

普通高等教育“九五”教育部重点教材



# 振动力学

刘延柱 陈文良 陈立群 编著

高等教育出版社

MECHANICS  
OF VIBRATIONS

MECHANICS  
OF VIBRATIONS  
MECHANICS  
OF VIBRATIONS

普通高等教育“九五”教育部重点教材

# 振动力学

Mechanics of Vibrations

刘延柱 陈文良 陈立群 编著

高等教育出版社

·北京·

(京) 112 号

**图书在版编目(CIP)数据**

振动力学 = Mechanics of Vibrations/刘延柱等编著。北京：  
高等教育出版社，1998

普通高等教育“九五”教育部重点教材

ISBN 7-04-006697-1

I. 振… II. 刘… III. 机械振动-动力学-高等学校-  
教材 IV. TH113.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 21697 号

\*

高等教育出版社出版

北京沙滩后街 55 号

邮政编码:100009 传真:64014048 电话:64054588

新华书店总店北京发行所发行

中国科学院印刷厂 印装

\*

开本 787×1092 1/18 印张 23 字数 420 000

1998 年 10 月第 1 版 1998 年 10 月第 1 次印刷

印数 0 001—1 996

定价 29.00 元

凡购买高等教育出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页等  
质量问题者,请与当地图书销售部门联系调换

版权所有,不得翻印

## 内 容 简 介

本书系统地论述了机械振动的理论基础和分析方法。作为本书的特点,作者力图将线性和非线性振动纳入统一的体系。从教学观点出发,二者统一叙述可以提高效率并加深理解。为使学生了解现代非线性动力学的一些新思想,本书以较通俗的方式介绍了分岔和混沌的概念。书中对各种类型的振动均给出实际例子,以说明振动力学的工程背景。

绪论叙述了振动力学的概况和简史。第一、二、三章分别叙述了单自由度系统的自由、受迫和自激振动,其中以直观的相平面几何方法和简单的谐波平衡分析方法讨论了非线性问题。第四、五、六章包含多自由度系统和连续系统的精确解和近似解,主要讨论线性振动,也涉及非线性振动。第七、八章叙述非线性系统的几何理论和近似解析方法。第九、十章为参数激励振动和随机振动。第十一章为混沌振动的导论。各章均附有习题和答案。

本书可作为工程力学、机械工程、航空工程和土木工程等专业的教科书。前六章为基本部分,适用于本科生,后五章适用于研究生的提高课程。本书也可作为从事与机械振动有关工作的工程技术人员的参考书。

# 序 言

随着工程技术的发展,机械振动问题已成为各个工程领域内经常提出的重要问题。电子计算机的广泛使用和动态测量技术的进步也为复杂振动问题的解决提供了有力的工具。因此,振动力学已成为工程技术人员必须具备的理论知识。在机械、航空、土建、水利等工程专业的本科生和研究生教学过程中,振动力学是一门重要的专业基础课程。它更是工程力学专业本科教学的主干课程之一。这门课程要求学生掌握机械振动的基本理论和分析、计算方法,并能初步应用理论研究和解决工程中的各种振动问题。

作为振动力学教材,本书根据教育部工程力学专业教学指导委员会制订的“振动力学教学基本要求”编写。全书除绪论外共分十一章。前六章为基本部分,包括自由振动、受迫振动、自激振动、多自由度系统的振动、线性振动的近似计算方法和连续系统的振动。后五章为提高部分,包括振动问题的定性理论、非线性振动的近似解析方法、参数振动、随机振动和混沌振动。各章附有适量的习题,以加深对内容的理解。基本部分适用于工程力学等专业的本科生,提高部分适用于研究生。本书也可作为从事与机械振动有关工作的工程技术人员的参考书。

在编写中,作者力求贯彻以下意图:

1. 提高基本部分的起点,精简与物理、理论力学的重复内容。
2. 将线性振动和非线性振动纳入统一的理论体系。在基本部分中除线性振动内容之外,也引导学生接触非线性振动问题,对诸如多频响应、自激振动等一些工程中常见的非线性振动现象作出初步的理论分析和解释。关于非线性振动更深入的讨论在提高部分中进行。
3. 对各种类型的振动均举出工程中具体实例加以说明,使理论与工程实际紧密联系。
4. 关于数值计算问题,着重介绍各种算法的基本原理。利用电子计算机的解题训练可自编或应用已有的标准计算程序和软件。
5. 引入分岔、混沌等反映近代非线性动力学研究成果的内容,使学生了解振动理论前沿基础研究的新进展以扩大知识面。

