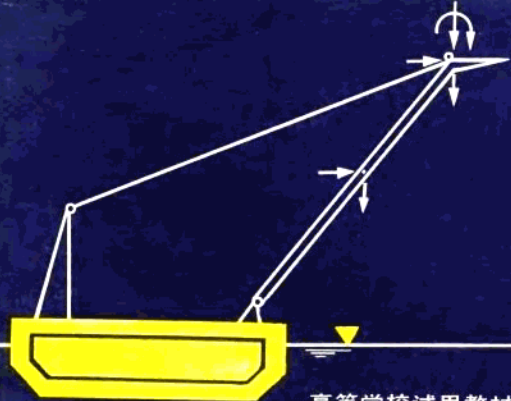




高等学校试用教材

理论力学

下 册

西南交通大学 黄安基 主编

人民教育出版社

高等学校试用教材

理论力学

下册

西南交通大学 黄安基 主编

1211/43/14



人民教育出版社

本书是根据一九七七年十二月教育部委托召开的高等学校工科基础课力学教材会议讨论的理论力学编写大纲编写的,可作为高等学校工科土建类各专业120—150学时理论力学课程的试用教材,也可供其他专业和有关工程技术人员参考。

全书分上、下两册,上册包括静力学与运动学,下册为动力学。书中标有“*”号的内容为加选内容,可根据专业要求决定取舍。

书中共选有例题207个,习题676个,书末附有习题答案。各章章首列有本章重点,章末有小结,有些节的后面附有思考题。

本书采用国际单位制(SI)。考虑到现行工程规范仍沿用工程单位制,在静力学的有些例题和习题中,采用工程单位制。

本书责任编辑 蒋鉴

高等学校试用教材

理论力学

下 册

西南交通大学 黄安基主编

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 15.5 字数 360,000

1981年7月第1版 1983年3月第3次印刷

印数 26,501—29,050

书号 15012·0340 定价 1.55 元

目 录

动 力 学

第十二章 动力学基本定律	(1)
§ 12-1 动力学的研究对象.....	(1)
§ 12-2 动力学基本定律.....	(2)
§ 12-3 质点动力学基本方程.....	(12)
§ 12-4 质点的相对运动.....	(25)
小 结.....	(37)
习 题.....	(40)
第十三章 质点动力学普遍定理	(48)
§ 13-1 质点动量定理.....	(48)
§ 13-2 质点动量矩定理.....	(53)
§ 13-3 力的功.....	(57)
§ 13-4 质点动能定理.....	(72)
§ 13-5 与本书有关的国际制基本单位和导出单位 国际单位 制与工程单位制的换算.....	(84)
* § 13-6 质点在有心力作用下的运动.....	(86)
小 结.....	(99)
习 题.....	(102)
第十四章 质点系动力学普遍定理	(111)
§ 14-1 质点系动量定理.....	(111)
* § 14-2 变质量质点的运动.....	(125)
§ 14-3 质点系动量矩定理.....	(133)
§ 14-4 刚体的转动惯量.....	(143)
§ 14-5 相对于动矩心的动量矩定理.....	(155)
§ 14-6 质点系动能定理.....	(161)
小 结.....	(178)

习 题	(182)
第十五章 碰撞	(199)
§ 15-1 碰撞现象	(199)
§ 15-2 碰撞时的动力学普遍定理	(203)
§ 15-3 两物体的中心碰撞	(211)
§ 15-4 两物体的偏心碰撞	(221)
小 结	(229)
习 题	(231)
第十六章 动静法	(240)
§ 16-1 惯性力的概念	(240)
§ 16-2 质点动静法	(243)
§ 16-3 质点系动静法	(246)
§ 16-4 刚体定轴转动时引起的附加动反力	(269)
小 结	(280)
习 题	(281)
第十七章 分析力学基础	(293)
§ 17-1 虚位移原理	(293)
§ 17-2 动力学普遍方程	(326)
* § 17-3 第二类拉格朗日方程	(335)
* § 17-4 哈密顿原理	(348)
小 结	(354)
习 题	(358)
第十八章 振动理论基础	(372)
§ 18-1 振动现象	(372)
§ 18-2 单自由度系统的自由振动	(378)
§ 18-3 单自由度系统的受迫振动	(404)
* § 18-4 两个自由度系统的自由振动	(426)
* § 18-5 两个自由度系统的受迫振动	(443)
小 结	(453)
习 题	(459)
附录 习题答案	(472)

动 力 学

第十二章 动力学基本定律

本 章 重 点

1. 弄清惯性、质量等基本概念。
2. 掌握动力学基本定律的内容并了解它们在动力学中的重要意义。
3. 熟悉工程单位制和国际单位制以及它们之间的换算关系。
4. 明确动力学基本定律的适用范围及所采用的参考系,并了解动力学基本定律如何应用于非惯性参考系。
5. 能熟练应用质点动力学基本方程的投影式解决一般的质点动力学问题。

