

# 断裂力学

丁遂栋 主 编  
孙利民 副主编

机械工业出版社

# 断裂力学

丁遂栋 主 编

孙利民 副主编



机械工业出版社

# 前 言

断裂力学是固体力学的一个分支,是研究含裂纹构件强度和裂纹扩展规律的一门学科。

断裂力学萌芽于 20 世纪 20 年代 Griffith 对玻璃低应力脆断的研究,50 年代作为一门真正的学科建立起来。断裂力学的任务是:求得各类材料的断裂韧度;确定裂纹体在给定外力作用下是否发生断裂,即建立断裂准则;研究载荷作用下裂纹的扩展规律;研究在腐蚀环境和应力同时作用下物体的断裂(即应力腐蚀)。

目前断裂力学已在航空航天、交通运输、机械、化工、材料、能源及海洋等工程领域得到广泛应用。近几年来,高等工科院校有关专业已陆续将断裂力学列为一门必修课程或选修课程。为满足教学需要,多年来我们在研究生断裂力学教学的基础上,结合国内外断裂力学方面的最新研究成果,编写了断裂力学这本教材。

本书共分五篇十一章,全面系统地介绍了线弹性断裂力学原理及测试技术,弹塑性断裂力学原理及测试技术,疲劳裂纹扩展及疲劳寿命估算。书中还列举了许多有关工程分析计算的例题和习题。

本书编写分工为:第一、四、五、九、十、十一章由丁遂栋编写,第六、七、八章及附录由孙利民编写,第二、三章由朱全志编写。本书由丁遂栋担任主编,孙利民担任副主编。

本书由周鸿钧教授全面审阅。王伟教授、赵少汴研究员、韩连元教授、兰振凯副教授对本书编写都提出了宝贵的意见,谨此一并致谢。

由于水平有限,管窥之见及谬误之处在所难免,敬望读者批评指正。

编 者

1997 年 4 月

# 目 录

前言

## 第一篇 绪论

第一章 综述	1
§ 1.1 材料力学与断裂力学	1
§ 1.2 裂纹对材料强度的影响	4
§ 1.3 Criffith 能量平衡方法	5
§ 1.4 Irwin—Orowan 对 Criffith 理论的修正	7
§ 1.5 应力强度方法	7
§ 1.6 裂纹尖端区的可塑性	9
§ 1.7 断裂韧性	10
§ 1.8 亚临界裂纹扩展	10
习题	12

## 第二篇 弹性力学基础

第二章 弹性力学平面问题的基本理论	13
§ 2.1 概述	13
§ 2.2 应力分量的记号	14
§ 2.3 平面应力问题与平面应变问题	15
§ 2.4 平衡微分方程	16
§ 2.5 几何方程	17
§ 2.6 物理方程	18
§ 2.7 相容条件	20
§ 2.8 边界条件	20
§ 2.9 弹性力学平面问题的求解途径	21
§ 2.10 用应力表示的相容条件与应力函数	22
§ 2.11 用极坐标表示的平衡微分方程	25
§ 2.12 用极坐标表示的应力函数与相容条件	26
§ 2.13 用极坐标表示的物理方程和几何方程	28
习题	28

第三章 弹性力学中的复变函数方法	29
§ 3.1 复变数与复变函数	29
§ 3.2 复变函数的微分和积分	30
§ 3.3 复变解析函数及调和函数	31
§ 3.4 用复变函数表示平面问题的应力函数	32

§ 3.5	用 Westergaard 应力函数求解平面问题 .....	33
§ 3.6	Muskhelishvili 应力函数法 .....	36
	习题 .....	39
<b>第三篇</b>	<b>线弹性断裂力学</b> .....	<b>40</b>
<b>第四章</b>	<b>裂纹尖端区域的应力场</b> .....	<b>40</b>
§ 4.1	概述 .....	40
§ 4.2	裂纹及其分类 .....	40
§ 4.3	I 型裂纹尖端区域的应力场 .....	41
§ 4.4	II 型裂纹尖端区域的应力场 .....	47
§ 4.5	III 型裂纹尖端区域的应力场 .....	49
	习题 .....	53
<b>第五章</b>	<b>应力强度因子</b> .....	<b>54</b>
§ 5.1	概述 .....	54
§ 5.2	确定应力强度因子的解析法 .....	55
§ 5.3	确定应力强度因子的数值法 .....	70
§ 5.4	确定应力强度因子的实测法 .....	80
§ 5.5	应力强度因子 $K_I$ 的塑性区修正 .....	82
§ 5.6	应力强度因子断裂准则 .....	91
§ 5.7	线弹性断裂力学的适用范围 .....	94
	习题 .....	96
<b>第六章</b>	<b>能量原理</b> .....	<b>101</b>
§ 6.1	弹性系统的总势能 .....	101
§ 6.2	Griffith 理论 .....	102
§ 6.3	Irwin—Orowan 理论 .....	103
§ 6.4	能量释放率及其断裂准则 .....	104
§ 6.5	Irwin—Kies 关系 .....	104
§ 6.6	$G$ 与 $K$ 的关系 .....	106
§ 6.7	确定应力强度因子的柔度法 .....	108
§ 6.8	裂纹扩展阻力 ( $R$ ) 曲线的概念 .....	110
	习题 .....	112
<b>第七章</b>	<b>平面应变断裂韧度 <math>K_{Ic}</math> 的测试</b> .....	<b>113</b>
§ 7.1	测定 $K_{Ic}$ 的标准方法 .....	113
§ 7.2	测定 $K_{Ic}$ 的表面裂纹法 .....	126
	习题 .....	130
<b>第八章</b>	<b>复合型裂纹的脆性断裂理论</b> .....	<b>131</b>
§ 8.1	概述 .....	131
§ 8.2	最大周向应力理论 ( $\sigma_\theta$ 准则) .....	131
§ 8.3	能量释放率理论 ( $G$ 准则) .....	134

