

G447/4

数学教育心理学

陈在瑞 路碧澄 著



21521459



中国人民大学出版社

1521459

图书在版编目 (CIP) 数据

数学教育心理学/陈在瑞, 路碧澄著.

北京: 中国人民大学出版社, 1995

ISBN 7-300-02159-x/G · 293

I. 数...

I. ①陈... ②路...

II. 数学-教学-教育心理学

N. G447

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (95) 第 18816 号

数学教育心理学

陈在瑞 路碧澄 著

出版发行: 中国人民大学出版社

(北京海淀路 175 号 邮编 100872)

经 销: 新华书店

印 刷: 中国人民大学出版社印刷厂

开本: 787×1092 毫米 1/32 印张: 11.5

1996 年 3 月第 1 版 1996 年 3 月第 1 次印刷

字数: 242 000

定价: 14.20 元

前 言

数学教育心理学是教育心理学的一个组成部分，是一门学科心理学。它依据数学学科的教育特点，研究在数学教学过程中，师生相互作用的各种心理现象和教学、学习的心理规律，是一门综合性、应用性的学科心理学。

本书主要研究两个方面的问题：一是把教育心理学的原理应用到数学教学的实践中去；二是利用数学教学的实践经验来丰富和发展教育心理学的理论。因而，数学教育心理的研究工作具有双重的意义。

本书内容包括：数学的教学心理与学习心理；学习兴趣与教学情感；智力因素与非智力因素；学习数学的心理现象与指导教学的心理规律；数学概念与数学命题的学习；数学的认知心理与数学的思想方法；良好的思维心理品质的培养与数学能力的提高等有关数学教学研究的课题。

本书系根据作者多年来在国内部分省、市及北京市的部分区、县的教育理论研修班上的讲稿内容编写而成。希望本书能成为学校主管教学的领导干部在主持指导数学教学中、教师在数学教学中以及学生在数学学习中的有益参考书。

作 者

1992年10月

目 录

绪论 数学教育心理学的内容、意义和作用	1
第一章 数学教与学的心理概述	9
第一节 数学学习心理分析	9
一、数学学习心理现象	9
二、数学学习心理规律	13
三、数学学习心理障碍	18
第二节 数学教师的心理素质	22
一、数学教师的心理素质与教学效果	23
二、数学教师的课堂教学心态	25
三、数学教师的个性品格的修养	27
第二章 非智力因素在数学教学中的地位 and 作用	32
第一节 非智力因素与数学教学	32
一、数学学习过程的心理因素	32
二、培养学生良好的非智力心理素质	34
三、观察了解学生在学习活动中的心理特点	42
第二节 学习兴趣与数学教学	46
一、学习兴趣及其特点	47

二、激发和培养学生学习数学的兴趣	51
三、引进学习竞争机制与正确进行学习评价	59
四、数学课堂教学引趣	61
第三节 数学教学中的美育心理	65
一、数学中的美感	65
二、审美心理在数学教育中的意义	74
三、培养对数学美的鉴赏力与创造力	77
第三章 学习心理规律在数学教学中的应用	89
第一节 应用感知规律培养学生的观察能力	89
一、感知规律及其教学意义	90
二、感知规律在数学教学上的应用	91
三、培养学生良好的数学观察能力	96
第二节 应用注意规律组织教学活动	115
一、集中注意,提高学习效率	115
二、学习的兴趣会引起注意力的集中	117
三、创设问题情境,制造认知冲突	119
四、运用注意规律指导启发式教学	122
第三节 应用迁移规律培养学生的概括迁移能力	127
一、数学学习中的迁移现象及其教学意义	128
二、数学教学中的类比迁移思维	135
三、培养学生的概括迁移能力	143
第四节 应用记忆规律培养记忆能力	158
一、记忆在数学学习中的重要意义	159

二、记忆与遗忘·····	161
三、数学学习中的记忆规律与方法·····	165
第五节 应用想象规律培养想象能力·····	172
一、想象与想象力·····	172
二、想象能力的培养·····	173
三、创造能力的培养·····	176
四、数学猜想方法的教学探讨·····	182
第四章 发展数学思维心理·····	184
第一节 数学教学中的思维活动·····	184
一、数学教学是思维活动的教学·····	184
二、形成良好的数学认知结构·····	186
三、解题教学是培养数学思维能力的重要 途径·····	191
四、数学思维教学中的一些倾向和问题·····	200
五、树立现代思维意识·····	207
第二节 数学思维的心理过程·····	208
一、分析与综合·····	209
二、比较与分类·····	213
三、抽象与概括·····	223
四、具体化与系统化·····	226
第三节 数学思维的基本形式与规律·····	230
一、数学思维的基本形式·····	230
二、数学思维的初步规律·····	244
三、数学概念学习心理·····	264
四、数学命题学习心理·····	272

