}_s 。

1.2.2 铁磁物质内的磁感应强度 \mathbf{B}

上面已经指出, 当铁芯放入线圈中后, 线圈内的磁通 Φ 大大增加, 这主要是铁磁物质内部磁感应强度 \mathbf{B} 大大增加了。如磁化强度 \mathbf{M} 已知, 则铁芯内由于磁化后增加的磁感应强度 $\mathbf{B}'=\mu_0 \mathbf{M}$ 。磁化场强度 \mathbf{H} 和磁感应强度 \mathbf{B}' 叠加在一起就得到铁芯内磁感应强度

$$\mathbf{B}=\mu_0 (\mathbf{H}+\mathbf{M}), \quad (1.2.3)$$

其中 \mathbf{H} 为线圈所产生的磁场强度 (如果铁芯是闭合环, 如图1.7); μ_0 是真空磁导率, 等于 $4\pi \cdot 10^{-7}$ 亨利/米。对于任意形状的铁芯, (1.2.3) 式是正确的, 但对磁场强度 \mathbf{H} 的大小和方向都要做具体分析, 因为在有些情况下, 铁芯内部存在退磁场 \mathbf{H}_d 。

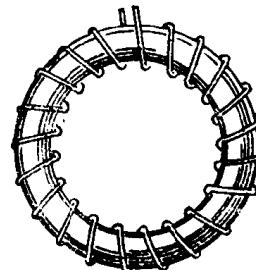


图1.7 环形磁芯

1.2.3 退磁场 \mathbf{H}_d 和退磁因子

闭合环如开一缺口 (图1.8), 在此环被磁化后, 在缺口处将出现磁极。因此在环内出现与原磁化场方向相反的磁场 (在图1.2中可以看出这一情况), 通称为退磁场。假设磁化是均匀的, 退磁场的强度 \mathbf{H}_d 与 \mathbf{M} 成正比, 方向与 \mathbf{M} 相反, 可表示为

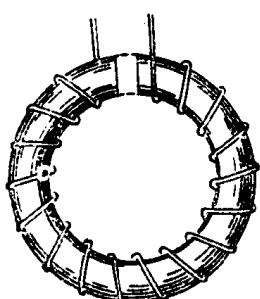


图1.8 有缺口的环形磁芯

$$\mathbf{H}_d = -N \mathbf{M}, \quad (1.2.4)$$

N 为比例常数, 通称为退磁因子, 负号表示 \mathbf{H}_d 和 \mathbf{M} 的方向相反。

外界磁化场 \mathbf{H} 使铁芯磁化, 而在铁芯内部又产生退磁场 \mathbf{H}_d , 真正作用在铁芯内的磁场强度 \mathbf{H}_0 可写成

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H} + \mathbf{H}_d.$$

在均匀磁化情况下, \mathbf{H} 与 \mathbf{H}_d 方向相反, 因此, 这几种磁场强度的数值关系是 $H_0 = H - H_d$ 。当铁芯具有缺口时, 真正作用在铁芯上的磁化场强度 H_0 比线圈产生的磁场强度 H 要小。这样, 缺口环比闭合环的磁化强度也要小, 即 $\mathbf{M}_{\text{缺}} < \mathbf{M}_{\text{闭}}$ 。

根据以上讨论, 缺口环内磁感应强度

$$\mathbf{B}_{\text{缺}} = \mu_0 (\mathbf{H}_0 + \mathbf{M}_{\text{缺}});$$

闭合环内磁感应强度

$$\mathbf{B}_{\text{闭}} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}_{\text{闭}}).$$

这两个公式的形式完全一样, 也就是 (1.2.3) 式, 但在使用时要做具体分析。公式 (1.2.3)

