数学史选讲

张奠宙 主编

严扶平 许承厚 黄建弘 郁克敏 毛宏德 张奠宙 编

上海科学技术出版社

数学史选讲

张奠宙 主编

严扶平 许承厚 黄建弘
郁克敏 毛宏德 张奠宙 著

上海科学技术出版社

数学史选讲

张奠宙主编

严扶平　许承厚　黄建弘
郁克敏　毛宏德　张奠宙　编

上海科学技术出版社出版、发行

（上海瑞金二路 450 号）

新华书店上海发行所经销　常熟市第六印刷厂印刷

开本 787×1092　1/32　印张 10.25　字数 225,000

1997 年 7 月第 1 版　1998 年 2 月第 2 次印刷

印数：5,001—10,000

ISBN7-5323-4459-2/G・964

定价：13.70 元

69

前　言

教师都有这样的经验:学生如果能知道知识的来龙去脉，那么就能较好地掌握知识。数学知识的产生与发展必有其前因后果。作为数学教师不仅要透彻地了解他们所教的那一部分数学，而且还要从宏观上来认识数学知识的发生与发展。这就是知其所以然，从而得能教其所以然。

现在，我国中学、小学学生学习的数学知识的大部分内容都可追溯到公元前三世纪埃及亚历山大城的学者欧几里德所著述的《几何原本》(Elements)。《几何原本》的公理化体系、形式逻辑的论证方法以及丰富的数学知识内容，都要归因于古希腊学者柏拉图、亚里士多德、毕达哥拉斯等的工作。另一方面，《几何原本》中有一条第五公设，由于学者们企图证明这条公设而历经 15 个世纪未获成功，最终导致了非欧几何学的产生。通过如此前因后果的探讨，人们才能理解中小学数学知识内容的思想体系。

我国古代数学有辉煌成就。《九章算术》(成书于公元一世纪前后)是一部对我国数学的发展有很大影响的著作。它是用问题集的形式编写的，全书一共收有 246 个问题。在举出了一个或几个问题之后，列出求解的一般方法。这种问题集的形式对后来中国古代数学著述的影响很大。我国古代的数学著作始终采用着这种形式，后世的数学家往往是由为《九章算术》作注的途径来进行自己的研究工作的。这一独立产生的数学体系，我们必须加以继承，并结合现代的需要而加以发展。

在西方世界，希腊的几何学中有三个著名的问题·这就是倍立方体问题（即求作一立方体的边，使该立方体的体积为给定立方体的两倍）、三等分角问题（即分一个任意给定的角为三个相等的部分）和化圆为方问题（即作一个正方形，使其与一给定的圆面积相等）。这三个问题都是不能按尺规作图的要求来求解的，可是由于对这三个问题的深入探究，引出了许多新的数学发现，例如，高等几何、代数上的群论、超越数理论等都起源于这三个问题的研究。

1900 年 8 月 6 日，近代杰出的德国数学家 D. 希尔伯特在国际数学家代表会议上向到会者，也向国际数学界提出了 23 个问题。在这整整一个世纪中，数学家们为这些问题作出了不懈的探究，虽然至今大约解决了其中的一半，但这 23 个问题已经成为推动数学向前发展的杠杆。

数学发展的历史证明，引人入胜的问题对数学的发展与创造所起的不可估量的作用。因此，我们对于数学史的学习和研究应当着重于问题的研究，要了解问题的意义与背景，要研究解决问题的条件与思想方法，这正是我们要从数学的发展历史中汲取的最宝贵的东西。

我们从事数学教学工作必须明瞭数学的教育价值。数学的教育价值一方面是由数学的作用与社会的需要决定的，另一方面是由数学的本质与特点来体现的。有一位学者曾收集了九百余条关于数学本质的言论，著成《数学家谈数学本质》一书（J. N. Kapur 著，王庆人译，北京大学出版社 1989 年出版）。书中的各家众说纷纭，观点各不相同，但数学家们都认为对数学史的了解，包括对一些杰出的数学家的生平与事迹的了解会有助于吸收各种不同的数学经验，理解各种不同的数学思想观点，探求数学的本质。本世纪上半叶的美籍德国数学

家柯朗(R. Courant,1888～1972)有一本名著《数学是什么?》(What is Mathematics?)。他在这书的开头就对“数学是什么?”作出了回答:“数学,作为人类思维的表达形式,反映了人们积极进取的意志、慎密周详的推理以及对完美境界的追求。它的基本要素是逻辑和直觉、分析和构造、一般性和个别性,虽然不同的传统可以强调不同的侧面,然而正是这些互相对立的力量的相互作用以及它们综合起来的努力才构成了数学科学的生命、用途和它的崇高价值。”这一段精辟的论述从数学发展的历史高度指出不同的传统可以强调不同的侧面,而正是各个历史侧面综合的结果才构成了数学科学的生命和价值。