§ 8.4	应变能密度因子理论( $S$ 准则)	138
§ 8.5	工程上应用的复合型裂纹断裂准则	143
	习题	145
<b>第四篇</b>	<b>弹塑性断裂力学</b>	<b>147</b>
<b>第九章</b>	<b>COD 理论</b>	<b>148</b>
§ 9.1	Irwin 小范围屈服条件下的 COD	148
§ 9.2	D-B 带状塑性区模型的 COD	148
§ 9.3	全面屈服条件下的 COD	152
§ 9.4	COD 准则的工程应用	154
§ 9.5	临界 COD 的实验测定	157
	习题	160
<b>第十章</b>	<b><math>J</math> 积分理论</b>	<b>161</b>
§ 10.1	$J$ 积分的回路积分定义及其守恒性	161
§ 10.2	$J$ 积分与裂纹尖端应力应变场	163
§ 10.3	$J$ 积分与能量释放率 $G$ 的关系	165
§ 10.4	$J$ 积分与 COD 的关系	166
§ 10.5	$J$ 积分的形变功率定义	168
§ 10.6	$J$ 积分临界值 $J_{Ic}$ 的测定	171
§ 10.7	$J_R$ 阻力曲线法	173
§ 10.8	$J$ 主导条件	177
§ 10.9	$J$ 积分的计算及工程估算方法	179
§ 10.10	$J$ 控制裂纹扩展的条件及稳定性	187
	习题	190
<b>第五篇</b>	<b>断裂力学在疲劳设计中的应用</b>	<b>192</b>
<b>第十一章</b>	<b>疲劳裂纹扩展</b>	<b>192</b>
§ 11.1	疲劳裂纹的发生和扩展	192
§ 11.2	应力疲劳条件下裂纹扩展速率	193
§ 11.3	影响疲劳裂纹扩展速率的因素	195
§ 11.4	疲劳裂纹扩展速率 $da/dN$ 的测试	198
§ 11.5	应变疲劳条件下裂纹扩展速率	200
§ 11.6	应力腐蚀开裂和腐蚀疲劳	201
§ 11.7	疲劳裂纹扩展寿命的估算	203
	习题	206
<b>附录</b>	<b>常用应力强度因子表</b>	<b>207</b>
附表1	应力强度因子	207
附表2	第一、二类完整椭圆积分表	218
附表3	附表1中的 $B, C$ 参数值(对于钢取 $\mu=0.3$ )	219
	参考文献	220

# 第一篇 绪 论

## 第一章 综 述

断裂力学是固体力学的一个分支,是研究含裂纹物体强度和裂纹扩展规律的一门学科,也称裂纹力学。

断裂力学萌芽于 20 世纪 20 年代格里菲思(Griffith)对玻璃低应力脆断的研究,50 年代作为一门真正的学科建立起来。断裂力学的任务是:求得各类材料的断裂韧度;确定裂纹体在给定外力作用下是否发生断裂,即建立断裂准则;研究载荷作用下裂纹扩展规律;研究在腐蚀环境和应力同时作用下物体的断裂(即应力腐蚀)。目前,断裂力学已在航空航天、交通运输、化工、机械、材料、能源及海洋等工程领域得到广泛的应用。本书着重介绍它的基本原理和分析方法。正如教材目录中已经指出的,本书共分五篇,第一篇即本章是绪论,第二篇是弹性力学基础知识,第三篇是介绍线弹性断裂力学内容,第四篇是介绍弹塑性断裂力学基本理论,第五篇是介绍断裂力学在疲劳设计中的应用。

### § 1.1 材料力学与断裂力学

承载构件的强度破坏可分为两类:一类是以屈服为主的破坏;另一类是以断裂为主的破坏。防止屈服、断裂是材料力学这门学科的主要任务之一。根据材料力学的结论,对于每种材料都要求测定四项力学性能指标:即屈服点  $\sigma_s$ (或名义屈服点  $\sigma_{0.2}$ ),抗拉强度  $\sigma_b$ ,伸长率  $\delta$  和冲击韧度  $a_k$ ,有时还需加上一项截面收缩率  $\psi$ 。 $\sigma_s$  和  $\sigma_b$  是强度指标,而  $\delta$ ,  $a_k$  和  $\psi$  是韧性指标。材料力学的研究已经清楚地说明,材料光有足够的强度还是不行的,必须同时具有足够的韧性,以避免断裂的发生。局部的应力集中可造成数倍于平均应力的峰值应力,对于脆性材料,此峰值应力,由于超过材料的强度极限会立即造成断裂;但对韧性材料,则峰值应力会造成局部屈服,从而使应力松弛而重新分布,峰值应力被抑制而不超过屈服极限,避免了断裂。

以上述四项或五项力学性能指标为依据的设计方法称为常规设计方法。常规设计方法规定平均应力(或者是强度理论计算的相当应力)不超过某一“许用应力”值,而伸长率和冲击韧度则不低于某些规定值。

一般情况下,按照传统的常规设计方法所设计的构件,绝大多数都能够保证安全使用。但是也不是没有例外,有时会发生意外的断裂事故。特别是对于高强度材料和超高强度材料( $\sigma_s \geq 1400\text{MPa}$ ),焊接结构或者处于低温或者是处于腐蚀环境中的结构,意外的断裂事故就更加频繁。例如 1898 年 12 月 13 日,纽约市大贮气罐破裂,使许多人死亡和受