中 \mathbf{B} 的单位为“特斯拉”，与高斯的关系为

$$1 \text{ 特斯拉} = 10^4 \text{ 高斯}.$$

§ 1.3 磁化曲线和磁化率

本节主要讨论在不同的磁场强度 H 作用下，闭合环状磁芯的磁化强度 M 的变化规律，即 M 和 H 或 B 和 H 之间的依赖关系。这种关系只能通过实验方法测定。

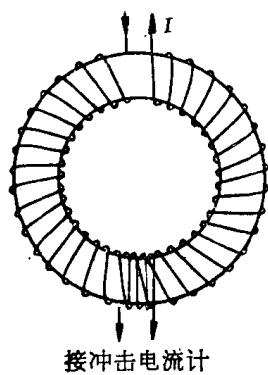


图 1.9

如图 1.9 所示，把待测的磁性材料做成一个闭合环，上面均匀地绕满导线，这样就形成一个充满铁芯的螺线环。螺线环产生的磁场强度 $H = nI$ ，所以 H 是已知的。至于磁感应强度 B ，可用一个接在冲击电流计的次级圈来测量。从所测出的 B 中可以计算出 M 的大小，根据(1.2.3)式，

$$M = \frac{B}{\mu_0} - H. \quad (1.3.1)$$

如果环状样品是处于磁中性状态，即 $H = 0$ 时， $M = 0$ 。由此状态做出发点，可以测出 $M-H$ 或 $B-H$ 曲线，如图 1.10(a) 和 (b) 所示。 $B(H)$ 或 $M(H)$ 曲线形态基本一致，但在 CS 段有一点区别。即 $M(H)$ 中的 CS 是平行于 H 轴的直线，而 $B(H)$ 曲线上的 CS 是斜线，这是由于 B 中仍包含 H 的大小；其他部分形状相似。 OA 部分是起始磁化部分， AB 部分是磁化变化急剧阶段， BC 部分变化又较为缓慢， CS 段为饱和磁化阶段。

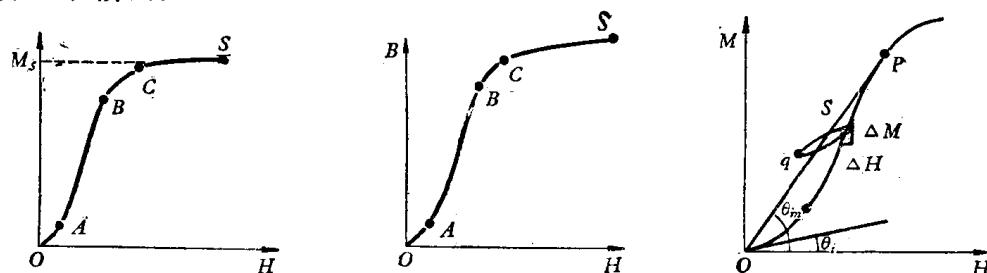


图 1.10

下面介绍磁化率的定义：

从 $M-H$ 曲线任一点联到原点的直线的斜率表示磁性材料在该磁化状态下的磁化率：

$$\chi = \frac{M}{H}. \quad (1.3.2)$$

磁化率的大小表示材料在一定磁场下磁化的难易程度。磁性材料常在不同磁场强度下使用。现在讨论下列两种情况：

1. 在磁场很弱的情况下（例如 $H \leq 1$ 安/米， $H \leq 0.01$ 奥）， χ 叫做起始磁化率，用 χ_i 表示，

$$\chi_i = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{M}{H}, \quad (1.3.3)$$

χ_i 如图 1.10(c) 所示, 为 $M(H)$ 曲线在 O 点处切线的斜率, $\chi_i = \tan \theta_i$ 。

2. 在磁场较强的情况下, 直线 OP 与磁化曲线相切于 P , 它的斜率是原点同磁化曲线联线中最大的, 所以相当于 P 点的磁化率是最大磁化率 χ_m :

$$\chi_m = \left(\frac{M}{H} \right)_{\text{最大}} = \tan \theta_m, \quad (1.3.4)$$

θ_m 见图 1.10(c)。

除 χ_i 和 χ_m 外, 还有微分磁化率 χ_d , 它有两个定义:

$$1. \quad \chi_d = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta M}{\Delta H} \right)_{\Delta H > 0} = \frac{dM}{dH}, \quad (1.3.5)$$

