高等专科学校试用教材

数字电子技术

哈尔滨机电专科学校 肖雨亭 主编

机械工业出版社

高等专科学校试用教材

数 字 电 子 技 术

哈尔滨机电专科学校　肖雨亭　主编

机 械 工 业 出 版 社

本教材是根据1988年全国高等工程专科学校电气类专业协会《数字电路》课程组制定的编写大纲编写的。

全书共有九章，其内容有：数字电路基础、逻辑代数、集成门电路、组合逻辑电路、集成触发器、时序逻辑电路、脉冲波形的产生和变换、数/模转换器及模/数转换器，以及半导体存储器。本书采用了新的国家标准，以适应实际需要。

本教材可作为高等专科学校电气类专业的教材，亦可供职工大学师生及有一定电工知识的工程技术人员自学参考。

数字电子技术
哈尔滨机电专科学校　肖雨亭　主编
*
责任编辑：韩雪清　版式设计：冉晓华
封面设计：刘　代　责任校对：刘惠茹
责任印制：卢子祥
*
机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）
（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）
北京交通印务实业公司印刷
新华书店北京发行所发行·新华书店经售
*
开本$787\times1092^{1}/_{16}$·印张$14^{3}/_{4}$·字数359千字
1996年10月第1版第4次印刷
印数　16 851—21 850　定价：15.80元
*
ISBN 7-111-02850-3/TN·54（课）

ISBN 7-111-02850-3
9 787111 028505 >

前　言

本书是根据1988年7月在长春召开的全国高等工程专科学校电气类专业协会《数字电路》课程组制定的教学大纲编写的。为了使我国集成电路产品尽快按国标标准化，本书采用了新的国家标准，并在附录中给出了新旧符号对照。

当前，各种类型中、大规模集成电路不仅用于数字电子计算机，而且已广泛用于通信、控制、测量仪表及家用电器等各个技术领域。为了适应科技发展和现代化建设的需要，为了给学习数字电子计算机及其它各种数字系统打下良好的硬件基础。本书在讲解小规模单元集成电路的基础上，着重介绍中规模集成电路的各种逻辑功能部件，同时适当地介绍一些大规模集成电路。本书在讨论这些集成电路的形式和工作原理时，均以应用为目的，并通过对具体电路的分析和设计来介绍数字电路分析方法和设计方法。为了突出应用，本书介绍了各种常用中规模集成电路的功能、型号和典型应用，对于当前飞速发展、应用已日趋普及的CMOS集成电路产品也作了充分的介绍。对器件的工艺设计及制造等内容，本书不作分析。

为了使学生巩固所学知识，本教材的每章后都附有习题与思考题。

本书共九章，第一～五、七章由肖雨亭编写，第六章由洪钧培编写，第八、九章和附录（一）由华容茂编写。

本书承蒙哈尔滨工业大学六系李淑玉副教授主审，对书稿提出了许多宝贵意见，许多兄弟学校老师对书稿进行认真审阅，并提出了很多修改意见，对此表示衷心感谢！

由于数字电子技术近年来发展十分迅速，编者水平有限，在内容的取舍上和叙述方法上难免有不当或错误之处，恳望读者提出批评与修改意见。

编　者

目　录

绪　言

一、数字电路的特点

电子电路中的电信号可以分为两类。一类是在时间和数值上都是离散的信号，即它们的变化在时间上是不连续的，总是发生在一系列离散的瞬间，而且其数值大小和增减的变化都采用数字的形式，这一类信号称为数字信号。另一类则是除数字信号以外的所有信号，称为模拟信号。模拟信号的幅度变化是连续的。工作于数字信号下的电路称为数字电路，工作于模拟信号下的电路称为模拟电路。数字电路有许多区别于模拟电路的特点，现分述如下：

1）数字电路采用二进制数，每一位只有 0 和 1 两种可能状态。因此，基本单元结构比较简单，如可利用晶体管的导通、截止来表示 0 和 1，而且对元件的要求也不太严格，只要能区分开 0 和 1 就足够了。所以允许电路元件和电源的参数有较大的误差。