本书第六章和第十章由陈文良编写,绪论和第十一章由陈立群编写,其余八章由刘延柱编写。全书由刘延柱加工定稿,陈立群选编习题并打印初稿。编写工作得到各方面的支持和鼓励,并且汲取了已出版的国内外振动力学教

材的许多宝贵经验。部分内容取材于作者在清华大学和上海交通大学所编写的教学讲义,初稿完成后曾在上海交通大学工程力学系本科生和研究生中试用。书稿承蒙清华大学郑兆昌教授和西北工业大学方同教授详细审阅并提出许多宝贵意见,作者谨表示衷心感谢。限于水平,书中不足之处恳请读者指正。

作 者

1998年2月于上海交通大学

责任编辑	黄毅
封面设计	刘晓翔
责任绘图	尹莉
版式设计	马静如
责任校对	胡晓琪
责任印制	陈伟光

# 目 录

<b>绪论</b> .....	1
§ 0.1 振动和振动力学 .....	1
§ 0.2 振动的分类 .....	2
§ 0.3 振动力学发展简史 .....	3
§ 0.4 振动力学在工程中的应用 .....	5
<b>第一章 自由振动</b> .....	7
§ 1.1 线性系统的自由振动 .....	7
§ 1.2 相轨迹与奇点 .....	15
§ 1.3 保守系统的自由振动 .....	16
§ 1.4 静态分岔 .....	20
§ 1.5 耗散系统的自由振动 .....	23
习题 .....	27
<b>第二章 受迫振动</b> .....	33
§ 2.1 线性系统的受迫振动 .....	33
§ 2.2 工程中的受迫振动问题 .....	39
§ 2.3 任意周期激励的响应 .....	42
§ 2.4 非线性系统的受迫振动 .....	45
§ 2.5 非周期激励的响应 .....	48
习题 .....	53
<b>第三章 自激振动</b> .....	58
§ 3.1 自激振动概述 .....	58
§ 3.2 极限环与范德波尔方程 .....	60
§ 3.3 工程中的自激振动问题 .....	61
§ 3.4 张弛振动 .....	67
§ 3.5 动态分岔 .....	69
习题 .....	70



<b>第四章 多自由度系统的振动</b> .....	71
§ 4.1 多自由度系统的动力学方程 .....	71
§ 4.2 多自由度系统的自由振动 .....	75
§ 4.3 频率方程的零根和重根情形 .....	84
§ 4.4 多自由度系统的受迫振动 .....	87
§ 4.5 有阻尼的多自由度系统 .....	91
§ 4.6 非线性多自由度系统 .....	96
习题 .....	99
<b>第五章 线性振动的近似计算方法</b> .....	105
§ 5.1 邓克利法 .....	105
§ 5.2 瑞利法与里茨法 .....	107
§ 5.3 矩阵迭代法 .....	110
§ 5.4 子空间迭代法 .....	115
§ 5.5 传递矩阵法 .....	118
§ 5.6 广义本征值问题的其他解法 .....	124
习题 .....	125
<b>第六章 连续系统的振动</b> .....	127
§ 6.1 一维波动方程 .....	127
§ 6.2 梁的弯曲振动 .....	132
§ 6.3 集中质量法 .....	142
§ 6.4 假设模态法 .....	144
§ 6.5 模态综合法 .....	151
§ 6.6 有限元法 .....	153
习题 .....	160
<b>第七章 振动问题的定性理论</b> .....	164
§ 7.1 李雅普诺夫稳定性理论 .....	164
§ 7.2 线性系统稳定性理论 .....	169
§ 7.3 开尔文-泰特-切塔耶夫定理 .....	173
§ 7.4 奇点的一般理论 .....	176
§ 7.5 极限环的一般理论 .....	183
§ 7.6 分岔的一般理论 .....	188