总之,数学史对于数学教师而言不仅是教学工作中必须的知识,而且也是形成数学思想观念和科学探索信念的精神源泉。我们冀望本书能起到这样的作用:使人们更多地了解数学和数学家,更加喜欢数学;不仅策励自己学习数学,还乐于鼓励别人学习数学。

编　者

1996 年 4 月

目　录

第一章　数学的起源和早期发展

第二章　中世纪的数学(529～1600)

第三章　近代数学

第四章　现代数学

第五章　现代中国数学

第一章　数学的起源和早期发展

数学与其他科学分支一样，是在一定的社会条件下，通过人类的社会实践和生产活动发展起来的一种智力积累。其主要内容反映了现实世界的数量关系和空间形式，以及它们之间的关系和结构。这可以从数学的起源得到印证。

古代非洲的尼罗河、西亚的底格里斯河和幼发拉底河、中南亚的印度河和恒河以及东亚的黄河和长江，是数学的发源地。这些地区的先民由于从事农业生产的需要，从控制洪水和灌溉，测量田地的面积、计算仓库的容积、推算适合农业生产的历法以及相关的财富计算、产品交换等等长期实践活动中积累了丰富的经验，并逐渐形成了相应的技术知识和有关的数学知识。

第一节　古埃及、古巴比伦的数学

一、古埃及的数学

古代埃及人凭借尼罗河沿河两岸的沃土，用他们的智慧独立地创造出了灿烂的古代文化。远在公元前 4000 年以前的古埃及的文明，已经有了象形文字，大约于公元前 3000 年左右，埃及成为统一的奴隶制国家。根据现在保存在英国牛津 Ashmolean 博物馆的古埃及第一王朝时期(约公元前 3400 年以前)一个王室的权标上象形文字的记载，当时一次胜仗曾俘获过 120000 名俘虏，400000 头牛，1422000 头羊。这表明当时

埃及人已能用象形文字表示大的数目。

1. 古埃及人的记数法

古埃及人是用以 10 为基的象形数字记数的。

1　10　100　1000　10000　100000

1000000　10000000

介于其间的各数由这些符号的组合来表示，书写方式是从右往左。所以  表示为 32。

尽管埃及是最早采用 10 进数制的国家之一，由于没有采用位置记数的方法，这样就给记数带来了麻烦（详见第三节）。

古埃及人用纸草作为书写材料，纸草是尼罗河三角洲沼泽地盛产的一种水生植物，把这种草的茎依纵向剖成小薄片，然后压平晒干使之成为纸卷，可用于书写。由于埃及地区气候干燥，因此有些纸草能幸运地保存至今。其中有两卷纸草记录了古埃及数学资料。它们都产生于公元前 1700 年左右。一卷称为莫斯科纸草（图 1-1），其中含有 25 个数学问题，由俄国人戈兰尼采夫（Голенищев）于 1893 年在埃及发现，现存于莫斯科美术博物馆。另一卷称为兰德纸草（图 1-2）由英国人兰德（A. Henry. Rhind）于 1858 年在埃及购买的，后收藏于英国博物馆。因纸草是由埃及人阿默士（Ahmes）从公元前 3000 年的文献中抄写下来，记录着 85 个数学问题的抄本，所以又称