2）数字电路是利用信号（脉冲）的有、无来代表和传输 0 和 1 这样的数字信息的。只有环境干扰相当强才能改变信号的有无，因此抗干扰能力较强。

3）数字电路不仅能完成数值运算，还可以进行逻辑运算与判断，在控制系统中这是不可少的，因此又把它称作“逻辑电路”。

4）数字信号的精度与数字位数有关，增加数字的位数就能达到很高的精度。

5）由于数字电路结构简单，所以容易制造，便于集成。而集成电路又具有使用方便、可靠性高、价格低廉等一系列优点。

数字电路中所研究的问题和使用的分析方法，与模拟电路也有很大的不同。归纳起来是：

在模拟电路中，主要是研究微弱信号的放大以及各种型式信号的产生、变换等。而在数字电路中，重点则在于研究各种数字电路输入输出状态之间的相互关系，即逻辑关系。为了分析这些逻辑关系，需要使用一套新的分析方法，包括逻辑代数、真值表、卡诺图、特征方程以及状态转换图等。

二、数字电路的应用

数字电路的应用范围十分广泛，它不仅应用于雷达、电视、通信、遥测遥控等方面，而且在近代的测量仪表中也日益普遍地被采用。在数字电路的基础上发展起来的电子数字计算机，标志着技术发展进入了一个新的阶段，它不仅成了近代自动控制系统中不可缺少的一个组成部分，而且几乎渗透到国民经济和人民生活的一切领域之中，并在许多方面引起了根本性的变革。因此，电子技术水准是现代化的重要标志。当前电子计算机和构成它的半导体大规模集成电路的科学技术水平、生产规模和应用程度，已成为衡量一个国家电子工业水平的重要标志。

三、数字电路的分类

1）按电路组成结构分为分立元件和集成电路两类。其中集成电路按集成度（在一块硅片上包含的逻辑门电路或元件的数量）可分为小规模(SSI)、中规模(MSI)、大规模（LSI）和超大规模（VLSI）集成电路，如表 0－1 所示。

表 0-1 集成电路分类

集成电路分类	集成度	电路规模与范围
小规模集成电路 SSI①	1～10个门/片 或10～100个元件/片	逻辑单元电路 包括：逻辑门电路、集成触发器
中规模集成电路 MSI②	10～100个门/片 或100～1000个元件/片	逻辑功能部件 包括：译码器、编码器、选择器、计数器、寄存器、比较器等
大规模集成电路 LSI③	＞100个门/片 或＞1000个元件/片	数字逻辑系统 包括：中央处理器、存贮器、串并行接口电路等
超大规模集成电路 VLSI④	＞1000个门/片 或＞10万个元件/片	高集成度的数字逻辑系统 例如：在一个硅片上集成一个完整的微型计算机

① 系Small-Scale Integrated Circuit的缩写。
② 系Medium-Scale Integrated Circuit的缩写。
③ 系Large-Scale Integrated Circuit的缩写。
④ 系Very Large-ScaLe Integrated Circuit的缩写。

2）按电路所用器件分为双极型（如 TTL、ECL、I^2L、HTL）和单极型（如 NMOS、PMOS、CMOS）电路。

3）按电路逻辑功能分为组合逻辑电路和时序逻辑电路。

四、本课程所包含的内容

在说明此问题之前，首先对脉冲作一介绍。所谓脉冲，从广义上讲，除了正弦信号以外的信号统称脉冲信号。脉冲波形千变万化种类繁多，图 0-1 给出了几种常见的波形。数字电路处理的数字信号多是矩形脉冲或尖脉冲。下面介绍如图 0-2 所示实际的矩形电压信号的主要参数。