习题	195
<b>第八章 非线性振动的近似解析方法</b>	199
§ 8.1 正规摄动法	199
§ 8.2 林滋泰德-庞加莱法	203
§ 8.3 多尺度法	208
§ 8.4 平均法	213
§ 8.5 KBM 方法	220
§ 8.6 非线性多自由度系统	233
习题	242
<b>第九章 参数振动</b>	246
§ 9.1 参数振动概述	246
§ 9.2 工程中的参数振动问题	248
§ 9.3 弗洛凯理论	250
§ 9.4 稳定图	253
§ 9.5 非线性参数振动	259
习题	260
<b>第十章 随机振动</b>	264
§ 10.1 随机过程的统计特性	264
§ 10.2 工程中的随机振动问题	273
§ 10.3 线性系统对单个随机激励的响应	276
§ 10.4 线性系统对多个随机激励的响应	282
§ 10.5 随机响应的模态分析法	285
§ 10.6 非线性系统的随机响应	291
附录 用于计算响应均方值的积分表	294
习题	295
<b>第十一章 混沌振动</b>	298
§ 11.1 混沌振动概述	298
§ 11.2 工程问题中的混沌振动	303
§ 11.3 混沌振动的数值识别	308
§ 11.4 混沌振动的解析预测	315

---

§ 11.5 混沌振动的经验 - 解析预测 .....	322
附录 梅利尼科夫函数的推导 .....	325
习题 .....	326
<b>习题答案</b> .....	328
<b>参考文献</b> .....	342
<b>索引</b> .....	343
<b>外国人名译名对照表</b> .....	349
<b>Synopsis</b> .....	351
<b>Contents</b> .....	352
<b>作者简介</b> .....	356

# 绪 论

## § 0.1 振动和振动力学

在自然界、工程技术、日常生活和社会生活中,普遍存在着物体的往复运动或状态的循环变化。这类现象称为振荡。例如大海的波涛起伏、花的日开夜闭、钟摆的摆动、心脏的跳动、经济发展的高涨和萧条等形形色色的现象都具有明显的振荡特性。振动是一种特殊的振荡,即平衡位置附近微小或有限的振荡。工程技术所涉及的机械和结构的振动称作机械振动。

在许多情况下,机械振动被认为是消极因素。例如,振动会影响精密仪器的性能,降低加工精度和光洁度,加剧构件疲劳和磨损,缩短机器和结构物的使用寿命;甚至引起结构的破坏。典型的例子是1940年美国塔可马(Tacoma)吊桥因风载引起振动而坍塌的事故。汽车和飞机的振动即使不引起破坏,也会劣化乘载条件,强烈的振动噪声会形成公害。然而,振动也有积极的一面。例如将振动用于生产工艺如振动传输、振动筛选、振动抛光、振动沉桩、振动消除内应力等。此外,电系统的振动也是通讯、广播、电视、雷达等工作的基础。可以预期,随着生产实践和科学研究的进展,振动的利用还会与日俱增。

各个不同领域中的振动现象虽然各具特色,但有着共同的客观规律。因此有可能建立统一的理论来进行研究。振动力学就是这样一门力学分支学科。在统一的力学模型基础上,振动力学应用数学分析、实验量测和数值计算等方法,探讨各种振动现象的机理,阐明振动的基本规律,从而为解决实践中可能产生的振动问题提供理论依据。

振动问题所涉及的内容可用系统、激励和响应来概括。机械部件、工程结构等研究的对象称为振动系统,简称系统。构成系统的基本要素是惯性元件和弹性元件,即质量和弹簧,实际工程系统中还有阻尼元件。质量储存的动能和弹簧储存的势能在振动过程中互相转换,阻尼则消耗系统的能量。初始干扰、强迫力等外界对于系统的作用统称为激励;系统在激励作用下产生的运动称为系统的响应。通常可将振动问题分为三类:

——振动分析:已知激励和系统特性求系统的响应。为机械强度或刚度计算提供依据。

——系统识别：已知激励和响应求系统的特性参数。这类问题也可称为系统设计，即在一定的激励条件下确定系统参数，使响应满足指定的条件。

——振动环境预测：已知系统特性和响应求激励，即判别系统的环境特性。

实际振动问题往往错综复杂，可能同时包含识别、分析和设计几方面问题。振动力学作为一门力学课程着重讨论振动分析问题。

## § 0.2 振动的分类

根据研究侧重点的不同，可从不同的角度对振动进行分类。

### 1. 按对系统的激励类型分为

- (1) 自由振动：系统受初始激励后不再受外界激励的振动。
- (2) 受迫振动：系统在外界控制的激励作用下的振动。
- (3) 自激振动：系统在自身控制的激励作用下的振动。
- (4) 参数振动：系统自身参数变化激发的振动。

### 2. 按系统的响应类型分为

(1) 确定性振动：响应是时间的确定性函数。根据响应存在时间分为暂态振动和稳态振动：前者只在较短的时间中发生，后者可在充分长时间中进行。根据响应是否有周期性还可分为

(a) 简谐振动：响应为时间的正弦或余弦函数。

(b) 周期振动：响应为时间的周期函数，可用频谱分析方法展开为一系列周期可通约的简谐振动的叠加。

(c) 准周期振动：若干个周期不可通约的简谐振动组合而成的振动。

(d) 混沌振动：响应为时间的始终有限的非周期函数。

(2) 随机振动：响应为时间的随机函数，只能用概率统计的方法描述。

### 3. 按系统的性质从不同方面分为

(1) 确定性系统和随机性系统：确定性系统的系统特性可用时间的确定性函数给出。随机性系统的系统特性不能用时间的确定性函数给出，只具有统计规律性。

(2) 离散系统和连续系统：离散系统是由彼此分离的有限个质量元件、弹簧和阻尼器构成的系统，有有限个自由度，数学描述为常微分方程。最简单也是最基本的离散系统是单自由度系统。连续系统是由弦、杆、轴、梁、板、壳等弹性元件组成的系统，有无穷多个自由度，数学描述为偏微分方程。

(3) 定常系统和参变系统：定常系统是系统特性不随时间改变的系統，数学描述为常系数微分方程。参变系统是系统特性随时间变化的系統，数学

描述为变系数微分方程。

(4) 线性系统和非线性系统: 线性系统是质量不变、弹性力和阻尼力与运动参数成线性关系的系统, 数学描述为线性微分方程。非线性系统是不能简化为线性系统的系统, 数学描述为非线性微分方程。

还需指出, 对于相同的振动问题, 在不同条件下或为不同的目的, 可以采用不同的振动模型。例如, 外界激励很小的受迫振动可视为自由振动; 在较短的时间间隔内研究周期很长的周期振动便与混沌振动难以区分; 连续系统可将分布参量近似地凝缩为若干集中参量而简化为离散系统; 微幅振动的非线性系统可近似作为线性系统处理。模型的建立及分析模型所得的结论, 必须通过科学实验或生产实践的检验。只有那些符合或大体符合客观实际的模型和结论, 才是正确或基本正确的。

### § 0.3 振动力学发展简史

人类对振动现象的了解和利用有着漫长的历史, 远古时期的先民已有利用振动发声的各种乐器。人们对与振动相关问题的研究起源于公元前 6 世纪毕达哥拉斯(Pythagoras)的工作, 他通过实验观测得到弦线振动发出的声音与弦线的长度、直径和张力的关系。在我国, 早在战国时期成书的《庄子》就已明确记载了共振现象。现代物理科学的奠基人伽里略(Galileo Galilei)对振动问题进行了开创性的研究。他发现了单摆的等时性并利用他的自由落体公式计算单摆周期。在 17 世纪, 惠更斯(C. Huygens)注意到单摆大幅摆动对等时性的偏离以及两只频率接近时钟的同步化两类非线性现象; 梅森(M. Mersenne)在实验基础上系统地总结了弦线振动的频率特性。胡克(R. Hooke)于 1678 年发表的弹性定律和牛顿(I. Newton)于 1687 年发表的运动定律分别为振动力学的发展奠定了物性和物理的基础。