伤,并毁坏周围大量财物;1913年1月3日,波士顿一高压水管破裂,使该地区被淹;1938~1942年间,世界上有40座全焊接铁桥未见任何异常现象却突然发生断裂而倒塌;1943~1947年间美国制造的5000艘全焊接“自由轮”,竟发生1000多起断裂事故,其中238艘完全毁坏,有的甚至折成二段。据记载1943年1月一艘油轮在码头交付使用时突然断裂成两段,当时的气温为 $-5^{\circ}\text{C}$ ,计算表明,断裂船体所受拉应力仅为 $70\text{MPa}$ ,而船体钢材为低碳钢,屈服点约为 $250\text{MPa}$ ,抗拉强度为 $400\sim 500\text{MPa}$ ;又如1949年东俄亥俄州煤气公司的圆柱形液态天然气罐发生爆炸,使周围的街市化为废墟。尤其引人注目的是50年代初美国的北极星导弹固体燃料发动机壳,材料为 $\text{D}_6\text{AC}$ 高强度钢( $\sigma_s=1400\text{MPa}$ ),经传统方法检验合格,但在试验发射时发生爆炸事故,然而破坏应力却不到 $\sigma_s$ 的一半。这些事故发生时,事前并无明显预兆,破坏非常突然,以至造成重大损失,甚至灾难。特别是发生事故时应力低于屈服点 $\sigma_s$ ,是用传统的材料力学观点无法解释的,这就引起了人们的高度重视。

人们对这些事故进行了大量的调查研究发现,无论是中、低强度钢,还是高强度材料都可能发生脆性断裂,并具有以下几个特点:

(1) 断裂时的工作应力较低,通常不超过材料的屈服点,甚至还低于常规设计的许用应力。尽管是塑性材料也发生脆性断裂。所以通常称这类破坏为低应力脆断。

(2) 脆断总是由构件内部存在宏观尺寸(肉眼可见的 $0.1\text{mm}$ 以上)的裂纹源扩展引起。这种宏观裂纹源可能是加工过程或是在使用过程中产生的。

(3) 裂纹源一旦超过一定尺寸(临界尺寸),裂纹将以极高速度扩展,直到断裂。

(4) 中、低强度钢的脆断事故,一般发生在较低的温度( $15^{\circ}\text{C}$ 以下),而高强度材料则没有明显的温度效应。

人们通过广泛深入的研究,从根本上去探讨传统的设计思想,认识它的不足,寻求更合理的设计途径,特别是从大量的低应力脆断事故分析中发现,传统的设计思想存在一个严重的问题,就是它把材料视为无缺陷的均匀连续体,这与工程实际中的构件的情况是不相符合的。对于工程实际中的构件,总是不可避免地存在着各种不同形式的缺陷(如夹杂、气孔、裂纹等),正是由于这些缺陷的客观存在,使材料的实际强度大大低于理论模型的强度。研究结果还发现,脆性断裂是由于裂纹和应力集中造成的。同时还发现低温也往往会导导致常用的各类钢发生脆性断裂。对于温度的影响,在图1.1中可以得到说明。由图1.1可知超过一定的转变温度,钢呈现延性的特征,而且断裂所需要的能量大大增加。因此,借助于保证材料有适当低的转变温度以保证焊接工艺过程不使转变温度升高的方法,现代制造业和设计程序已能防止焊接钢结构的固有脆性断裂。尽管如此,材料在服役中引起的脆断,例如核反应堆压力容器的辐照效应,海洋平台中的腐蚀疲劳,仍然是人们需要努力解决的问题。

综上所述,裂纹(缺陷)是造成构件低应力脆性断裂的祸根。但是,也不是说构件存在裂纹就一定会发生断裂。断裂力学作为研究含裂纹物体强度和裂纹扩展规律的一门学科,应该力求回答以下问题。

(1) 什么是作为裂纹尺寸函数的剩余强度?

(2) 在使用载荷作用下,能容限什么样的裂纹尺寸,即什么是最大容许裂纹尺寸?

(3) 对于某些裂纹而言,从一定的初始裂纹尺寸扩展到最大容限裂纹尺寸,需要多长时间?

(4) 假设结构中已具有一定尺寸的裂纹,什么是结构的使用寿命?

(5) 在裂纹检查的有效期间,对于结构中的裂纹,应该间隔多长时间检查一次?

断裂力学研究的内容几乎完全是断裂为主的破坏。1920年 Griffith 研究玻璃中裂纹的脆性扩展,成功地提出了以含裂纹体的应变能释放率为参量的裂纹失稳扩展准则,其内容是:结构体系内裂纹扩展,体系内总能量降低,降低的能量用于裂纹增加新自由表面的表面能,裂纹扩展的临界条件是裂纹扩展力(即应变能释放率)等于扩展阻力(裂纹扩展,要增加自由表面能而引起的阻力)。很好地解释了玻璃的低应力脆断现象。Griffith 理论可用于估算脆性固体的理论强度,并给出了断裂强度与缺陷尺寸之间的正确关系。

1944年泽纳(Zener)和霍洛蒙(Hollmon)又首先把 Griffith 理论用于金属材料的脆性断裂。不久欧文(Irwin)指出,Griffith 的能量平衡应该是体系内储存的应变能与表面能、塑性变形所做的功之间的能量平衡,并且还指出,对于延性大的材料,表面能与塑性功相比一般是很小的。同时把  $G$  定义为“能量释放率”或“裂纹驱动力”,即裂纹扩展过程中增加单位长度时系统所提供的能量,或裂纹扩展单位面积系统能量的下降率。

20世纪50年代, Irwin 又提出表征外力作用下,弹性物体裂纹尖端附近应力强度的一个参量—应力强度因子,建立以应力强度因子为参量的裂纹扩展准则—应力强度因子准则(亦称  $K$  准则)。其内容为:裂纹扩展的临界条件为  $K_I = K_{Ic}$ , 其中  $K_I$  为应力强度因子,可由弹性力学方法求得,  $K_{Ic}$  为材料的临界应力强度因子或平面应变断裂韧度,可由试验测定。Irwin 的另一贡献是,他还指出,能量方法相当于应力强度方法。