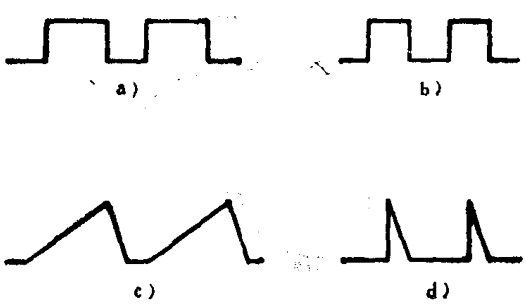

图 0-1 几种常见脉冲波形

a）矩形波 b）方波 c）锯齿波 d）尖脉冲

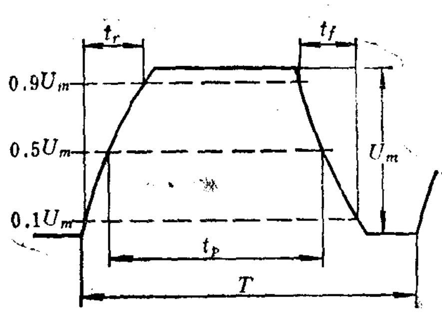

图 0-2 矩形电压脉冲参数

脉冲周期T：在周期性连续脉冲中，相邻两个脉冲出现的时间间隔。

重复频率f：在周期性连续脉冲中，每秒出现脉冲波形的次数。

脉冲幅度U_m：脉冲电压波形变化的最大值。

脉冲上升时间（脉冲前沿）t_r：波形从$0.1U_m$上升到$0.9U_m$所需时间。

脉冲下降时间（脉冲后沿）t_f：波形从$0.9U_m$下降到$0.1U_m$所需时间。

脉冲宽度t_p：常以波形$0.5U_m$处前后沿时间间隔来计算。对于尖脉冲常用 $0.1U_m$处前后沿之间的时间间隔来计算，如图0-3所示。

现以简单的数字频率计为例（原理框图见图0-4），概括地说明本课程所包含的内容。频率计是测量周期信号频率的仪器。测量时，首先将被测信号（不一定是正弦波）变换整形为规则的矩形脉冲，再将规则的矩形脉冲送给由“秒脉冲”控制的门电路，此脉冲通过被打开1s的门电路后，再进入计数器，计数器计下1s时间内矩形脉冲的个数，并将结果送到显示器，从而在显示器上读出被测信号的频率。频率计各部分的波形如图0-5所示。

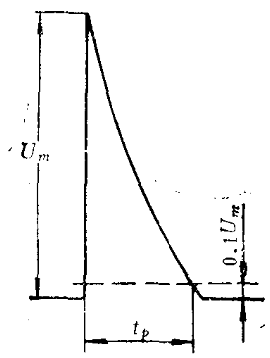

图 0-3　尖脉冲的宽度

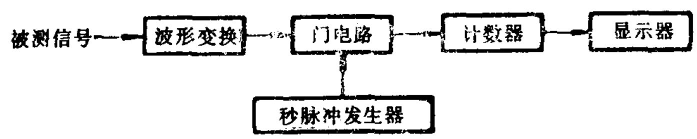

图 0-4　数字频率计方框图

可见，本课程包括的内容有脉冲的产生、变换、控制、计数及显示等。本教材以数字电路为中心，按逻辑门→组合逻辑电路→触发器→时序逻辑电路的顺序进行讲述，以小规模集成电路为基础来说明各种电路的基本原理、分析方法或设计方法，在此基础上介绍中规模数字集成电路并简略介绍大规模集成电路。此外，还介绍数字电路的接口电路：数/模转换及模/数转换等电路。对集成电路的工艺设计与制造本书不作介绍。