图 1.10(c) 上 S 点的斜率即为 χ_d 。

2. 当磁化场从 S 状态减小时, 如减到 q, 则有 [见图 1.10(c)]

$$\chi_{\text{可逆}} = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta M}{\Delta H} \right)_{\Delta H < 0} = \left(\frac{dM}{dH} \right)_{\text{可逆}}. \quad (1.3.6)$$

这两种情况用于磁放大器的设计中, 而它们的大小与固定磁场 H_b 有很大关系。 H_b 相当于偏置磁场。

根据 B 与 H, M 的关系, 可以得到

$$\mu \equiv \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{\mu_0 (H + M)}{\mu_0 H} = 1 + \chi, \quad (1.3.7)$$

μ 叫做磁导率, 表示 B 与 H 的关系:

$$B = \mu_0 \mu H. \quad (1.3.8)$$

由于 μ 或 χ 是 H 的函数, 所以 $\mu-H$ 曲线如图 1.11 所示。在 $H=0$ 时有 μ_i 值, 叫做起始磁导率, 在 $\mu(H)$ 极大值处有 μ_m , 叫做最大磁导率。

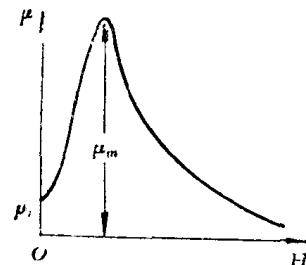


图 1.11 磁导率 μ 与磁场强度的关系

§ 1.4 磁滞迴线, 矫顽力和剩余磁感应强度

当铁磁物质在 H_s 作用下达到饱和后, 如果将磁化场 H_s 去掉 ($H=0$), 磁环 (图 1.9) 的磁化状态并不恢复到原来的 O 点, 而保持一定磁性 (图 1.12 中 B_r)。这时 B_r 叫剩余磁感应强度, 而 $B_r = \mu_0 M_r$, M_r 叫做剩余磁化强度。若要使铁磁物质的磁感应强度或磁化强度减到零, 必须在原磁化场的相反方向加上磁场; 当 H 加到某一数值时, 使 $B=0$, 此 H 用 H_C 标记 (一般用 H_C 表示 $B_H C$), 称为矫顽力。如使 $M=0$, 则 H 用 H_C 标记, 和 H_C 不完全相同。从 K 到 C' 这一段磁感应曲线叫退磁曲线。

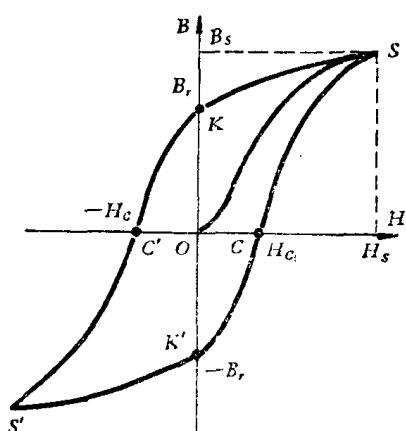


图 1.12 磁滞迴线示意图

如磁场继续增大到 $-H_s$, 则反向磁化到饱和 (即 $-B_s$), 即图 1.12 中的 S' 状态。如磁场减小到 0, 则磁化状态变到 $-B_r$ (即 K' 点), 如沿正方向增加磁场, 直到 H_s 值, 则磁化状态由 $-B_s$ 变到 B_s 。这样所得的曲线 $SKC'S'$ 和 $S'K'C'S$ 对于

如磁场继续增大到 $-H_s$, 则反向磁化到饱和 (即 $-B_s$), 即图 1.12 中的 S' 状态。如磁场减小到 0, 则磁化状态变到 $-B_r$ (即 K' 点), 如沿正方向增加磁场, 直到 H_s 值, 则磁化状态由 $-B_s$ 变到 B_s 。这样所得的曲线 $SKC'S'$ 和 $S'K'C'S$ 对于

原点 O 是对称的。这样，当磁场由 $+H_s$ 变到 $-H_s$ 再变到 $+H_s$ 的往复一周的变化中，磁环的磁化过程经历了一个循环，闭合曲线 $SKC'S'CS$ 叫做铁磁物质的磁滞迴线。这种现象叫做磁滞现象。