在 18 世纪, 振动力学的主要成就是线性振动理论的发展和成熟。欧拉(L. Euler)于 1728 年建立并求解了单摆在有阻尼介质中运动的微分方程。1739 年他研究了无阻尼简谐受迫振动, 从理论上解释了共振现象。1747 年他对  $n$  个等质量质点由等刚度弹簧连接的系统列出微分方程组并求出精确解, 从而发现系统的振动是各阶简谐振动的叠加。1762 年拉格朗日(J. L. Lagrange)建立了离散系统振动的一般理论。最早研究的连续系统是弦线, 1746 年达朗伯(J. le R. d'Alembert)用偏微分方程描述弦线振动而得到波动方程并求出行波解。1753 年丹尼尔第一·伯努利(D. I. Bernoulli)用无穷多个模态叠加的方法得到弦线振动的驻波解, 1759 年拉格朗日从驻波解推得行波解, 但严格的数学证明直到 1811 年傅里叶(J. B. J. Fourier)提出函数的级数展开

理论才完成。其他连续体的振动问题也相继被研究,欧拉于 1744 年、丹尼尔第一·伯努利于 1751 年研究了梁的横向振动,导出了自由、铰支和固定端梁的频率方程和模态函数;1802 年开拉尼(E. F. F Chladni)研究了杆的轴向和扭转振动。

19 世纪后期以来,随着航海运输和动力机械技术的发展,振动力学的工程应用受到重视。实际工程结构复杂而不规则,难以精确求解,于是各种近似计算方法相继被提出。1873 年瑞利(J. W. S. Rayleigh)基于系统的动能和势能分析给出了确定基频的近似方法,里茨(W. Ritz)发展了瑞利法使之推广为几个低阶固有频率的近似计算,这一方法被伽辽金(Б. Г. Галёркин)于 1915 年进一步推广。1894 年邓克利(S. Dunkerley)分析旋转轴振动时提出一种近似计算多圆盘轴横向振动基频的简单实用方法。1904 年斯托德拉(A. Stodola)计算轴杆频率时提出一种逐步近似方法,成为矩阵迭代法的雏形。1902 年法莫(H. Frahm)计算船主轴扭振时提出离散化的思想,以后发展为确定轴系和梁的频率的实用方法。1950 年 W. 汤姆孙(W. Thomson)将这种方法发展为矩阵形式而最终形成传递矩阵法。

非线性振动的研究开始于 19 世纪后期。非线性振动的理论基础是由庞加莱(H. Poincaré)奠定的,他开辟了振动问题研究的一个全新方向:定性理论。在 1881 年至 1886 年的一系列论文中,庞加莱讨论了二阶系统奇点的分类,引入了极限环概念并建立了极限环的存在判据,定义了奇点和极限环的指数;此外还研究了分岔问题。定性理论的一个特殊而重要的方面是稳定性理论,最早的结果是 1788 年拉格朗日建立的保守系统平衡位置稳定性判据。1879 年开尔文(L. Kelvin)和泰特(P. G. Tait)考察了陀螺力和耗散力对保守系统稳定性的影响,其结论后来由切塔耶夫(Н. Г. Четаев)给出严格证明。1892 年李雅普诺夫(А. М. Ляпунов)给出了稳定性的严格定义,并提出了研究稳定性问题的直接方法。在定量求解非线性振动的近似解析方法方面,1830 年泊松(S. D. Poisson)研究单摆振动时提出摄动法的基本思想。1883 年林滋泰德(A. Lindstedt)解决了摄动法的久期项问题。1918 年达芬(G. Duffing)在研究硬弹簧受迫振动时采用了谐波平衡和逐次迭代的方法。1920 年范德波尔(Van der Pol)研究电子管非线性振荡时提出了慢变系数法的基本思想,1934 年克雷洛夫(Н. М. Крылов)和博戈留博夫(Н. Н. Боголюбов)将其发展为适用于一般弱非线性系统的平均法;1947 年他们又提出一种可求任意阶近似解的渐近法,1955 年米特罗波尔斯基(Ю. А. Митропольский)推广这种方法到非定常系统最终形成 KBM 法。1957 年斯特罗克(P. A. Sturrock)在研究电等离子体非线性效应时用两个不同尺度描述系统的解而提出多尺度法。非线性振动的研究使人们对振动的机制有新的认识。除自由振动和受迫