§ 12-1 动力学的研究对象

在静力学中,我们研究了作用在质点或刚体上的力系的合成方法和平衡条件,但没有研究当力系不满足平衡条件时质点或刚体将如何运动。在运动学中,我们从几何角度研究了点和刚体的运动,但没有研究运动是怎样产生的,与它们的质量和受力情况又有什么联系。因此,静力学和运动学所研究的只是物体机械运动的一种特殊情况或一个方面。

动力学是研究物体的机械运动与它的质量和受力情况之间的

关系,即研究物体机械运动状态变化的普遍规律。

在工程实际中,存在着很多动力学问题。例如,为使机床主轴在一定转速下适应工作要求,需要选用多大功率的电动机;使轮轴在短时间内达到额定转速,需要多大的启动力矩;起重机起吊重物时,为什么会发生超载现象;在铁道线路的弯道部分,外轨为什么要比内轨高,应该高出多少才能使列车运行平稳、两边轨道受力均衡等。此外,如混凝土振动捣固器、振动打桩机等工程机械的工作原理;厂房建筑的减振、抗震问题;以及炮弹的飞行、火箭的发射、人造卫星和宇宙航行等,也都包含着动力学问题。

和静力学、运动学一样,本书中动力学也是从研究质点的运动开始(运动学不考虑质量,故称为点),进而推广到一般质点系和刚体的运动。应该指出,质点只是力学中一个科学抽象的概念,虽然在研究它的运动时不考虑它的体积大小,但不能把它和微观粒子如电子、核子等混同起来。

§ 12-2 动力学基本定律

1. 动力学基本定律

人类在长期的生活和生产实践中,对物体的机械运动进行了观察、实验、分析、研究。在前人大量工作的基础上,牛顿于1687年在他的著作中系统地总结出了在一定条件下机械运动普遍适用的规律,称为动力学基本定律,也称牛顿三定律。

动力学基本定律是动力学的基础,但它们只能直接应用于质点。对于刚体和质点系,应该将它们先分别应用于每一质点,然后推导出刚体和质点系的运动规律。

动力学基本定律如下:

- (1) **第一定律:** 质点如不受外力作用,则将保持静止或作匀速直线运动。

质点保持静止或作匀速直线运动，也就是保持其运动状态不变，这一性质称为惯性。故点的匀速直线运动，称为惯性运动。牛顿第一定律，也称为惯性定律。在牛顿出生之前，这一定律已于1630年为伽利略所指出。

对于物体的惯性，我们还是比较熟悉的。例如，汽车突然开动时，车中的人会向后仰；突然刹车时，人会向前倾；车急速转弯时，人要向外侧倾斜，实际上是倾向线路的切线方向；这些都说明了惯性现象。

当质点受到外力作用而这些作用又不互相抵消时，它的运动状态将按一定的规律发生变化。第二定律就表明了这一变化规律。

(2) **第二定律：**质点受外力作用时，将产生加速度，加速度的方向与力的方向相同，大小与力的大小成正比。

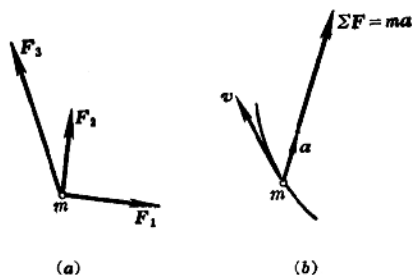


图 12-1

如质点同时受几个外力作用(图12-1a)，则定律中所说的“力”，应是这一共点力系的合力，即质点所受各力的几何和 ΣF 。因此，第二定律可表为(图12-1b)

$$\Sigma F = ma \quad (12-1)$$

式中 a 为质点的加速度矢量， m 是比例常数(正数)，称为质点的

质量。上式称为质点动力学基本方程。

若 $\Sigma F=0$, 则 $a=0$, 此时质点将保持静止或作匀速直线运动。例如, 停着的小车, 是由于重力和地面约束反力的合力为零, 因而保持静止; 火车沿直线轨道匀速行驶时, 也是由于它所受的所有外力的合力为零。由此可见, 第一定律可看作是第二定律的特殊情况。

应该指出: (12-1)式说明, ΣF 的大小和方向决定质点的加速度大小和方向。当 ΣF 的大小或方向有变化时, a 的大小或方向也随之变化。但 ΣF 并不直接决定质点的速度, 速度的方向完全可以与力的方向不同(图 12-1b)。例如, 铅垂上抛的质点, 其速度是向上的, 但它所受的重力却是铅垂向下。炮弹飞行时, 它所受的重力仍是铅垂向下, 但它的速度则沿轨迹的切线方向。

(12-1)式还表明: 在同样的力作用下, m 愈大, 则 a 愈小。即当力一定时, 质量大的质点运动变化小, 其保持原有运动状态的性质就更明显, 即惯性大。因此, 质点的质量就是其惯性的度量。火车的质量大, 惯性也大, 刹车后要经过较长时间才能停下来。由于物体具有质量, 在有限力作用下, 其加速度不可能是无限大, 因此当它具有一定速度时, 要停下来总需要一个过程。我国春秋战国时代(公元前 722—前 221)的著作《考工记》中就已指出: “马力既竭, 辀犹能一取也。”意为, 马虽然不用力了, 但车还能走行一段路。这是世界上关于惯性现象的一次较早的文字记录。