1963年韦尔斯(Wells)发表有关裂纹张开位移(COD)的著名著作,提出以裂纹张开位移作为断裂参量判别裂纹失稳扩展的一个近似工程方法。其内容是:不管含裂纹体的形状、尺寸、受力大小和方式如何,当裂纹张开位移  $\delta$  达到临界值  $\delta_c$  时,裂纹开始扩展。 $\delta_c$  是表征材料性能的常数,由试验得到。对于韧性材料,短裂纹平面应力断裂问题,特别是裂纹体内出现大范围屈服和全面屈服情况可采用此法。

1968年赖斯(Rice)提出围绕含裂纹体裂纹尖端的一个与路径无关的回路积分,定义为二维含裂纹体的  $J$  积分。 $J$  积分可用来描述裂纹尖端附近在非线性弹性情况下的应力应变场,建立  $J_I = J_{Ic}$  的断裂准则。 $J_{Ic}$  为表征材料断裂韧性的临界  $J$  积分值,可由试验确定。

由于研究的观点和出发点不同,断裂力学分为微观断裂力学和宏观断裂力学。微观断裂力学是研究原子位错等晶体尺度内的断裂过程,宏观断裂力学是在不涉及材料内部断裂机理的条件下,通过连续介质力学分析和试样的实验作出断裂强度的估算与控制。宏观

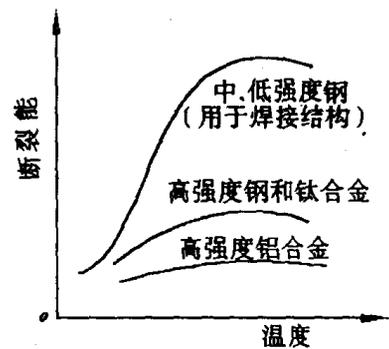


图 1.1 温度对结构金属抗断裂性能的一般影响

断裂力学通常又分为线弹性断裂力学和弹塑性断裂力学。

线弹性断裂力学是应用线性弹性理论研究物体裂纹扩展规律和断裂准则。线弹性断裂力学可用来解决材料的平面应变断裂问题,适用于大型构件(如发电机转子,较大的接头,车轴等)和脆性材料的断裂分析。线弹性断裂力学还主要用于宇航工业,因为在宇航工业里减轻重量是非常重要的,所以必须采用高强度低韧性的金属材料。实际上对金属材料裂纹尖端附近总存在着塑性区,若塑性区很小(如远小于裂纹长度),经过适当的修正,则仍可以采用线弹性断裂力学进行断裂分析。目前,线弹性断裂力学已发展的比较成熟,但也还存在一些问题(如表面裂纹分析,复合型断裂准则,裂纹动力扩展等)有待进一步研究。

弹塑性断裂力学是应用弹性力学、塑性力学研究物体裂纹扩展规律和断裂准则,适用于裂纹尖端附近有较大范围塑性区的情况。由于直接求裂纹尖端附近塑性区断裂问题的解析解十分困难,目前多采用  $J$  积分法, COD 法,  $R$  曲线法等近似或实验方法进行分析。通常对薄板平面应力断裂问题的研究,也要采用弹塑性断裂力学。弹塑性断裂力学在焊接结构缺陷的评定,核电工程的安全性评定,压力容器、管道和飞行器的断裂控制以及结构物的低周疲劳和蠕变断裂的研究方面起重要作用。弹塑性断裂力学虽取得一定进展,但其理论迄今仍不成熟,弹塑性裂纹体的扩展规律还有待进一步研究。

## § 1.2 裂纹对材料强度的影响

具有裂纹的弹性体受力以后,在裂纹尖端区域将产生应力集中现象。但是应力集中是局部性的,离开裂纹尖端稍远处,应力分布又趋于正常。

在裂纹尖端区域应力集中的程度与裂纹尖端的曲率半径有关,裂纹越尖锐,应力集中的程度越高。这种应力集中必然导致材料的实际断裂强度远低于该材料的理论断裂强度。

例如图 1.2 所示“无限大”薄平板,承受单向均匀拉应力作用,板中存在贯穿的椭圆形切口,其长轴为  $2a$ ,短轴为  $2b$ ,这个问题在弹性力学中作过详细讨论,最大拉应力发生在椭圆长轴端点  $A$ (或  $A'$ )处,其值为

$$(\sigma_y)_{\max} = \sigma \left(1 + 2 \frac{a}{b}\right) \quad (1.1)$$

该点处的曲率半径  $\rho = \frac{b^2}{a}$ ,

故式(1.1)可写为

$$(\sigma_y)_{\max} = \sigma \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}}\right) \quad (1.2)$$

由固体物理学可知,固体材料的理论断裂强度值为

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{E\gamma_c}{b_0}} \quad (1.3)$$

式中,  $E$  为材料的弹性模量;  $\gamma_c$  为固体材料的表面能密度;  $b_0$  为固体材料的原子间距。

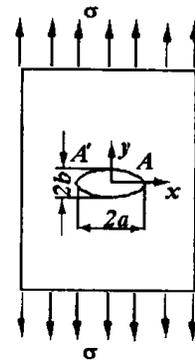


图 1.2 含椭圆切口  
受拉伸无限大板

按照传统强度观点,当切口端点处的最大应力达到材料理论强度时,材料断裂,即

$$(\sigma_y)_{\max} = \sigma_t \quad (1.4)$$

因为  $\frac{a}{\rho} \gg 1$ , 故得临界应力

$$\sigma_c = \frac{\sqrt{\frac{E\gamma_e}{b_0}}}{1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}} \approx \sqrt{\frac{E\gamma_e \rho}{4ab_0}} \quad (1.5)$$