为阿默士纸草。这两卷纸草是现在我们研究古埃及数学的主要来源。

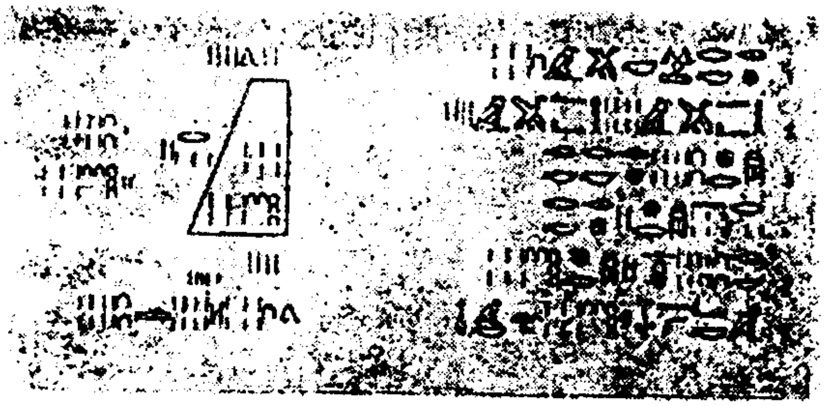

图 1-1　莫斯科纸草上的两列象形文字

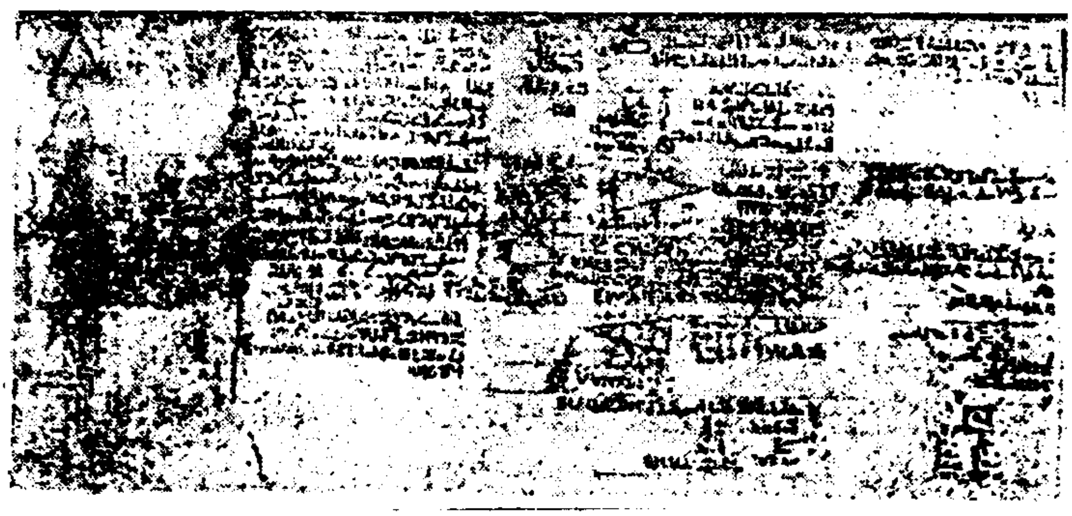

图 1-2　兰德纸草(第 10,11,13,14,15 页)

2. 古埃及人的算术知识

在莫斯科和兰德纸草中记载的 110 个数学问题多半来源于实际计算。由于任何一个自然数都可以由 2 的各次幂的和组成。因此我们可以发现古埃及人的计算技术具有迭加的特

征。

通常进行加减法运算时，他们用添上或拆掉一些数字记号求得结果，而进行乘法或除法运算时，则需要利用连续加倍的运算来完成。

例如，计算：27×31。

因为 $27=2^0+2^1+2^3+2^4=1+2+8+16$，

于是只要把 31 的这些倍数加起来，即可求得 27×31 的积。其作法如下：

*1	31
*2	62
4	124
*8	248
*16	+496
	837

把那些带有 * 号的 31 的倍数加起来，即得积 837。

又如计算：745÷26。

只要连续地把除数 26 加倍，直到再加倍就超过被除数 745 为止。其程序如下：

1	26
2	52
*4	104
*8	208
*+16	416
28	

$$\because\ 745=416+329$$
$$=416+208+121$$

$=416+208+104+17$。

从上述带有（*）号的各项，便可得出，其商为 $16+8+4=28$，其余数为 17。

古埃及算术最可注意的方面是分数的记法和计算。

古埃及人通常用单位分数（指分子为 1 的分数）的和来表示分数。记法独特，如 表示$\frac{1}{5}$， 表示$\frac{1}{10}$，特殊分数$\frac{2}{3}$，表示为 。

兰德纸草里有个数表，它把分子为 2 而分母为 5 到 100 的奇数的这类分数，表达成为单位分数的和

用现代的记号，其首末几行可表示为：

$$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$$

$$\frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$$

……

$$\frac{2}{97}=\frac{1}{56}+\frac{1}{679}+\frac{1}{776}$$

$$\frac{2}{99}=\frac{1}{66}+\frac{1}{198}$$

这样古埃及人就可以利用这张表进行分数运算了。

例如要用 5 除以 21。运算程序可以如下地进行：

$$\begin{aligned}\frac{5}{21}&=\frac{1}{21}+\frac{2}{21}+\frac{2}{21}=\frac{1}{21}+\frac{1}{14}+\frac{1}{42}+\frac{1}{14}+\frac{1}{42}\\&=\frac{1}{21}+\frac{2}{14}+\frac{2}{42}=\frac{1}{21}+\frac{1}{7}+\frac{1}{21}\\&=\frac{1}{7}+\frac{2}{21}=\frac{1}{7}+\frac{1}{14}+\frac{1}{42}。\end{aligned}$$