由于铁磁物质中存在磁滞现象，使它的磁化规律更加复杂了。 M 或 B 对 H 的依赖关系不仅不是线性的，而且也不是单值的。例如，对 $H=0$ 的情况，可能存在 $B=0, +B_r, -B_r$ 三种状态，对 $H \neq 0$ ，可能存在较复杂的情况。因此，要确定铁磁物质处于那个状态，必须知道其磁化历史。

软磁材料和永磁材料的根本区别在于 H_c 的大小，一般永磁材料的 H_c 在 10^4 安/米 [100 奥] 以上，而软磁材料的 H_c 在 10^3 安/米 [10 奥] 以下。对于高导磁率的软磁材料， H_c 很小，只有 $1-10$ 安/米 [$10^{-2}-10^{-1}$ 奥]；对于高矫顽力永磁材料， H_c 在 10^5 安/米 [1000 奥] 以上。这两类材料的一些基本磁参量见表 1.1 和表 1.2。

表 1.1 典型软磁材料在 20°C 时的性能

材 料	μ_i	μ_m	H_c 安/米 (奥)	$\mu_0 M_s$ 特斯拉(高斯)	$\rho \times 10^4 \Omega \cdot m$	居里点 $^\circ\text{C}$
纯 铁	10000	200000	4.0 (0.05)	2.15 (21500)	10	770
硅 钢 (热 轧)	450	8000	4.8 (0.06)	1.97 (19700)	60	690
硅 钢 (取 向)	600	10000	16 (0.2)	2.0 (20000)	50	700
45 坡 莫 合 金	2500	25000	24 (0.3)	1.6 (16000)	16	440
78 坡 莫 合 金	8000	100000	4.0 (0.05)	1.0 (10000)	60	580
超 坡 莫 合 金	10000 ~100000	1000000	0.32 (0.004)	0.8 (8000)	10^4	400
锰 锌 铁 氧 体	20000	"	~4.0 (0.05)	0.4 (4000)		150
一 般 锰 锌 铁 氧 体	1000	"	~10 (0.12)	0.4 (4000)	10^4-10^6	150-240
石 榴 石 铁 氧 体	~100	"	10-500 (0.1~5.0)	0.2 以下 (2000 以下)	10^{12} 以上	~280

表 1.2 典型永磁材料在 20°C 时的性能

材 料	化 学 成 分	$B H_c$ 安/米 (奥)	B_r 特斯拉 (高斯)	$(BH)_m$ 特斯拉·安/米	$(BH)_m$ 高斯·奥	居里点 $^\circ\text{C}$
碳 钢	0.9C, 1Mn, 余 Fe	4×10^3 (50)	1.00 (10000)	1.6×10^3	0.2×10^6	~750
吕 桌 古 -8 *	7.6 Al, 14.5 Ni, 34.5 Co, 3.0 Cu, 5.3 Ti, 1.0 Nb	133×10^3 (1660)	1.13 (11300)	10.7×10^4	13.0×10^6	
钐 - 钴 合 金	Sm Co ₅	693×10^3 (8700)	0.98 (9800)	1.91×10^5	24×10^6	724
钐 - 镔 - 钆	Sm _{0.24} Pr _{0.76} Co ₅			2.02×10^5	25.4×10^6	~650
钡 铁 氧 体 *	BaO·6Fe ₂ O ₃	154×10^3 (1930)	0.35 (3500)	2.9×10^4	3.7×10^6	450
锶 铁 氧 体 *	SrO·6Fe ₂ O ₃	240×10^3 (3000)	0.4 (4000)	3.21×10^4	4.1×10^6	450
镨 - 钇	Pr Co ₅		1.20 (12000)			612

* 桂林电器科学研究所研制。

* 北京大学产品。

§ 1.5 安培环路定理

在前面讨论载流导线产生的磁场时, 导线回路的形状比较简单和规则。本节讨论任意形状的回路产生的磁场。在大量实验和理论工作的基础上, 人们归纳出了一个规律, 叫做安培定律。