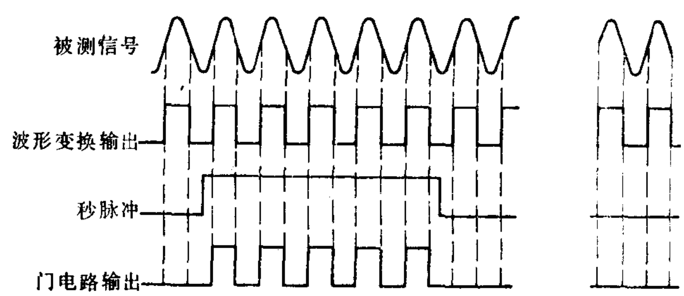

图 0-5　数字频率计波形图

五、学习方法

根据本课程的特点和专业需要，在学习中应注意：

1）重点掌握典型逻辑单元的外部逻辑功能、使用方法及功能的扩展。对内部线路的了解也只是为了加深对外部功能的掌握。

2）逻辑代数是研究数字电路的重要工具，为了顺利地研究数字电路，能够熟练地运用这些工具是必要的。

3）数字电路种类繁多，只要学会了数字电路的分析方法和设计方法，对其它电路就可自行分析和设计了。

4）数字电子技术是一门实践性很强的技术基础课，必须重视实验和课程设计课，才能达到学习要求。

第一章　数字电路基础

内容提要：本章从十进制数开始，重点介绍数字系统中常用的二进制数、八进制数和十六进制数，以及二进制数与其它进制数之间的相互转换和机器码。此外，还介绍晶体管、MOS管的开关特性及反相器，以此作为数字电路的基础。

§1-1　进位计数制及其转换

数制即计数的方法，是计数进位制的简称。下面介绍几种常用的数制。

一、十进制数

十进制数是用 0 ～ 9 十个基本数字符号表示数值，通常把这些数字符号称为数码。按照一定规律排列起来的数码，可以表示数值的大小。例如十进制数585，可以写成

$$585 = 5\times10^2 + 8\times10^1 + 5\times10^0$$

从上面十进制数的表达式中，不难发现十进制数有以下特点：

1）每一个位置（或称数位），只可能出现 0 ～ 9 十个数码中的一个。通常把所用数码的数目称为基数。十进制数的基数为10。

2）数码处于不同位置，有不同的位值（或称权）。上例中右起第一位为个位，其位值为 10^0，即权为10^0，右起第二位为十位，其权为 10^1，右起第三位为百位，其权为 10^2。可见各数位的权分别是10^0、10^1、10^2、10^3…。

3）十进制数的运算规律是“逢十进一”和“借一当十”。

任意一个 n 位十进制正整数 $(N)_{10}$，都可表示为权的展开式：

$$(N)_{10} = K_{n-1}\times10^{n-1} + K_{n-2}\times10^{n-2} + \cdots + K_1\times10^1 + K_0\times10^0 = \sum_{i=n-1}^{0} K_i 10^i \quad (1\text{-}1)$$

式中　n 为正整数；K_i为 0 ～ 9 十个数码中的一个，由N决定；$(N)_{10}$为下角标10表示N是十进制数。

二、二进制数

十进制数是日常使用最为普遍的数制，但并不是唯一的数制。数制的选择和使用有一定的客观条件，如果说过去人们用十个指头计数产生了十进制，那么今天用电子元件的导通和截止两个状态来表示十进制就比较困难了，因此出现了二进制。

二进制数只用 0 、1 两个数码来表示数值。因此，从十进制的分析不难看出：二进制数的基数是 2 ，其各位的权是基数 2 的幂，而且从低位向高位的权依次是 2^0、2^1、2^2、2^3…。

任意一个n位二进制正整数 $(N)_2$，其权的展开式为

$$(N)_2 = K_{n-1}\times2^{n-1} + K_{n-2}\times2^{n-2} + \cdots + K_1\times2^1 + K_0\times2^0 = \sum_{i=n-1}^{0} K_i 2^i \quad (1\text{-}2)$$

式中　K_i 只能取 0 或 1 ；$(N)_2$ 的下角标 2 表示N为二进制数。

为了熟悉二进制数的表示方法，现列出部分十进制数和二进制数以及其它常用进制数的对照，见表1-1。

表 1-1 常用计数制数的表示方法

十进制数	二进制数	八进制数	十六进制数
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
$16=2^4$	10000	20	10
$32=2^5$	100000	40	20
$64=2^6$	1000000	100	40
$128=2^7$	10000000	200	80
$256=2^8$	100000000	400	100

十进制数早已为人们所熟悉并广泛应用，但是在数字电路中却普遍采用二进制，这是由于二进制具有如下独特的优点：

1）二进制数只有 0 和 1 两个数码，任何具有两种不同稳定状态的元件都可用来表示一位二进制数，因此表示二进制数的方法较容易实现。例如继电器触头的闭合和断开；晶体管的导通和截止；电位的高和低；脉冲的有和无等。只要规定其中的一种状态为 1，另一种状态为 0，就可表示一位二进制数。