第四节	数学思维的心理品质.....	293
一、	数学思维心理品质的培养.....	293
二、	数学思维品质与数学能力的基本结构.....	315
第五节	多向性数学思维心理与方法.....	318
一、	形象思维与抽象思维.....	318
二、	求异思维与求同思维.....	324
三、	正向思维与反向思维.....	331
四、	定势思维与灵感思维.....	335
五、	几种思维的关系与思维规律.....	348

绪 论

数学教育心理学的内容、意义和作用

一、数学教育心理学的研究内容

我们知道，教育心理学主要集中解决两个问题：一方面要把心理学的原理应用到教学实践之中，另一方面又要利用教育实践中的丰富经验来发展心理学的理论。教育心理学所研究的这两个方面的问题都没有离开教学实践，而教学实践必然要落实到某一个具体的学科。比如研究学生语言发展规律，就应考虑语文、外语学科；要侧重研究学生的思维心理发展，就常选择数学这门学科。因此，可以这样认为，数学教育心理学是教育心理学的一个组成部分。数学教育心理学的研究范围涉及数学学习兴趣和情感；数学概念与数学命题的学习心理；数学思维心理与数学能力的发展；数学教材与教法的心理分析；数学认知结构与数学问题的解决；数学的测试与评估等等。数学教育心理学作为一门学科的重要意义在于它自身的理论价值。数学学习究竟是一个什么样的心理过程？影响数学学习的主要有哪些因素？教师怎样有效地组织与指导学生学习数学？等等，这些问题的解决具有重大的

意义，它为数学课程论与教学论提供了理论基础，为研究学生学习心理提供了素材，为数学教学实践与改革提供了科学的依据。

数学教育心理学是研究学校的数学学习以及教授活动过程中的心理现象及其规律的一门学科。这门学科的研究内容不仅要与它研究的对象、任务相吻合，而且要反映当今科技发展水平的需要，特别是要符合数学教育的实际情况。因此，我们归纳出以下五个方面的内容。

(一) 探讨数学教学系统中学生学习的特点和分类，过程与结果，原则与方法，理解与记忆，学习条件的差异，影响学习的因素等数学学习心理学问题。

(二) 对学生掌握数学知识的心理分析。主要是阐明学生学习掌握数学概念和数学命题的心理过程与发展，影响数学概念和命题学习的主要因素，以及如何根据这些规律进行数学概念和命题的教学。

(三) 研究学生数学思维心理，讨论数学思维特点和结构，分析形成数学认知结构的心理，提高解决数学问题的能力，以及如何进行数学思维教学。

(四) 数学教学过程、原则、方法、目标等方面的心理分析，以及数学教学的测量和评定，包括数学学习的测定、数学能力的测试、课堂教学的评价。

(五) 探讨数学教师的事业心理和职业生活，以及合格的数学教师的知识结构、教学能力，教师心理品质和数学教师的课堂教学心态等数学教师的心理素质。

二、数学教育心理学的重要意义

数学教学是数学思维活动的教学。数学教学的成功与否，

很重要的一条在于教学活动是否符合学生的心理活动。因此，针对学生的心理特点组织教学，实施教学方法，已成为一个重要课题。对于帮助学生系统地掌握和运用抽象的数学概念、原理、方法，是在学生旧有知识的框架及心理发展的水平上，在学生认识能力所能及的前提下进行的。如果一位数学教师不了解学生的认知的心理规律和心理特点，就不可能恰如其分地将大纲、教材、文献资料所刊载的知识信息进行综合加工处理，形成学生可能接受并乐于接受的教学信息；也不可能发挥教师的主导作用，充分调动学生的积极性和主动精神；更不可能根据数学教学目的与要求，更好地选择教学方法，对学生进行学习指导，提高教与学的效果，顺利完成教育、教学任务。

心理学把心理活动分为两大类：心理过程和个性心理特征。心理过程涉及学生兴趣的激发，感觉、知觉的形成，记忆规律、迁移规律的运用，注意的集中，技巧的掌握，技能的训练，思想的开拓，想象的发展，情感的熏陶等各个方面；学生的个性特征包括气质、性格、能力、好奇心、好胜心等。在教学过程中研究学生心理活动至关重要，主要表现在：

（一）它是提高教学质量的重要前提。

学生的心理活动是影响学习质量的重要因素。教学中教师要力求预测学生在课堂上可能表现出来的心理活动特点，并针对学生的心理采取相应的教学手段，因材施教，才能更好地调动学生的积极性，提高教学质量。