由于整数与分数的运算都较为繁复，古埃及算术难以发展到更高的水平。

3. 古埃及的代数

在兰德纸草上有一个方程问题："有一堆(古埃及人把未知数称为'堆'，它本来的意思是指数量是未知数的谷物的堆)它的$\frac{2}{3}$加它的$\frac{1}{2}$，加它的$\frac{1}{7}$，再加全部共为33"，用现在的计算形式写出来就是：

$$x+\frac{2}{3}x+\frac{x}{2}+\frac{x}{7}=33。$$

纸草作者用算术方法正确地解决了这个问题：$x=14\frac{28}{97}$，但是分数部分写成

$$\frac{28}{97}=\frac{1}{4}+\frac{1}{97}+\frac{1}{56}+\frac{1}{679}+\frac{1}{776}+\frac{1}{194}+\frac{1}{388}。$$

在莫斯科纸草上有一个面积问题："把一个面积为100的正方形分为两个小正方形，使其中一个的边长是另一个的四分之三"，写成现在的形式为

$$x^2+y^2=100,\quad x:y=1:\frac{3}{4}。$$

纸草作者是这样解的：作一个边长为1的正方形，取它的$\frac{3}{4}$为另一正方形的边，两个正方形的总面积为$1\frac{9}{16}$，求出$1\frac{9}{16}$的平方根为$\frac{5}{4}$。求出100的平方根为10，用10除以$\frac{5}{4}$，得到8，这就是其中一个正方形的边长。然后再将它乘以$\frac{3}{4}$，即得另一正方形的边长为6。但是在整个解的过程中并没有说明为什么要这样做。

在兰德纸草中还出现了有关算术级数的问题："5个人分100个面包，要求每个人所得的份数构成一个算术级数"。纸

草作者先令公差为最小项的 $5\frac{1}{2}$ 倍，设最小项为 1，于是得到级数：1，$6\frac{1}{2}$，12，$17\frac{1}{2}$，23；但是这五项的和是 60。为了满足题设条件，他把各项都分别乘以 $\frac{5}{3}$，最后得到这个级数应该为 $1\frac{2}{3}$，$10\frac{5}{6}$，20，$29\frac{1}{6}$，$38\frac{1}{3}$。

由上所述，古埃及人虽然能解决相当于今天解方程的问题，但实质上用的是纯粹算术的方法，还没有出现代数语言。并不存在解方程的概念。

4. 古埃及的几何

古代埃及人留下了许多气势宏伟的建筑，其中最突出的是约公元前 2900 年兴建于下埃及的法老胡夫的金字塔，高达 146.5 米，塔基每边平均宽 230 米，任何一边与此数值相差不超过 0.11 米，正方程度与水平程度的平均误差不超过万分之一。与金字塔媲美的另一建筑群是上埃及的阿蒙神庙。其中卡尔纳克的神庙主殿总面积达 5000 平方米，有 134 根圆柱，中间最高的 12 根高达 21 米。这些宏伟建筑的落成，离不开几何学知识。

另一方面，几何学也起源于古埃及的农业。在兰德纸草中有 19 个关于土地面积和谷仓容积的计算问题。表明当时的埃及人已经会正确计算矩形、三角形和梯形的面积，并能对其他一些几何图形采用近似计算法，例如在求任意四边形的面积时，出现过近似公式：

$\frac{(a+b)}{2}\cdot\frac{(c+d)}{2}$（其中 a、b 和 c、d 分别是四边形的两组对边）。

古埃及人很可能已经知道了后来称为毕达哥拉斯定理的

个别特殊情况。例如，埃及人可能已知：把 12 个单位长的绳子用结分成长为 3、4、5 个单位的三段，可以用来构造直角，但是这种推测尚未被学者所公认。

在兰德纸草上有一个求圆形土地面积的例子。他们把圆面积表示为$(\frac{8}{9}d)^2$(其中 d 为圆的直径)根据这个结果，可知当时埃及人所用的圆周率约为 3.1605……，与 π 值的误差仅约为 0.6%。

对立方体、柱体等体积的计算，他们给出一些计算的法则，其中有比较准确的也有较为粗略的。值得注意的是，在莫斯科纸草中有一个正四棱台的体积的具体计算方法上、下底面和中截面的面积之和乘以高的$\frac{1}{3}$。用现代的记号表示为

$$V=\frac{h}{3}(a^2+ab+b^2)$$

其中，a、b 分别是上、下底面正方形的边长，h 是高。

这个计算与我们现在所用的公式完全相同，可以说这是埃及几何中最出色的成就之一。

二、古代巴比伦的数学

公元前 4000 年左右，生活在西亚的底格里斯河和幼发拉底河之间的地带，即“美索波达米亚”地区的人民相继创造了西亚上古时期的文明，已经有了象形文字，大约于公元前 1900 年形成了奴隶制的巴比伦王国。

从 19 世纪前期开始，在美索波达米亚工作的考古学家们进行了系统的挖掘工作，发现了大约 50 万块刻写着文字的“泥板”。古巴比伦人用一种断面呈三角形的笔在粘土板上刻出楔形的痕迹，称为楔形文字，这种泥板经晒干或烘烤之后，