2）因为二进制数只有两个数码，两两相加为 $0+0=0$，$1+0=0+1=1$，$1+1=10$；两两相乘为$0\times0=0$，$1\times0=0\times1=0$，$1\times1=1$，一共六种情况。而十进制数有十个数码，两两相加和两两相乘共有110种情况，因而用数字电路实现二进制的运算比较容易。

3）若要表示0～99之间的任一个数，如用二进制表示，则为七位（$2^7-1=127$），只要七个电子计数元件就可实现。而在十进制中则要两位十进制数，每位需要四个电子计数元件，共需八个电子计数元件才能完成。一般为了表示同一个数，十进制所需的元件数要比二进制多20％。因此采用二进制可以节省元件。

4）采用二进制可以使用逻辑代数这一数学工具，大大方便了数字电路的分析和设计。

三、八进制与十六进制数

采用二进制数便于机器识别和运算，但从表1-1可以看到，两位十进制数$(64)_{10}$就用了七位二进制数$(1000000)_2$表示。如果数值再大，位数会更多。人们既难记忆，又不便于读

写。为此，在计算机的应用中，又经常使用八进制和十六进制数。

在八进制数中，基数为8，使用0、1、2、3、4、5、6、7八个数码。各数位的权是8的幂，即相邻高位的权是低位的八倍。采用“逢八进一”的运算规律。n 位八进制正整数 $(N)_8$，其权的展开式为

$$(N)_8=K_{n-1}\times 8^{n-1}+K_{n-2}\times 8^{n-2}+\cdots\cdots+K_1\times 8^1+K_0\times 8^0=\sum_{i=n-1}^{0}K_i8^i \qquad (1\text{-}3)$$

同理，在十六进制数中，基数为16。它有0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F十六个数码。各数位的权是16的幂，采用“逢十六进一”的运算规律。n 位十六进制正整数 $(N)_{16}$，其权的展开式为

$$(N)_{16}=K_{n-1}\times 16^{n-1}+K_{n-2}\times 16^{n-2}+\cdots\cdots+K_1\times 16^1+K_0\times 16^0=\sum_{i=n-1}^{0}K_i16^i \qquad (1\text{-}4)$$

表1-1列出了八进制数和十六进制数的等值二进制数和十进制数。

四、二进制数与其它进制数的转换

（一）二进制数与十进制数的相互转换

二进制数转换为十进制数的方法很简单，只要写出二进制数的权展开式，然后按“权”相加，就可得到等值的十进制数。

例1-1 将二进制数 $(11010)_2$ 转化为十进制数。

解： $(11010)_2=1\times 2^4+1\times 2^3+0\times 2^2+1\times 2^1+0\times 2^0$

$=(16)_{10}+(8)_{10}+(0)_{10}+(2)_{10}+(0)_{10}$

$=(26)_{10}$

注意：利用同样的方法可以求得其它进制与十进制数的转换。

例如： $(337)_8=3\times 8^2+3\times 8^1+7\times 8^0=(223)_{10}$

$(2AC)_{16}=2\times 16^2+10\times 16^1+12\times 16^0=(684)_{10}$

下面介绍一种将十进制整数转换为二进制数的方法——除 2 取余法。

为了便于理解转换规则，先举一个实例。

例1-2 将十进制数 $(41)_{10}$ 换算成二进制数。

解： 设 $(41)_{10}=(K_{n-1}K_{n-2}\cdots K_1K_0)_2$

由于任意一个二进制数都可以写成权的展开式，因此上式可写成

$$(41)_{10}=K_{n-1}\times 2^{n-1}+K_{n-2}\times 2^{n-2}+\cdots\cdots+K_1\times 2^1+K_0\times 2^0$$
$$=2(K_{n-1}\times 2^{n-2}+K_{n-2}\times 2^{n-3}+\cdots\cdots+K_1)+K_0$$

等式两边同除以 2 得：

$$20+\frac{1}{2}=K_{n-1}\times 2^{n-2}+K_{n-2}\times 2^{n-3}+\cdots\cdots+K_1+\frac{K_0}{2}$$

