DENGLIZITI WULI CHANGSHU HE GONGSHI SHOUCE

等离子体物理常数和公式手册

［美］D·L·布克

原子能出版社

等离子体物理常数和公式手册

D. L. 布克 编

荣福瑞 译
闻一之

原 子 能 出 版 社

NRL PLASMA FORMULARY
D. L. Book
Revised 1980
等离子体物理常数和公式手册
荣福瑞　闻一之　译
原子能出版社出版
（北京 2108 信箱）
北京印刷一厂印刷
（北京市西便门）
新华书店北京发行所发行·新华书店经售
☆
开本 787×1092 1/64·印张 1 13/16·字数 40 千字
1984年1月第一版·1984年1月第一次印刷
印数 1—5,600·统一书号：15175·531
定价：0.30元

内容简介

本手册内容包括与等离子体有关的常用的数学与物理常数和公式；物理量单位、单位制与量纲的变换；电磁波动、流体力学、激波、等离子体的基本参数与量级；等离子体色散函数、碰撞与输运以及太阳物理、受控热核反应、原子物理与辐射等等，内容广泛而适用，在各有关物理实验室深受欢迎。

本手册是 1980 年修订本。

本手册可供从事与上述各专业内容有关的科研工作者、工程技术人员、研究生和高等院校师生使用。

目　　录

数值和代数

P_2相对于P_1的增益(单位：分贝)

$$G=10\log_{10}(P_2/P_1)$$

在百分之二的精度内，

$$(2\pi)^{1/2}\approx2.5;\quad \pi^2\approx10;$$

$$e^3\approx20;\quad 2^{10}\approx10^3.$$

欧勒-马什隆尼(Euler-Mascheroni)常数[10]

$$\gamma=0.57722$$

γ函数$\Gamma(x+1)=x\Gamma(x)$

$\Gamma(1/6)=5.5663,\ \Gamma(3/5)=1.4892,$

$\Gamma(1/5)=4.5908,\ \Gamma(2/3)=1.3541,$

$\Gamma(1/4)=3.6256,\ \Gamma(3/4)=1.2254,$

$\Gamma(1/3)=2.6789,\ \Gamma(4/5)=1.1642,$

$\Gamma(2/5)=2.2182,\ \Gamma(5/6)=1.1288,$

$\Gamma(1/2)=1.7725=\pi^{1/2},\ \Gamma(1)=1.0.$

二项式定理(适合于$|x|<1$或$\alpha=$正整数)，

$$(1+x)^\alpha=\sum_{k=0}^{\infty}\binom{\alpha}{k}x^k\equiv1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+$$

$$+\frac{a(a-1)(a-2)}{3!}x^3+\cdots\cdots.$$

罗瑟-哈根(Rothe-Hagen)恒等式[2](除奇点外，适合于所有的复数 x,y,z)

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{x}{x+kz}\binom{x+kz}{k}\frac{y}{y+(n-k)z}\binom{y+(n-k)z}{n-k}$$

$$=\frac{x+y}{x+y+nz}\binom{x+y+nz}{n}.$$

矢量恒等式[3]

说明：下面式中 f, g 等是标量；$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 等是矢量；T 是张量。

(1) $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C}=\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A}$

$=\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{A}=\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}.$

(2) $\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})=(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{A}$

$=(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})\boldsymbol{B}-(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{C}.$

(3) $\boldsymbol{A}\times(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C})+\boldsymbol{B}\times(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A})+\boldsymbol{C}\times$

$\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=0.$

(4) $(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})\cdot(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{D})=(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C})(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{D})-$

$-(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{D})(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C}).$

(5) $(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})\times(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{D})=(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{D})\boldsymbol{C}-$

$-(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C})\boldsymbol{D}.$

(6) $\nabla(fg)=\nabla(gf)=f\nabla g+g\nabla f.$

(7) $\nabla\cdot(f\boldsymbol{A})=f\nabla\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}\cdot\nabla f.$