由式(1.5)可见,当为理想裂纹( $\rho \rightarrow 0$ )时,  $\sigma_c \rightarrow 0$ , 这就意味着,不管承受的应力  $\sigma$  值为多大,裂纹尖端的局部应力都会超过  $\sigma_c$ , 也就是说,固体一旦有了理想尖裂纹,就不再有强度了,这显然与事实不符。这一疑问的答案正是连续介质力学和弹性理论的界限。因为固体是由原子组成的。因此,当固体材料中的缺陷是尖裂纹缺陷时,裂纹尖端的曲率半径就要用原子间距  $b_0$  来代替,于是式(1.5)可写为

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E\gamma_e}{4a}} \quad (1.6)$$

这表明,当固体有非常尖锐裂纹存在时,固体材料的实际强度较理论强度低得多。研究表明,固体材料的表面能密度值  $\gamma_e = 0.01b_0E$  时,如果取宏观裂纹尺寸  $2a \approx 5000b_0$ , 则其断裂应力  $\sigma_c$  比材料的理论强度值  $\sigma_t$  降低约 100 倍。这就从应力集中观点解释了固体材料的实际断裂强度远较理论强度为低这一客观事实。因为固体材料中难免存在裂纹(缺陷)。

从式(1.6)可见,当应力达到  $\sigma_c$  值时,裂纹开裂,而使裂纹长度  $2a$  增加,这样又将使  $\sigma_c$  值降低,则裂纹继续扩展,最后导致整个固体材料断裂,所以它是裂纹失稳扩展的条件。

### § 1.3 Griffith 能量平衡方法

现在考虑单位厚度的“无限大”( $2a \ll W$ )平板。具有一条长为  $2a$  的穿透厚度的裂纹,在无穷远处受到均匀拉伸应力  $\sigma$  作用,如图 1.3 所示。

这块有裂纹的平板的总能量可表示为

$$U = U_0 + U_a + U_r - F \quad (1.7)$$

式中,  $U_0$  为承受载荷的无裂纹平板的弹性应变能(常数);  $U_a$  为平板中引入裂纹而导致弹性应变能的变化值;  $U_r$  为形成裂纹表面导致弹性表面能的变化值;  $F$  为外力完成的功,在式(1.7)中应该被减去,因为它不是平板的内部能(位能),  $F = \text{载荷} \times \text{位移}$ 。

Griffith 运用英格利斯(Inglis)提出的应力分析来表示单位厚度平板的  $U_a$ , 即

$$U_a = \frac{\pi\sigma^2 a^2}{E} \quad (1.8)$$

而弹性表面能  $U_r$  等于材料的弹性表面能密度  $\gamma_e$  和裂纹新表面面积的乘积,即

$$U_r = 2(2a\gamma_e) \quad (1.9)$$

对于没有外力做功的情况,即所谓固定位移状态,  $F = 0$ , 并且在平板中引入裂纹而导致弹

性应变能变化的值  $U_0$  为负值; 因为平板的刚度降低, 通过固定夹紧所施加的载荷也将下降, 所以平板的弹性应变能降低, 因而, 裂纹平板的总能量  $U$  为

$$U = U_0 + U_a + U_r = U_0 - \frac{\pi\sigma^2 a^2}{E} + 4a\gamma_e \quad (1.10)$$

因为  $U_0$  为常数, 故  $dU_0/da = 0$ , 若令  $dU/da = 0$ , 就获得裂纹扩展的平衡条件

$$\frac{d}{da} \left( -\frac{\pi\sigma^2 a^2}{E} + 4a\gamma_e \right) = 0 \quad (1.11)$$

图 1.4 说明了这点。图 1.4a 示意地表明方程式(1.11)中的两个能量项以及它们的和是裂纹长度(2a)的函数; 图 1.4b 表示导数 ( $dU/da$ )。弹性能由于裂纹扩展潜在增量( $da$ )而引起释放, 释放的能量超过裂纹扩展所需要的表面能时, 引入的裂纹将失稳扩展。

根据平衡条件, 可得

$$\frac{2\pi\sigma^2 a}{E} = 4\gamma_e \quad (1.12)$$

经移项, 得

$$\sigma \sqrt{a} = \left( \frac{2E\gamma_e}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.13)$$

方程式(1.13)指出, 在理想脆性材料中, 裂纹扩展是受到远场外加应力和裂纹长度平方根的乘积控制的, 而且也受到材料性质的控制。因为  $E$  和  $\gamma_e$  都是材料性能, 所以式(1.13)的右边等于常数值, 这反映了理想脆性材料的特征。因而式(1.13)指明, 当  $\sigma \sqrt{a}$  的乘积达到某恒定临界值时, 在材料中的裂纹将发生扩展。

由式(1.13), 若给定裂纹长度  $a$ , 则临界应力为

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma_e}{\pi a}} \quad (1.14)$$