两数相等，整数部分和小数部分必对应相等，因此得：

$\frac{1}{2}=\frac{K_0}{2}$，$K_0=1$，它正好是 $\frac{41}{2}$ 的余数，这样，有

$$20=2(K_{n-1}\times 2^{n-3}+\cdots\cdots+K_2)+K_1$$

将上面整数的等式两端再除以 2，可得余数为0，即 $K_1=0$。依次类推可得 K_2、$K_3\cdots\cdots K_n$ 各

值。其步骤可记成：

$$
\begin{array}{l@{\quad}l}
 & \text{余数} \\
2\underline{|41} & \cdots\cdots K_0=1 \\
2\underline{|20} & \cdots\cdots K_1=0 \\
2\underline{|10} & \cdots\cdots K_2=0 \\
2\underline{|\ 5} & \cdots\cdots K_3=1 \\
2\underline{|\ 2} & \cdots\cdots K_4=0 \\
2\underline{|\ 1} & \cdots\cdots K_5=1 \\
\ \ 0 &
\end{array}
\Bigg\uparrow \text{读写顺序}
$$

转换结果$(41)_{10}=(101001)_2$

由此可知，将十进制数不断用“2”除，直至商为0，按从下往上的顺序写下余数，即为所求的二进制数。

（二）二进制数与八进制数的相互转换

1．二进制数到八进制数的转换

方法：只要按每三位二进制分组，再用一个等值八进制数表示即可。但要注意，分组时要以小数点为界，对整数部分自右向左分组，对小数部分则自左向右分组。

例1-3 $(1101111.10011)_2=(?)_8$

解：

$$
\begin{array}{ccccccc}
\underbrace{001} & \underbrace{101} & \underbrace{111} & . & \underbrace{100} & \underbrace{110} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\
1 & 5 & 7 & . & 4 & 6
\end{array}
$$

转换结果

$$(1101111.10011)_2=(157.46)_8$$

2．八进制数到二进制数的转换

方法：只要把每位八进制数用三位二进制数表示即可。

例1-4 $(63.52)_8=(?)_2$

解：

$$
\begin{array}{ccccc}
6 & 3 & . & 5 & 2 \\
\downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\
\overbrace{110} & \overbrace{011} & . & \overbrace{101} & \overbrace{010}
\end{array}
$$

转换结果

$$(63.52)_8=(110011.101010)_2$$

（三）二进制数与十六进制数的相互转换

二进制数到十六进制数的转换方法是将二进制数从小数点开始向左、向右按四位分组，再用十六进制数表示。

例1-5 $(11011011010.001)_2=(?)_{16}$

解：

$$
\begin{array}{ccccc}
\underbrace{0110} & \underbrace{1101} & \underbrace{1010} & . & \underbrace{0010} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\
6 & D & A & . & 2
\end{array}
$$

转换结果

$$(11011011010.001)_2=(6DA.2)_{16}$$

十六进制数到二进制数的转换方法为将每位十六进制数用四位二进制数表示。

例1-6 $(8FB.5)_{16}=(?\ )_2$

解：

$$\begin{array}{ccccc} 8 & F & B & . & 5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ \overbrace{1000} & \overbrace{1111} & \overbrace{1011} & . & \overbrace{0101} \end{array}$$

转换结果

$$(8FB.5)_{16}=(100011111011.0101)_2$$

§1-2 机　器　码

电子计算机普遍采用二进制。在机器中，数存放在由寄存单元组成的寄存器中。二进制的两个数码1和0是用寄存单元的两种稳定状态（如电位的高、低）来表示的。对于正号“+”或负号“-”，也只能用这两种不同状态来区别。因此，在机器中符号也就“数码化”了。并规定正数符号位用“0”表示，负数符号位用“1”表示，符号位放在一个数的最高位前面。符号位经数码化后的数称为机器码，因此机器码是由符号位和数值两部分组成的。机器码有三种常见的表示方法，即原码、反码和补码。