(8) $\nabla\times(f\boldsymbol{A})=f\nabla\times\boldsymbol{A}+\nabla f\times\boldsymbol{A}.$

(9) $\nabla\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=\boldsymbol{B}\cdot\nabla\times\boldsymbol{A}-\boldsymbol{A}\cdot\nabla\times\boldsymbol{B}.$

(10) $\nabla\times(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}(\nabla\cdot\boldsymbol{B})-\boldsymbol{B}(\nabla\cdot\boldsymbol{A})+$

$+(\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\boldsymbol{A}-(\boldsymbol{A}\cdot\nabla)\boldsymbol{B}.$

(11) $\boldsymbol{A}\times(\nabla\times\boldsymbol{B})=(\nabla\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{A}-\boldsymbol{A}\cdot\nabla\boldsymbol{B}.$

(12) $\nabla(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}\times(\nabla\times\boldsymbol{B})+\boldsymbol{B}\times$

$\times(\nabla\times\boldsymbol{A})+(\boldsymbol{A}\cdot\nabla)\boldsymbol{B}+(\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\boldsymbol{A}.$

(13) $\Delta^2 f=\nabla\cdot\nabla f.$

(14) $\nabla^2\boldsymbol{A}=\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{A})-\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A}.$

(15) $\nabla\times\nabla f=0.$

(16) $\nabla\cdot\nabla\times\boldsymbol{A}=0.$

若$\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{e}_3$是正交单位矢量，则二阶张量$\mathbf{T}$可以写成并矢形式，即

(17) $\mathbf{T}=\sum_{i,j}T_{ij}\boldsymbol{e}_i\boldsymbol{e}_j.$

在直角坐标系中，张量的散度是一个具有分量的矢量，其分量为

(18) $(\nabla\cdot\mathbf{T})_i=\sum_j(\partial T_{ji}/\partial x_j)$

[为了与(28)式一致需要这样的定义]。一般情况下

(19) $\nabla\cdot(\boldsymbol{AB})=(\nabla\cdot\boldsymbol{A})\boldsymbol{B}+(\boldsymbol{A}\cdot\nabla)\boldsymbol{B}$,

(20) $\nabla\cdot(f\mathbf{T})=\nabla f\cdot\mathbf{T}+f\nabla\cdot\mathbf{T}$.

设 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{i}x+\boldsymbol{j}y+\boldsymbol{k}z$ 是从原点到定点(x, y, z)长度为 r 的矢径，则

(21) $\nabla\cdot\boldsymbol{r}=3$,

(22) $\nabla\times\boldsymbol{r}=0$,

(23) $\nabla r=\boldsymbol{r}/r$,

(24) $\nabla(1/r)=-\boldsymbol{r}/r^3$,

(25) $\nabla\cdot(\boldsymbol{r}/r^3)=4\pi\delta(\boldsymbol{r})$.

如果 V 是由曲面 S 所围的体积，且$\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\boldsymbol{n}\mathrm{d}S$，其中 $\boldsymbol{n}$ 是由 V 内指向外的单位法向量，那么有

(26) $\int_V\nabla f\,\mathrm{d}V=\int_S f\mathrm{d}\boldsymbol{S}$,

(27) $\int_V\nabla\cdot\boldsymbol{A}\,\mathrm{d}V=\int_S\boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$,

(28) $\int_V\nabla\cdot\mathbf{T}\,\mathrm{d}V=\int_S\mathbf{T}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$,

(29) $\int_V \nabla\times\boldsymbol{A}\,\mathrm{d}V=\int_S \mathrm{d}\boldsymbol{S}\times\boldsymbol{A}$,

(30) $\int_V (f\nabla^2 g-g\nabla^2 f)\mathrm{d}V=\int_S (f\nabla g-$

$-g\nabla f)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$,

(31) $\int_V (\boldsymbol{A}\cdot\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{B}-\boldsymbol{B}\cdot\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A})\mathrm{d}V$

$=\int_S (\boldsymbol{B}\times\nabla\times\boldsymbol{A}-\boldsymbol{A}\times\nabla\times\boldsymbol{B})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$.