1.5.1 安培定律

设 dH 为电流元 Idl 在空间某点 P 产生的磁场强度, 其大小正比于电流强度 I 、电流元的长度 dl 和 dl 与矢径 r 间的交角 θ 的正弦, 反比于 r 的平方 (见图1.13)。 dH 可以表示为

$$dH = \frac{I dl \sin \theta}{4\pi r^2}, \quad (1.5.1)$$

dH 的方向同时垂直于 I 和 r , 即沿矢积 $(dl \times r/r)$ 方向。

如令 $r_1 = r/r$ 为 r 方向的单位矢量, 则 (1.5.1) 式变为

$$dH = \frac{I dl \times r_1}{4\pi r^2}. \quad (1.5.2)$$

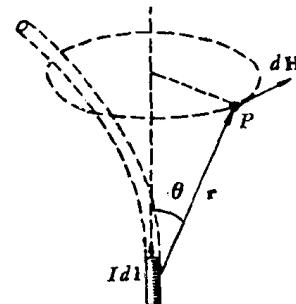


图1.13 安培定律示意图

(1.5.2) 式所表示的规律叫做安培定律 (或叫做毕奥-萨伐尔定律)。

对于任意形状的闭合回路来说, 总磁场强度可通过矢量迭加推算出来:

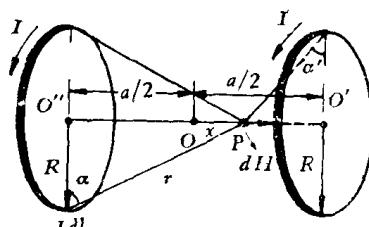


图1.14 亥姆霍兹线圈

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{I dl \times r_1}{r^2}. \quad (1.5.3)$$

用 (1.5.3) 式可以算出无限长载流导线磁场, 也可计算出前面所讲的各种载流导线的磁场。

用 (1.5.3) 式也可以计算亥姆霍兹线圈轴线上产生的磁场强度。如图1.14所示, 以 O 为原点, 两线圈的中心点 O', O'' 分别在 $+\frac{a}{2}$, $-\frac{a}{2}$ 位置上, 求 P 点的磁场。两线圈中的电流 I 同方向, 因此, 在 P 点产生的磁场同方向。由于 r 与 dl 互相垂直, $\theta=90^\circ$, 所以线圈 O'' 在 P 点产生的磁场强度为

$$H_{0''} = \oint dH \cos \alpha = \oint \frac{I dl \cos \alpha}{4\pi [R^2 + (x + \frac{a}{2})^2]} = \frac{I \cos \alpha \cdot 2\pi R}{4\pi [R^2 + (\frac{a}{2})^2]}, \quad (1.5.4)$$

线圈 O' 在 P 点产生的磁场强度为

$$H_{0'} = \oint dH \cos \alpha' = \oint \frac{I dl \cos \alpha'}{4\pi [R^2 + (x - \frac{a}{2})^2]} = \frac{I \cos \alpha' \cdot 2\pi R}{4\pi [R^2 + (\frac{a}{2})^2]}, \quad (1.5.5)$$

其中

$$\cos \alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (x + \frac{a}{2})^2}},$$

$$\cos\alpha' = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}}.$$

将上式分别代入(1.5.4)式和(1.5.5)式，得到

$$H_0'' = \frac{R^2 I}{2 \left[R^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \right]^{3/2}},$$

$$H_0' = \frac{R^2 I}{2 \left[R^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \right]^{3/2}}.$$

由于 H_0'' 和 H_0' 方向一致，所以 P 点的总磁场强度 $H = H_0'' + H_0'$ ：

$$H = \frac{R^2 I}{2} \left\{ \frac{1}{\left[R^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \right]^{3/2}} + \frac{1}{\left[R^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \right]^{3/2}} \right\}. \quad (1.5.6)$$