一、原码

数的原码，其符号位表示该数的符号，而数值部分仍用原来二进制数码表示。数X的原码记作$[X]_{\text{原}}$，如

$$X_1=+11001 \qquad [X_1]_{\text{原}}=[+11001]_{\text{原}}=0\ \ 11001$$

$$X_2=-11001 \qquad [X_1]_{\text{原}}=[-11001]_{\text{原}}=1\ \ 11001$$

二、反码

规定一个数如果是正数，其反码与原码相同。如果是负数，则除符号位仍为“1”外，将原码中的各位数码凡“1”换成“0”，凡“0”换成“1”即可。数X的反码记作$[X]_{\text{反}}$，如

$$X_1=+10011 \qquad [X_1]_{\text{原}}=0\ \ 10011 \qquad [X_1]_{\text{反}}=0\ \ 10011$$

$$X_2=-10011 \qquad [X_2]_{\text{原}}=1\ \ 10011 \qquad [X_2]_{\text{反}}=1\ \ 01100$$

显然$[[X]_{\text{反}}]_{\text{反}}=[X]_{\text{原}}$。因此，当已知一数的反码，欲求其原码时，只要将其反码再求反即可。

三、补码

机器码用原码表示简单易懂，而且与数值换算方便。但是由于原码的符号位和数值是分别定义的，它们之间没有数值上的联系。所以运算结果的符号需要单独处理。例如：当两原码数进行加法运算时，首先要判别两数的符号，如果两数符号相同，则作加法运算，其结果的符号是参加运算两数的符号；如果参加运算的两数为异号，则作减法运算，用绝对值大的数减去绝对值小的数，得到结果数，结果数的符号和两数中绝对值大的数的符号相同。减法运算电路比较复杂，而且运算速度也要降低。为了简化运算，人们研究了将符号和数值连在一起进行运算的方法，即将符号也看做一个数来进行运算，而不必单独处理。而且希望把减法运算变成加法运算，因而提出了补码。

（一）补码的概念

把减法化为加法来进行运算的例子，在日常生活中是经常遇到的。例如校对时间，若标

准时间是6点整，而时钟却指在8点整，快了2h。为了将时间校准，很明显有两种校准方法。一是将表针倒拨2h，这显然是一种减法运算，即

$$8-2=6$$

另一种办法是将表针正拨10h，也同样可校准到6点，这种办法是加法运算，即

$$8+10=18=12+6\underset{}{\overset{\text{在钟面上}}{=\!=}}6$$

在钟面上仍是6点整。这里减"2"化为加"10"是有一定条件的，因为在钟面上正拨12h，时钟的指针又回到原处，即对时钟来说加12等于不加。用数学式子表示，即有

$$X+12\overset{\text{在钟面上}}{=\!=}X$$

于是 $X+Y\overset{\text{在钟面上}}{=\!=}X+Y+12=X+(12+Y)=X+[Y]_{补}$

我们称$(12+Y)$是$[Y]$对12的补码，记作$[Y]_{补}$，12称为模数。上式中Y是包含符号的数，若Y为负数，则实为减法运算。在只有有限个数的条件下，引进补码以后，可使减法运算化为加法运算。在二进制中，可利用存放二进制数的寄存器的位数是有限的，运算时可丢失最高位以上数码的特点，引进二进制负数的补码，从而可将减法运算化为加法运算。

例1-7 设$X=+10011$即$(19)_{10}$、$Y=-00101$即$(-5)_{10}$

求 $X+Y$（设寄存器为六位，即在运算中第六位以上数码都会自动丢失）。

解1：直接采用减法运算。因X、Y异号，且$X>Y$，故实际上是将数值部分作减法运算，其结果与X符号相同，为正，即

$$X+Y=10011-00101=01110$$

结果为$+01110$即$(14)_{10}$

解2：引进补码将减法变换为加法。如果将$X+Y$加上1000000，这对于六位寄存器来说等于不加。即

$$X+Y\overset{\text{在六位寄存器中}}{=\!=}X+Y+1000000=X+(1000000+Y)$$

因此，可将实际的减法运算变成$X+(1000000+Y)$的加法运算。$(1000000+Y)$称为$[Y]$的补码，记作$[Y]_{补}$。$(1000000)_2=(2^6)_{10}$为六位寄存器的模数。

$$[Y]_{补}=\text{模数}+Y \tag{1-5}$$

上例的减法，可变为先求在六位寄存器时的$[Y]_{补}$，再求$X+[Y]_{补}$。

$$[Y]_{补}=[-00101]_{补}=1000000+(-00101)$$

$$\begin{array}{rl} 1000000 & \cdots\cdots\text{模} \\ -)\quad 00101 & \cdots\cdots Y \\ \hline 111011 & \cdots\cdots[Y]_{补} \end{array}$$