若给定应力  $\sigma$ , 也可定出裂纹临界尺寸为

$$a_c = \frac{2E\gamma_e}{\pi\sigma^2} \quad (1.15)$$

现在把式(1.14)与式(1.5)作一比较, 因为两式左边均为同一个量, 所以有

$$\sqrt{\frac{2E\gamma_e}{\pi a}} = \sqrt{\frac{E\gamma_e \rho}{4ab_0}}$$

或

$$\rho = \frac{8}{\pi} b_0 \quad (1.16)$$

这就是说, 当裂纹尖端的曲率半径满足

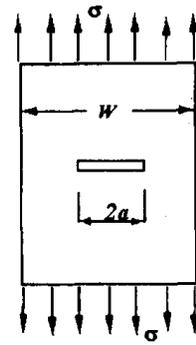


图 1.3 具有穿透裂纹的平板

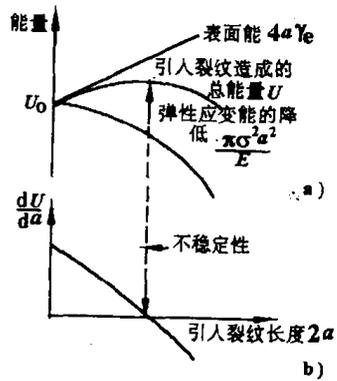


图 1.4 无外力作功时无限平板的能量平衡

$$0 \leq \rho \leq \frac{8}{\pi} b_0 \quad (1.17)$$

时,式(1.5)与式(1.14)近似相当。一般把满足式(1.17)条件的裂纹,称为 Griffith 裂纹。由此可见,Griffith 理论对于裂纹尖端的尖锐度是有严格限制的。

必须注意,Griffith 所研究的仅限于材料是理想脆性的情况。实际上绝大多数金属材料在断裂前和断裂过程中裂纹尖端都存在塑性区,裂尖也因塑性变形而钝化,此时 Griffith 理论失效,这也就是 Griffith 理论长期得不到重视和发展的原因。

## § 1.4 Irwin-Orowan 对 Griffith 理论的修正

方程式(1.12)经过移项化简,变成

$$\frac{\pi\sigma^2 a}{E} = 2\gamma_c \quad (1.18)$$

式(1.18)的左边被称为能量释放率( $G$ ),它表示裂纹扩展单位面积弹性系统所释放的能量,即单位裂纹表面积的弹性能,它适用于无穷小的裂纹扩展。式的右边表示表面能的增加,这是由于无穷小裂纹扩展所致,它被称为裂纹扩展阻力( $R$ ),由此可知,裂纹要发生失稳扩展, $G$  必须至少等于  $R$ 。如果  $R$  是常数,则意味着  $G$  必须超过某一临界值( $G_c$ )。因此,当

$$\frac{\pi\sigma^2 a}{E} \geq \frac{\pi\sigma_c^2 a}{E} = G_c = R \quad (1.19)$$

时,发生断裂。于是,只要测得具有裂纹长度  $2a$  的平板发生断裂时所需要的应力  $\sigma_c$ ,就能够确定临界值( $G_c$ )。

1948 年 Irwin 提出,理想脆性材料的 Griffith 理论需要修正,修正后的理论,既能适用于脆性材料,又适用于发生塑性变形的金属。奥罗万(Orowan)也提出过类似的修正理论。修正后的理论认为,材料对裂纹扩展的阻力等于弹性表面能与伴随裂纹扩展而产生的塑性应变功( $\gamma_p$ )之和。因而,方程式(1.18)被修正为

$$\frac{\pi\sigma^2 a}{E} = 2(\gamma_c + \gamma_p) \quad (1.20)$$

对于金属材料而言, $\gamma_p \gg \gamma_c$ ,即阻力  $R$  主要是塑性功,于是表面能可以略去不计,于是由上式可得

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma_p}{\pi a}} \quad (1.21)$$

$$a_c = \frac{2E\gamma_p}{\pi\sigma^2} \quad (1.22)$$

应该指出,以上讨论都是以薄平板为例,属于平面应力情况。如果板很厚应为平面应变情况,根据弹性力学论证,只要把平面应力情况得到的公式中的  $E$  用  $\frac{E}{1-\mu^2}$  代替( $\mu$  为材料的泊松比),即得到平面应变情况下的解答。

## § 1.5 应力强度方法

由于能量平衡方法存在实际困难,所以在 20 世纪 50 年代中, Irwin 提出了应力强度方法,从而使他在线弹性断裂力学方面作出了重要推进。首先,他根据线弹性理论指出,在裂纹尖端附近的应力应该取下列形式,即

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \dots \quad (1.23)$$

式中,  $r$  和  $\theta$  都是相对于裂纹尖端某一点的圆柱形极坐标,见图 1.5。

$K$  是一个常数,是裂纹尖端弹性应力场强弱程度的参量,被称为应力强度因子。量纲分析表明, $K$  必定和应力成线性关系,而且直接与某一特征长度的平方根有关。根据 Griffith 分析,式(1.13)表明,这种特征长度就是裂纹长度,因而应力强度因子的通式可表示为

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (1.24)$$

式中  $f\left(\frac{a}{W}\right)$  是无量纲参数,它取决于试样和裂纹的几何形状。

于是 Irwin 证实了下列观点,即:如果裂纹扩展  $da$  长度,则裂纹前沿应力场做的功,在形式上与应变能的变化值( $Gda$ )相当。因此临界应力强度因子( $K_c$ )完全相当于临界状态下贮存的弹性应变能,这就是说,应力强度方法完全与 Griffith-Irwin 能量平衡方法相当。

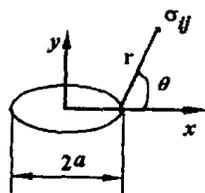


图 1.5 裂纹尖端附近某点处的应力

所以,控制断裂的参数可认为是临界应力强度( $K_c$ ),而不是临界能量值( $G_c$ )。对于拉伸加载而言, $K_c$  和  $G_c$  之间的关系是

$$\left. \begin{array}{l} \text{平面应力状态} \\ \text{平面应变状态} \end{array} \right\} \begin{array}{l} G_c = \frac{K_c^2}{E} \\ G_c = \frac{K_c^2}{E} (1 - \mu^2) \end{array} \quad (1.25)$$