振动以外,还广泛存在另一类振动,即自激振动,1926年范德波尔研究了三极电子管回路的自激振动;1932年邓哈托(J. P. den Hartog)利用自激振动分析输电线的舞动。1933年贝克(J. G. Baker)的工作表明有能源输入时干摩擦会导致自激振动。非线性振动的研究还有助于人们认识一种新的运动形式:混沌振动。庞加莱在上个世纪末已经认识到不可积系统存在复杂的运动形式,运动对初始条件具有敏感依赖性,现在称这种运动为混沌。1945年卡特莱特(M. L. Cartwright)和李特伍德(J. E. Littlewood)对受迫范德波尔振子及莱文森(N. Levinson)对一类更简化的模型分析表明,两个不同稳态运动可能具有任意长时间的相同暂态过程,这表明运动具有不可预测性。为解释卡特莱特、李特伍德和莱文森的结果,斯梅尔(S. Smale)提出了马蹄映射的概念。1973年上田和林千博在研究达芬方程时得到一种混乱、貌似随机且对初始条件极度敏感的数值解。

本世纪50年代,航空和航天工程的发展对振动力学提出了更高要求,确定性的力学模型无法处理包含随机因素的工程问题,如大气湍流引起的飞机颤振、喷气噪声导致飞行器表面结构的声疲劳、火箭运载工具有效负载的可靠性等。工程的需要促使人们用概率统计的方法研究承受非确定性载荷的机械系统和结构的响应、稳定性和可靠性等而形成随机振动这一振动力学的重要组成部分。在工程问题中,振动信号的采集和处理是随机振动理论应用的前提,本世纪70年代以来,由于电子计算机的迅速发展和快速傅里叶变换算法的出现,随机振动的应用愈来愈广泛。理论研究也趋于深入,非线性随机振动尤其受到重视。

历史的回顾表明,振动力学在其发展过程中逐渐由基础科学转化为基础科学和技术科学的结合。工程问题的需求使得振动力学成为必要,而测试和计算技术的进步又使振动力学的发展成为可能。学科的交叉也不断为振动力学的发展注入活力。使振动力学形成一门以物理概念为基础,以数学方法、数值计算和测试技术为工具,以解决工程中振动问题为主要目标的力学分支。

## § 0.4 振动力学在工程中的应用

工程系统如机械、车辆、船舶、飞机、航天器、建筑、桥梁等都经常处在各种激励的作用下,而不可避免地产生响应,亦即发生各种各样的振动。现代工程技术对振动问题的解决提出更高、更严格的要求,因此振动力学在工程实际中有广泛的应用。例如在机械、电机工程中,振动部件和整机的强度和刚度问题,联轴节和回转轴的扭振分析,大型机械的故障诊断,精密仪器设备的防噪和减振等。在交通运输、航空航天工程中,车辆舒适性、操纵性和稳定性问题,



海浪作用下船舶的模态分析和强度分析,飞行器的结构振动和声疲劳分析等。在电子电讯、轻工工程中,通讯器材的频率特性,音响器件的振动分析等。在土建、地质工程中,建筑、桥梁等结构物的模态分析,地震引起结构物的动态响应,矿床探查、爆破技术的研究等。在医学、生物工程中,脑电波、心电波、脉搏波动等信号的分析处理等。

尽管在各种应用领域内的振动问题千差万别,解决的途径往往具有共同性。首先要从具体的工程对象提炼出力学模型;然后应用力学知识建立所研究问题的数学模型,通常是微分方程组和代数方程组;接着对数学模型进行分析和计算,求出精确、近似或数值解。对于实际工程问题的复杂模型,只能求数值解,这时需要利用电子计算机并编制或应用计算机软件。最后将计算结果与工程问题的实际现象或实验研究的测试结果进行比较,考察理论结果能否解决原先的工程问题,如不能解决而数学模型及求解均无错误,则需要修改力学模型重复上述过程。

本书着重讨论处理各种工程振动问题所共同需要的基本理论和分析方法,包括几类最基本的振动系统和振动形式。工程技术中更复杂的振动问题,如杆系、板、壳等复杂系统的振动属于结构动力学等后继课程的讨论范围。这类复杂振动问题的解决也是以振动力学的理论和方法为基础。