由(1.5.6)式可以看到，亥姆霍兹线圈轴线上 P 点的磁场强度 H 是 x 的函数，从 H 对 x 的导数可以了解 H 随 x 变化的情况。由(1.5.6)式算得 H 对 x 的一、二阶导数为

$$\frac{dH}{dx} = -\frac{3R^2 I}{2} \left\{ \frac{x + \frac{a}{2}}{\left[R^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \right]^{5/2}} + \frac{x - \frac{a}{2}}{\left[R^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \right]^{5/2}} \right\},$$

$$\frac{d^2 H}{dx^2} = +\frac{3R^2 I}{2} \left\{ \frac{4\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - R^2}{\left[R^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \right]^{7/2}} + \frac{4\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - R^2}{\left[R^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \right]^{7/2}} \right\}.$$

在 O 点， $x=0$ ，上两式化为 $\frac{dH}{dx} = 0$ 和 $\frac{d^2 H}{dx^2} = 3R^2 I \frac{a^2 - R^2}{[R^2 + (a/2)^2]^{7/2}}$ 。可见在 O 点， H 具有极值，并且

当 $a < R$ ， $\frac{d^2 H}{dx^2}$ 为负， H 在 O 点为极大；

当 $a > R$ ， $\frac{d^2 H}{dx^2}$ 为正， H 在 O 点为极小；

当 $a = R$ ， $\frac{d^2 H}{dx^2} = 0$ ， H 在 O 点左右稳定不变。

就是说，在两线圈的间距等于其半径的条件下， O 点磁场最均匀。在实验上用此方法产生均匀磁场。这种间距等于半径的一对共轴圆线圈，叫做亥姆霍兹线圈。

设两个线圈各有 N 匝，那么前面推得表示 H_0' 和 H_0'' 的两式都须乘以 N ，因而(1.5.6)式也须乘以 N ，由此式令 $x=0, a=R$ ，可以求出 O 点的磁场强度为

$$H = \frac{NIR^2}{2} \left\{ \frac{2}{\left[R^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \right]^{3/2}} \right\} = \frac{NI}{R} \left[\frac{4}{5} \right]^{3/2}. \quad (1.5.7)$$

1.5.2 安培环路定理

在载流导线周围沿磁场方向的连线，称为磁力线，是一些围绕这导线的闭合线。如果沿围绕载流导线的任何闭合回路（不一定要沿磁力线）取磁场强度的线积分，其数值不等于零。下面以无限长直导线为例来分析这个结论。

如图 1.15 所示，无限长直导线垂直纸面，其方向向外，磁力线是一系列同心圆。根据 (1.1.2) 式，在半径为 r_0 的圆周上，各点的磁场强度为 $I/2\pi r_0$ 。现取此圆周为闭合回路，计算磁场强度的线积分。所谓磁场强度 \mathbf{H} 的线积分，即

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l},$$

在这个例子中， \mathbf{H} 的方向与 $d\mathbf{l}$ 的方向一致， $\mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H dl \cos \theta = H dl$ 。因此

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \oint_L H dl = \frac{I}{2\pi r_0} \int dl = I. \quad (1.5.8)$$

积分结果表明，它与回路半径 r_0 无关，而等于电流 I 。

如果包含几个载流直导线，其电流强度为 I_i ($i=1, 2, \dots$)，则 (1.5.8) 式可推广为

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_i I_i. \quad (1.5.9)$$

这个结论叫安培环路定理，即磁场强度沿任何闭合回路的线积分等于被这回路围着的电流的代数和，即与电流的方向有关。

1.5.3 安培环路定理应用举例

安培环路定理可以帮助我们计算某些具有一定对称性的载流导线的磁场分布。现举例如下。

1. 圆截面的无限长直导线所产生的磁场

如图 1.16(a)，设导线半径为 R ，电流 I 均匀通过横截面。根据轴对称性， H 的大小只与点 P 到轴线的垂直距离 r 有关。图 1.16(b) 是通过任意点 P 的横截面图， O 点为轴线通过的地方。以 O 点为中心， r 为半径做一圆形回路 L ， L 上 H 的大小处处相等。根据 (1.5.8) 式，