如果S是以周线C为边界的非封闭曲面，且$\mathrm{d}\boldsymbol{l}$为C的线元，那么有

(32) $\int_S \mathrm{d}\boldsymbol{S}\times\nabla f=\oint_C f\mathrm{d}\boldsymbol{l}$,

(33) $\int_S \nabla\times\boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\oint_C \boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$,

(34) $\int_S (\mathrm{d}\boldsymbol{S}\times\nabla)\times\boldsymbol{A}=\oint_C \mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{A}$,

(35) $\int_S (\nabla f\times\nabla g)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\oint_C f\mathrm{d}g$

$=-\oint_C g\mathrm{d}f$.

矢量微分算符[4]

柱坐标

散度 $\nabla\cdot\boldsymbol{A}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$.

梯度 $(\nabla f)_r=\frac{\partial f}{\partial r}$,

$(\nabla f)_\phi=\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\phi}$,

$(\nabla f)_z=\frac{\partial f}{\partial z}$.

旋度 $(\nabla\times\boldsymbol{A})_r=\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial\phi}-\frac{\partial A_\phi}{\partial z}$,

$(\nabla\times\boldsymbol{A})_\phi=\frac{\partial A_r}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial r}$,

$(\nabla\times\boldsymbol{A})_z=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)-\frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial\phi}$.

拉普拉斯算符 $\nabla^2 f=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$.

矢量的拉普拉斯算符

$$(\nabla^2\boldsymbol{A})_r=\nabla^2 A_r-\frac{2}{r^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}-\frac{A_r}{r^2},$$

$$(\nabla^2\boldsymbol{A})_\phi=\nabla^2 A_\phi+\frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\phi}-\frac{A_\phi}{r^2},$$

$$(\nabla^2\boldsymbol{A})_z=\nabla^2 A_z.$$

$(\boldsymbol{A}\cdot\nabla)\boldsymbol{B}$ 的分量

$$(\boldsymbol{A}\cdot\nabla\boldsymbol{B})_r=A_r\frac{\partial B_r}{\partial r}+\frac{A_\phi}{r}\frac{\partial B_r}{\partial\phi}+A_z\frac{\partial B_r}{\partial z}-\frac{A_\phi B_\phi}{r},$$

$$(\boldsymbol{A}\cdot\nabla\boldsymbol{B})_\phi=A_r\frac{\partial B_\phi}{\partial r}+\frac{A_\phi}{r}\frac{\partial B_\phi}{\partial\phi}+A_z\frac{\partial B_\phi}{\partial z}+\frac{A_\phi B_r}{r},$$

$$(\boldsymbol{A}\cdot\nabla\boldsymbol{B})_z=A_r\frac{\partial B_z}{\partial r}+\frac{A_\phi}{r}\frac{\partial B_z}{\partial\phi}+A_z\frac{\partial B_z}{\partial z}.$$

张量的散度

$$(\nabla\cdot\mathbf{T})_r=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rT_{rr})+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\phi}(T_{\phi r})+\frac{\partial T_{zr}}{\partial z}-\frac{1}{r}T_{\phi\phi},$$

$$(\nabla\cdot\mathbf{T})_\phi=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rT_{r\phi})+\frac{1}{r}\frac{\partial T_{\phi\phi}}{\partial\phi}+\frac{\partial T_{z\phi}}{\partial z}+\frac{1}{r}T_{\phi r},$$

$$(\nabla\cdot\mathbf{T})_z=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rT_{rz})+\frac{1}{r}\frac{\partial T_{\phi z}}{\partial\phi}+\frac{\partial T_{zz}}{\partial z}.$$

球坐标

散度 $$\nabla\cdot\boldsymbol{A}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi}。$$