从上述负数求补过程看出，$[-00101]_{补}=1\ 11011$，它的符号位为"1"表示是负数的补码，而且它是求补运算的结果。所以有

$$X+[Y]_{补}=0\ 10011+1\ 11011=0\ 01110\text{即}(14)_{10}$$

$$\begin{array}{rl} 0\ 10011 & \cdots\cdots X \\ +)\ 1\ 11011 & \cdots\cdots[Y]_{补} \\ \hline \boxed{1}\ 0\ 01110 & \cdots\cdots[14]_{10} \end{array}$$

丢失

其结果与直接用减法运算结果相同。因此，引进补码后，运算结果的符号不用单独处理。符号位和数值一样同时参加运算，而且可将减法运算变成加法运算。这种变减为加的运

算，只在寄存器具有有限位的条件下才成立。上例寄存器为六位，故2^6和零等效，其模数为2^6。若寄存器为n位，则2^n和零等效，其模数为2^n。

（二）补码的求法

直接按照补码的定义用式（1-5）求$[Y]_补$时，需作（2^n+Y）运算，若Y为负数，实际上仍要作减法运算。

如上例中

$$[Y]_补=[-00101]_补=1000000-00101=1\ 11011$$

为了避免作减法运算，将负数的求补公式（1-5）改写为

$$[Y]_补=1000000+Y=111111+1+Y=(111111+Y)+1$$

将$Y=-00101$代入得

$$[Y]_补=(111111-00101)+1$$

而

$$\begin{array}{r} 111111 \\ -)\ \ 00101 \\ \hline 111010 \end{array}$$

从（$111111+Y$）的运算结果看，若Y为负数，其结果正好是Y的反码，即$(111111+Y)=[Y]_反$。故负数的求补运算为

$$[Y]_补=[Y]_反+1 \tag{1-6}$$

如上例

$$Y=-00101$$

$$[Y]_反=1\ 11010$$

$$[Y]_补=[Y]_反+1=1\ 11010+000001=1\ 11011$$

这与直接按照补码定义求得结果相同。因此，可将负数求补$[Y]_补$用“求反加一”的办法，即先求“反”，然后在反码的最低位加1即可。而在机器中实现一个数的反码和加1运算都是很方便的。若Y是正数，从补码的定义用式（1-5）计算，显然正数的补码与原码相同。

例1-8 设$Y_1=+11001$，寄存器为六位，求$[Y_1]_原$、$[Y_1]_反$、$[Y_1]_补$。

解：因Y_1为正数，则$[Y_1]_原=[Y_1]_反=[Y_1]_补=0\ 11001$

例1-9 设$Y_2=-10110$，寄存器为六位，求$[Y_2]_原$、$[Y_2]_反$、$[Y_2]_补$

解：$[Y_2]_原=1\ 10110$

$[Y_2]_反=1\ 01001$

$[Y_2]_补=[Y_2]_反+1=1\ 01010$

若已知负数的补码，则对补码求补可得原码。如例1-9中得到$[Y_2]_补=1\ 01010$，则$[[Y_2]_补]_补=[1\ 01010]_补=1\ 10110$，与$[Y_2]_原$相同。

（三）补码的加、减运算

若数码均以补码形式表示，称为补码系统。在补码系统中，其加、减运算的结果也应是补码形式表示的数，并遵循两数之和的补码等于两数补码的和这一运算规则，即下列等式成立：

$$[X+Y]_补=[X]_补+[Y]_补 \tag{1-7}$$

* 现分三种情况证明如下（设寄存器为六位）：

第一种情况：$X\geqslant0$　$Y\geqslant0$

证明：$\because X\geqslant0$　$Y\geqslant0$　则$[X+Y]\geqslant0$