（二）它是培养学生良好心理品质的需要。

学生的心理品质包括学生的认识、情感、意志、气质、性格、能力等等。研究学生心理主要是对学生进行观察并对学

生的心理特点进行细致的分析，找出学生心理品质上的优缺点，才能对学生进行优秀的心理品质的培养。

三、数学教育心理学的重要作用

数学教师在学习普通心理学的基础上，进一步学习和研究数学教学和学习心理的关系，便于按照学生的心理特点来组织数学课的教与学，使其知识、技能、技巧的学习与能力的培养得到协调发展，智力因素与非智力因素得以有机的配合、相互促进，使因材施教的教学原则得以顺利的贯彻。所以，对于一个数学教师来说，学习并研究数学教育心理学有重要的作用。

（一）有助于教师对教材编排的理解。

一般地说，一套成功的教材的编写要考虑到学生心理特点和认知规律。教材内容的深度与广度，具体素材的选取以及处理的方法，逻辑体系，例题、习题的配备等等，既要照顾学生通过感知、理解、巩固、应用达到掌握知识的特点，又要遵循从个别到一般，从具体到抽象，从感性的、低级的到理性的、高级的认识过程的规律。

从中小学数学教材内容的安排来看，体现了从具体到抽象，从低级到高级，由易到难，由浅入深的原则。

例如，初中和高中的“函数”教材的安排，既考虑到学生的认识水平和接受能力，又考虑到函数内容和其他数学知识的联系。因为在中学数学课本中正式引进函数概念之前，早已结合有关知识，渗透了函数的概念。初中的求代数式的值，代数式的恒等变换，数学用表的使用，方程和不等式的解，平面上的点和有序“实数对”之间的一一对应的关系，几何量的计算，轨迹等都为学生学习函数知识作了有益的准备。到

初三年级“代数”课本出现函数及其图象时，通过对旧有知识的复习、分析、概括和提高，从而引出函数的概念。在这一概念的指导下，使学生进一步认识正比例函数、反比例函数、二次函数的图象和性质。这段教材的另一个特点是充分利用图象的直观性来引导学生总结出这几种函数的性质在函数的解析表达式里的反映。到了高中，在学生理解了“集合”初步知识的基础上，通过集合间元素的对应关系加深对函数概念的理解，引入有关函数的单调性、奇偶性，由单值对应引出一一对应，从一一对应引出逆对应，从逆对应引出反函数等概念。通过指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数的图象和性质的研究，进一步加深对函数的性质以及反函数概念的认识。这种由特殊到一般、由感性到理性、由低级到高级的认知过程，通过这段教材的编排具体体现出来了。教师理解了这段教材的逻辑体系后，在备课过程中就可选取适当的例题，在讲授过程中便于渗透有关函数的知识，以便顺利达到教学目的。

又如，初中几何第一册关于等腰梯形“判定定理”的证明过程，是通过证明在同一底上有两个角相等的梯形是以过两底中点的直线为轴对称图形来完成的。

证明如下：如图所示，在梯形 $ABCD$ 中， $\angle B = \angle C$ ，如果延长 BA, CD 交

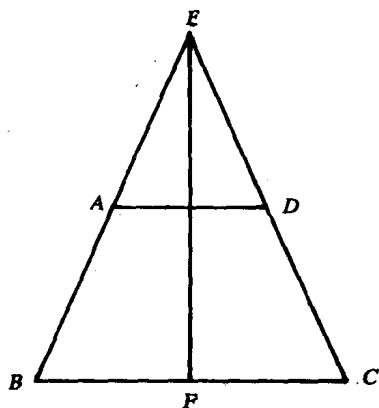


图 0—1

于 E 点, 那么由 $\angle B = \angle C$, $AD \parallel BC$, 可以推出 $\triangle BCE$ 与 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形, 因此, $\angle BEC$ 的平分线 EF 垂直平分 AD 和 BC , 所以梯形 $ABCD$ 是以 EF 为轴的对称图形, 因此 $AB = DC$ 。

初看教材, 觉得这种方法不容易, 用平移梯形一腰 (过 D 点, 平移 AB) 作辅助线的方法更为简便。仔细考虑一下, 教材上的这种处理是有道理的, 从心理学角度来看, 当教材提出等腰梯形的性质定理的逆命题: “如果梯形在同一底上的两个角相等, 两腰是否相等呢?” 学生自然首先观察图形, 学生一般会依据图形的特点, 马上肯定这个逆命题的成立。学生从具体的直观图形中所观察出来的结论, 实际上是“无意识”地运用了“轴对称”图形的知识。书中抓住学生这一认知心理特征, 把“无意识”转化成“有意识”, 提高了学生对“轴对称图形”这部分知识的认识。