梯度 $$(\nabla f)_r=\frac{\partial f}{\partial r};\quad(\nabla f)_\theta=\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\theta};$$

$$(\nabla f)_\phi=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial\phi}.$$

旋度 $(\nabla\times\mathbf{A})_r=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\phi\sin\theta)-$

$$\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi},$$

$$(\nabla\times\mathbf{A})_\theta=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi}-\frac{1}{r}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi),$$

$$(\nabla\times\mathbf{A})_\phi=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta)-\frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial\theta}.$$

拉普拉斯算符

$$\nabla^2 f=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right)+$$

$$\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}.$$

矢量的拉普拉斯算符

$$(\nabla^2\mathbf{A})_r=\nabla^2 A_r-\frac{2A_r}{r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta}-$$

$$\frac{2A_\theta\cot\theta}{r^2}-\frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi},$$

$$(\nabla^2\mathbf{A})_\theta=\nabla^2 A_\theta+\frac{2}{r^2}\frac{2A_r}{\partial\theta}-\frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta}-$$

$$-\frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi},$$

$$(\nabla^2 A)_\phi=\nabla^2 A_\phi-\frac{A_\phi}{r^2\sin^2\theta}+\frac{2}{r^2\sin^2\theta}$$

$$\frac{\partial A_r}{\partial\phi}+\frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}.$$

$(\boldsymbol{A}\cdot\nabla)\boldsymbol{B}$ 的分量

$$(\boldsymbol{A}\cdot\nabla\boldsymbol{B})_r=A_r\frac{\partial B_r}{\partial r}+\frac{A_\theta}{r}\frac{\partial B_r}{\partial\theta}+\frac{A_\phi}{r\sin\theta}$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial\phi}-\frac{A_\theta B_\theta+A_\phi B_\phi}{r},$$

$$(\boldsymbol{A}\cdot\nabla\boldsymbol{B})_\theta=A_r\frac{\partial B_\theta}{\partial r}+\frac{A_\theta}{r}\frac{\partial B_\theta}{\partial\theta}+\frac{A_\phi}{r\sin\theta}$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial\phi}+\frac{A_\theta B_r}{r}-\frac{A_\phi B_\phi\cot\theta}{r},$$

$$(\boldsymbol{A}\cdot\nabla\boldsymbol{B})_\phi=A_r\frac{\partial B_\phi}{\partial r}+\frac{A_\theta}{r}\frac{\partial B_\phi}{\partial\theta}+\frac{A_\phi}{r\sin\theta}$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial\phi}+\frac{A_\phi B_r}{r}+\frac{A_\phi B_\theta\cot\theta}{r}.$$

张量的散度

$$(\nabla\cdot\mathbf{T})_r=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2T_{rr})+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}$$

$$(T_{\theta r}\sin\theta)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial T_{\phi r}}{\partial\phi}-\frac{T_{\theta\theta}+T_{\phi\phi}}{r},$$

$$(\nabla\cdot\mathbf{T})_{\theta}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2T_{r\theta})+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}$$

$$(T_{\theta\theta}\sin\theta)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial T_{\phi\theta}}{\partial\phi}+\frac{T_{\theta r}}{r}-$$

$$\frac{\cot\theta}{r}T_{\phi\phi},$$

$$(\nabla\cdot\mathbf{T})_{\phi}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2T_{r\phi})+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}$$

$$(T_{\theta\phi}\sin\theta)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial T_{\phi\phi}}{\partial\phi}+\frac{T_{\phi r}}{r}+$$

$$\frac{\cot\theta}{r}T_{\phi\theta}.$$

量纲和单位

为了得到高斯单位制的量值，需要把*mks*单位制的量值乘上一个转换因子。在转换因子中的倍数3来源于光速的近似值，即$c=2.9979\times10^{10}$厘米/秒$\approx3\times10^{10}$厘米/秒。