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r H = \sum_i I_i = I',$$

I' 是被回路 L 围着的电流。

如 P 点在导线内，则 $r < R$, $I' = I_r^2/R^2$ 。因此，

$$H = \frac{r^2 I}{2\pi r R^2} = \frac{r I}{2\pi R^2}; \quad (1.5.10)$$

如 $r > R$ ，则

$$H = \frac{I}{2\pi r}. \quad (1.1.2)$$

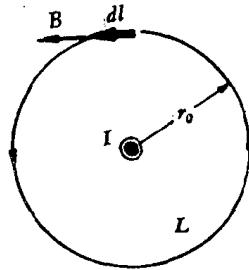


图 1.15

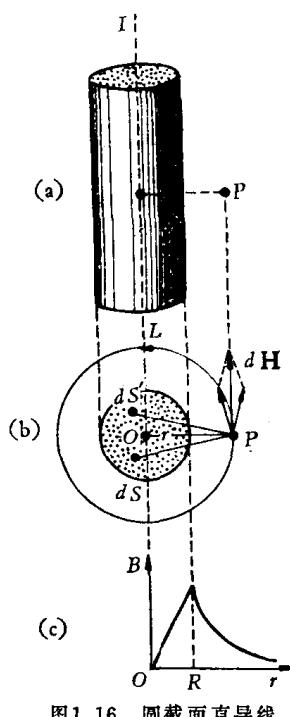


图1.16 圆截面直导线

根据上两式,图1.16(c)给出了不同 r 处 H 的大小,可以看到,在导线表面上 H 最大。

2. 螺线环中的磁场

如图1.17所示,设有一较细的螺线环,平均半径为 R ,总匝数为 N 。根据轴对称性可知,在与环共轴的圆周上磁场 H 的大小相等,方向沿圆周的切线方向。如果在螺线环内取一同心圆形回路 L ,这回路半径近似地等于 R ,电流 I 穿过这回路共 N 次,从(1.5.8)式可得

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi R H = NI,$$

$$H = \frac{NI}{2\pi R}, \quad (1.1.6'')$$

其中 n 是单位长度内的匝数。此式与无限长螺线管中磁场的(1.1.6')式相同。如将圆形回路 L 取在环以外的空间里,则 $\sum I = 0$ 。因此,螺线环以外的磁场强度 $H \approx 0$ 。

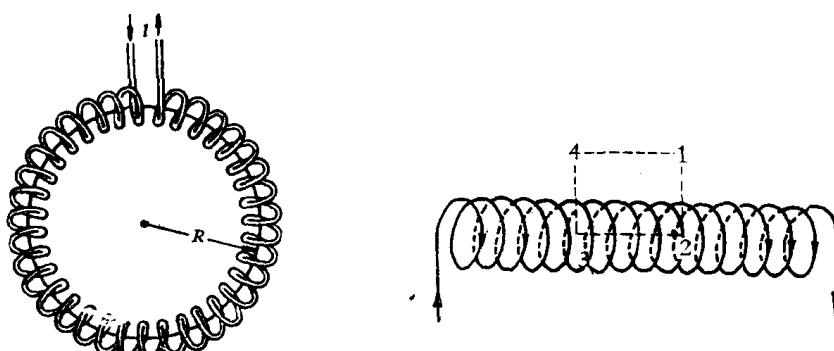


图1.17 螺线环

图1.18 载流长螺线管

3. 载流长螺线管中的磁场

设有一很长的螺线管,在管内中间部分各处磁场强度 H 近似相等,方向沿轴线方向。如图1.18作一矩形闭合回路,矩形的1-2边和3-4边垂直于轴线,2-3边在螺线管内并且平行于轴线,4-1边在螺线管外。应用(1.5.8)式,

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_2^3 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_3^4 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_4^1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I_i.$$

这里四个分段积分中,第一和第三的 H 和 dl 垂直,夹角的余弦等于零,第四个积分沿管外的一段路, $H=0$,所以这三个积分都等于零。只有第二个积分不等于零。如果2-3边比螺线管长度小得多,积分号内的 H 可认为是常数,于是上式可以写成

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_2^3 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H \int_2^3 dl = Hl = \sum I_i,$$

由此得

$$H = \frac{\sum I_i}{l} = \frac{NI}{l} = nI. \quad (1.1.6')$$