在平面应变情况下,习惯上写成  $G_{Ic}$  和  $K_{Ic}$ ,这里注脚 I 表明拉伸加载型。这种注脚也用于包括应力强度因子作为变量的表达式中,即  $K_I$ 。

现在,对贯穿裂纹平板的 Griffith-Irwin 方程式的解就可写成

$$\sigma \sqrt{\pi a} = (2E(\gamma_c + \gamma_p))^{1/2} = (EG)^{1/2} = K \quad (1.26)$$

所以,断裂的准则是

$$\sigma \sqrt{\pi a} \geq \sigma_c \sqrt{\pi a} = K_c \quad (1.27)$$

然而,更一般地说,应该是当  $\sigma \sqrt{a}$  乘积达到恒定的临界值时裂纹就会发生扩展(正如在 Griffith 方法中使用临界应力强度时所指出的那样),通过实验能够确定这个恒定值。具体方法是对含有已知长度贯穿裂纹的大平板测量其断裂应力。当然也能用其它几

何形状的试样测得这个恒定值。反之也能应用这个恒定值来预测其它几何形状相同的试样中应力和裂纹长度的临界结合。由于通过弹性应力分析就能确定不同几何形状试样的  $K$  因子值,这就使得应力强度方法在解决断裂问题上非常得力。现在已有手册,它能够给出很多种带有不同裂纹尺寸,取向和形状的裂纹体和加载条件下的应力强度因子的计算公式。对于应力强度因子( $K$ ),不仅适用于稳定裂纹扩展,而且也适用于象疲劳和应力腐蚀那样的亚临界裂纹扩展。在本章 § 1.8 中将简单介绍亚临界裂纹扩展,在第十一章中给以更详细阐述。

这是应力强度因子作为裂纹扩展特性参数的用途。应力强度因子用作裂纹扩展特性参数是线弹性断裂力学的基本原理。线弹性断裂理论已经得到很好的发展,这将在第四至第八章中作详细讨论。

### § 1.6 裂纹尖端区的可塑性

在裂纹尖端附近的弹性应力分布,式(1.23)表明,当  $r$  趋近于零时,应力为无穷大,即在裂纹尖端处存在应力奇异性。但对于金属材料,因为当应力达到屈服极限时会发生塑性变形,于是在裂纹尖端附近必然存在一个塑性区,因此,对于弹性解不是无条件适用的。

Irwin 认为,在拉伸加载条件下,裂纹尖端处存在一个圆形塑性区。并指出这个圆形塑性区具有  $2r_y$  的直径,如图 1.6a 所示。 $r_y$  可表达为

$$\text{平面应力状态} \quad r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_s} \right)^2 \quad (1.28)$$

$$\text{平面应力状态} \quad r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{C\sigma_s} \right)^2 \quad (1.29)$$

式中,  $C$  称为塑性约束系数,通常取值约为 1.7。

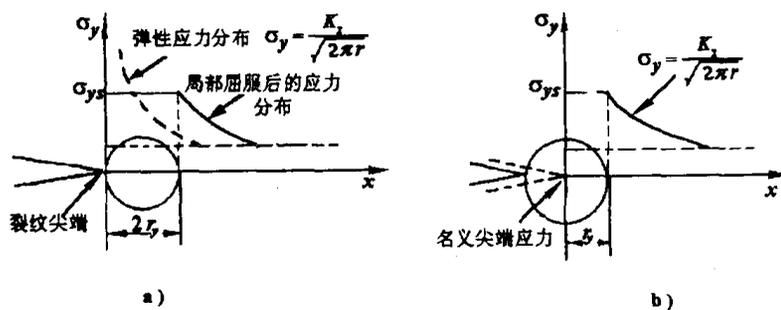


图 1.6 裂纹尖端塑性区及欧文对它的修正

Irwin 认为,塑性区的出现使裂纹表现得好像比它的实际尺寸更长了,位移更大了。他指出,裂纹可看成在真实裂纹尖端前沿距离为  $r_y$  处作为其名义裂纹尖端,(图 1.6b)。名义裂纹尖端前有一个塑性区( $r_y$ )。过了这个塑性区后,在名义裂纹尖端前  $r_y$  处的屈服应力变为  $K$  分布的局部应力。因为,对于具有相同屈服应力的材料而言,由式(1.28)和(1.29)知  $K$  相同,塑性区的尺寸也相同,在塑性区内外的应力和应变都将由  $K$  来确定,因此仍

然能够使用应力强度方法。简而言之,裂纹尖端塑性区的影响表示为表观弹性裂纹长度的增长,其增长值为  $r_y$ 。

必须指出,线弹性断裂力学的范围仅仅能扩大到有限的裂纹尖端可塑性程度,即当塑性区尺寸远小于裂纹尺寸以及裂纹体仍然具有近似弹性性能时,线弹性断裂力学才是适用的。如果不是这种情况,那就必须用弹塑性断裂力学来解决问题。然而弹塑性断裂力学的概念还没有像线弹性断裂力学发展的那样完善,这个事实也反映在最后解的近似性上。

弹塑性断裂力学有两种最有希望的概念:一种是裂纹尖端张开位移(COD),它是在裂纹尖端应变基础上建立起来的概念;另一种是  $J$  积分能量平衡概念。在第九、十章中将介绍这些概念。

## § 1.7 断裂韧性

根据 § 1.5 和 § 1.6 可以得出以下结论:在有限的裂纹尖端可塑性条件下,控制拉伸断裂的参数能规定为临界应力强度,或者是  $K_{Ic}$ (平面应力状态)或者是  $K_{IIc}$ (平面应变状态)。在特定温度下, $K_{Ic}$  值取决于试样厚度和约束条件。最大约束(平面应变状态)条件下的  $K_{Ic}$  极限值是  $K_{IIc}$ 。