由以上两例说明, 数学教材中对知识方面的逻辑体系的处理, 对定理证明的方式方法的选择等方面都是考虑到学生的心理发展规律后较为妥善的安排。

(二) 有助于教师制定合理的教学方案。

数学教学内容在广度和深度上有很大的弹性。具体素材很多, 处理方式具有多样性, 教学方法也各异, 这就造成教学信息的多样化。如果教师了解学生的认知规律和心理特点, 便可适当地把握教学内容的广度和深度, 选择适当的具体素材并合理加工, 采用恰当的教学方法, 制定合理的教学方案。

(三) 有助于教师把握教学环节, 掌握教学节奏。

学生认知过程的心理特点告诉我们: 只有学生充分感知了对象, 才可能理解, 而理解了的东西才容易牢固记忆。理

解程度越高，记忆越牢，运用起来越自如。而知识的运用又进一步加深了学生对所学知识的感知、理解，从而得到巩固。巩固的基础又是新的学习的起点。了解学生认知的心理特点和规律，认识感知、理解运用、巩固对于学生掌握知识的重要性，有助于教师把握新课讲授内容，把握复习、练习等各个环节，处理好它们的辩证关系，掌握适当的教学节奏。

(四) 有助于调动学生的积极性，发展学生思维和培养学生能力。

教师只有了解学生的心理发展状况和认知特点，才可能采取恰当的方式，提供恰当的感知材料，设置适当的问题情境，激发学生学习数学的兴趣，活跃学生的思维，使学生积极主动地去获取知识，促进能力的发展。如讲“数学归纳法”，课前可对学生进行“多米诺骨牌”游戏的演示。这一由后一骨牌对前一骨牌的推动而导致的一连串的“事件”，形象地揭示其传递性。这种教学方法，说明对于特定的教学背景，这种适当的演示形式往往能收到比用简单的、枯燥的数学术语等常规的解释手段更好的效果，更能激发学生的求知欲望和想象力。所以，教学中创设这种“意会”比“言传”的效果更佳，可使学生顺利地进入教学情境，让学生首先产生直觉形象的理解，而后再得以严谨的证明或抽象的概括，达到使学生获得新知识、促进学生思维能力发展的效果。

(五) 有助于数学教师自身的业务素质和教学水平的提高。

在教学工作中，教师只有充分了解学生学习数学的认知规律、心理特征及障碍，才可能真正起到良好的主导作用，充分挖掘学生的认识潜力，调动学生的思维功能，数学教学工

作才能取得较好的效果。因此，教师要想提高业务素养和教学水平，就应该重视研究学生学习数学过程中的心理现象和规律，研究学生的各种心理活动。

数学教育心理学是数学教学与教育心理之间密切联系的综合性交叉学科。纵观国际上近几十年来数学教学思想的变化，重在培养能力，而能力的培养又围绕着学生学习的心理规律和发展思维心理为中心进行。这一点不仅在心理学理论上得到确认，而且在心理学的实验中得到证实。单纯谈论数学能力的培养，而不研究数学能力的形成过程的心理现象，将会事倍功半。那种“注入式的满堂灌”和“撒大网式的题海战术”，强制性的教学方法既扼杀了学生探求真知的欲望，也削弱了学生数学思维能力的发展，结果不可能产生持久强烈的学习动机，这点已为各地数学教改的经验所证实。现代数学教育思想要求我们帮助学生维持最佳学习心理状态，培养良好的数学认知结构和思维品质，选择最佳的学习方法和创造最佳的学习效果，开拓学生的个性和才能。随着数学教育理论研究的深入和教育改革实践的进展，数学教育心理学的研究，已引起国内外教育界的高度重视，并已成为引人注目的研究课题。

第一章 数学教与学的心理概述

第一节 数学学习心理分析

数学学习心理分析是一种教育心理分析。在数学教学活动中，知识的传授，学生思维的发展和数学能力的培养都是在学生旧有的知识框架上，心理发展的水平上，以学生认识能力所能及的前提下进行的，其中还存在着个性心理的差异和各种不同的学习心理障碍。所以数学教师必须首先了解并掌握学生学习数学的认知规律和心理特点，才有可能调动学生学习数学的积极性和主动精神。

一、数学学习心理现象

人的心理是极其广阔而复杂的，我们经常接触周围的事物，注意或记住某件事情，思考各种问题，想象未来的情境等等，这里感知、注意、记忆、思维、想象等都是心理现象，它们是人认识客观世界的心理活动，这叫认识过程。我们在认识客观事物的同时，还会引起各种情绪，如喜、怒、哀、乐等等，这就是情感过程。我们在认识客观事物时，对某种需要提出目标，制定计划，克服困难，直至完成任务的行动过程，就包含着意志过程。人的这些认识过程、情感过程和意