$K_{IIc}$  能够看作裂纹扩展阻力的材料特性,所以称它为平面应变断裂韧度。因此用同一种材料制成不同几何形状和裂纹尺寸的试样,虽然实验测得的断裂应力不同,但都应该得到相同的  $K_{IIc}$ 。在标准状态下得到的  $K_{IIc}$  值可用来预示不同几何形状,裂纹尺寸及应力作用下材料的断裂。在标准状态下,也能测定  $K_{Ic}$  值,也能用  $K_{Ic}$  来预示断裂,但是它只适用于相同材料厚度和约束的情况。

具有中心穿透裂纹宽平板的应力强度因子表达式为

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (1.30)$$

该式可以看作是线弹性断裂力学设计应用的、入门性的、用数值表示的一个实例。假设试验结果是在使用平板厚度和温度情况下得到,某特种钢的  $K_{IIc}$  值是  $66\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ 。利用式(1.30)可以把  $K_{IIc}$ 、名义应力和裂纹尺寸联系起来绘制剩余强度曲线,如图 1.7 所示。如果设计应力为  $138\text{MPa}$ ,由式(1.30)或图 1.7 可知其容限裂纹尺寸大约是  $145\text{mm}$ ;如果设计应力是  $310\text{MPa}$ ,容限裂纹尺寸只能是  $28\text{mm}$ 。由图 1.7 可知,若使用具有较高断裂韧度的钢,例如它的  $K_{IIc}$  值为  $132\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ ,那么在给定裂纹尺寸条件下,允许设计应力就能大大提高。这就表明断裂韧度较高的材料具有较高的剩余强度。

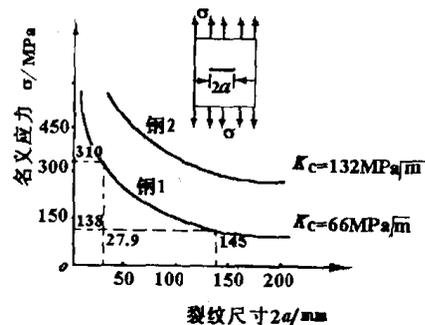


图 1.7 两种钢的剩余强度曲线

## § 1.8 亚临界裂纹扩展

构件在交变应力作用下,从初时裂纹尺寸  $a_0$  扩展到临界裂纹尺寸  $a_c$  的过程,叫做疲劳裂纹的亚临界扩展。在 § 1.6 中已经讨论过,当裂纹尖端塑性变形有限时,仍能应用应力强度因子,这个条件也适用于亚临界裂纹扩展。大多数亚临界裂纹扩展通常发生在应力强度因子远低于  $K_c$  和  $K_{Ic}$  的情况下,而且也发现,应力强度方法能够提供疲劳裂纹扩展和应力腐蚀断裂数据的相关性。

### 1. 疲劳

现在考虑一宽平板,其中含长度为  $2a$  的贯穿裂纹,在远场受周期性变化的应力(在最小恒定值和最大恒定值之间周期性地变化)作用,如图 1.8 所示,其应力范围  $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ ,于是由式(1.30),应力强度因子范围可以定义为

$$\Delta K_I = K_{I\max} - K_{I\min} = \Delta\sigma \sqrt{\pi a} \quad (1.31)$$

若疲劳裂纹在小量应力循环  $\Delta N$  过程中扩展量为  $\Delta a$ ,则定义  $\Delta a/\Delta N$  为疲劳裂纹扩展速率。在极限情况下可写成微分形式  $da/dN$ 。实验发现,如果应力比( $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ )是相同值,则  $\Delta K_I$  与  $da/dN$  相关(试样在不同裂纹长度和不同应力范围内做疲劳试验),而且也与不同几何形状试样的裂纹扩展速率相关,即

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K_I, R) \quad (1.32)$$

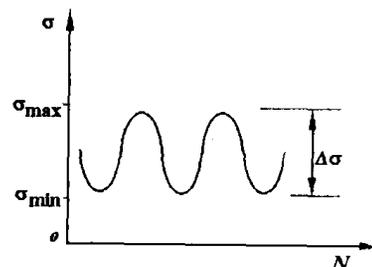


图 1.9 表明了这种相关性。习惯上常把它画成 图 1.8 恒幅疲劳中的应力—循环参数  $da/dN - \Delta K_I$  的双对数曲线。可以看出在高应力范围( $\Delta\sigma_h$ )下得到的数据起始于相对高的  $\Delta K_I$  和  $da/dN$ 。低应力范围( $\Delta\sigma_l$ )下得到的数据起始于较低的  $\Delta K_I$  和  $da/dN$ ,但最后达到与高应力范围下一样高的  $\Delta K_I$  和  $da/dN$  值。曲线常常显示 S 形趋势。在第十一章将讨论这个问题以及其它疲劳裂纹扩展问题。

### 2. 应力腐蚀

金属构件在拉应力(或残余拉应力)和腐蚀介质联合作用会产生裂纹,且裂纹会不断扩展,最后导致破坏,这种过程称为应力腐蚀。人们也已发现,应力腐蚀断裂也能与应力强度方法相关联。图 1.10 给出应力腐蚀裂纹扩展速率( $da/dt$ )和  $K_I$  值成函数关系的典型曲线。

裂纹扩展曲线是由三个区域组成。在 I 区和 III 区内,裂纹扩展速率明显取决于  $K_I$  值,但在 II 区,裂纹扩展速率实际上与  $K_I$  值无关。I 区和 II 区是常见的特征,III 区一般见不到,这是由于从 II 区到 III 区快速失稳断裂有一个十分陡峭的转变所致。在 I 区内有一个所谓的门槛应力强度,称为  $K_{Isc}$ 。低于  $K_{Isc}$  值,即使在给定材料和环境条件以及持久载荷