牛顿认为, 物体的质量就是物体所含的“物质的量”, 把作为物质属性之一的质量直接和物质本身等同起来, 得出了质量不变、质量与物质运动无关的结论。这是形而上学的。在实验事实的基础上, 爱因斯坦(A. Einstein, 1879—1955)于 1905 年建立了狭义相对论, 表明当质点的速度接近光速(0.3×10^8 km/s)时, 其质量将有显著变化, 其关系式为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (12-2)$$

式中 v 为质点的速度, c 为真空中的光速, m_0 为质点在静止($v=0$)时的质量, 称为静止质量。只是在 v 远小于 c 的情况下, 质量 m 与 m_0 的差别很小, 才可以看作常量。第二定律就是在这一条件下适用的规律。

(3) 第三定律: 两质点相互作用的力, 总是大小相等、方向相反, 且沿同一直线, 分别作用在两质点上。

这一定律在 § 1-1 中已经提到了, 称为作用与反作用定律。在静力学里, 解决物体平衡问题时要用到它。在动力学里, 这一定律依然成立, 在研究质点系动力学问题时具有重要的作用。

由于作用和反作用, 引起了机械运动在相互作用的两质点间发生转移。力就是这种机械运动转移的反映。当我们把实现运动转移的双方分开、只研究机械运动状态发生变化的一方时, 另一方的作用就被抽象为力。

各种天体的运动本来是由于它们内部的相互作用引起的。牛顿在寻求太阳系行星运行的初始速度的由来时, 由于他把世界看作永恒不变的形而上学观点, 却陷入了不可克服的困境。牛顿认为物质的根本特性是“惰性”, 它不会自己产生运动, 物质运动的源泉来自外部的力。这就不可避免地要提出非机械性的、外来的初始推动作为运动的最终起源, 这就是他所说的“神力之助”。对此, 恩格斯曾作过尖锐的批判: “如果我们以现有状态的永恒性为前提, 我们就需要有一个第一次推动, 上帝。”^①

2. 工程单位制与国际单位制

在应用质点动力学基本方程(12-1)式时, 力、质量、加速度(包含长度和时间)的单位不能都是任意的。四个量中, 只有三个量的

① 恩格斯: 自然辩证法, 人民出版社, 1971年, 第250页。

单位可以任意选定，第四个量的单位则由(12-1)式所确定。上述这三个量所用的单位，称为**基本单位**，第四个量的单位则称为**导出单位**。由于基本单位选定的不同，在科学研究和生产实践中存在着多种单位制，各国之间也不尽一致。

在工程实际中，我国目前一般采用**工程单位制**。即将长度、时间和力的单位作为基本单位，它们分别是米(m)、秒(s)、公斤(kg)，而将质量的单位作为导出单位，称为**质量的工程单位**。质量为1工程单位的质点，在1 kg 大小的力作用下，将获得 1m/s^2 的加速度(图 12-2a)。所谓 1 kg 大小的力，是指 4°C 时体积为 10^{-3}m^3 的纯水在纬度 45° 海平面上的重量。

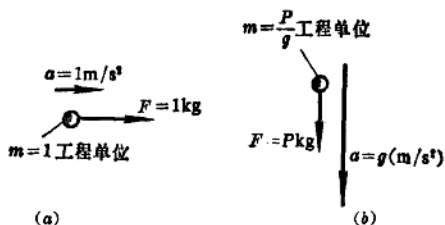


图 12-2

不计空气阻力时，物体只在重力作用下所获得的加速度，称为**重力加速度**，以 g 表示。设质点的重量为 $P\text{kg}$ ，即它所受重力的大小为 $P\text{kg}$ (图 12-2b)，其质量为 m 工程单位， g 的单位用米/秒²，则应有

$$P = mg \quad (12-3)$$

故

$$m = \frac{P}{g} \quad (12-4)$$

上式为工程单位制中由重量求质量的公式。

应该指出，重量和质量是两个不同的概念。地球上物体的重

量是来自地球对它的万有引力。由牛顿万有引力定律知, 质量为 m 的质点所受地球的引力为

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (12-5)$$

式中 G 为万有引力常数, M 为地球质量, r 为质点到地心的距离。

令 $F = P$, 则由 (12-3)、(12-5) 式得

$$mg = G \frac{mM}{r^2} \quad \text{或} \quad g = \frac{GM}{r^2} \quad (12-6)$$

由上式可知, 重力加速度 g 与质点到地心距离的平方成反比。在同一地区, 山顶的 g 值应小于山谷的 g 值; 由于地球是椭球且受地球自转影响, 不同纬度的地区, g 值也有所不同。在纬度为 ϕ 的海平面上的 g 值, 有各种经验公式表示。下面引用的是国际重力公式^①。

$$g = 9.78049(1 + 0.0052884 \sin^2 \phi - 0.0000059 \sin^2 2\phi) \text{ m/s}^2 \quad (12-7)$$

在纬度 45° 的海平面上, 国际上采用的标准值为 $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ 。取三位有效数字为 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, 本书中 g 即用此值。

我国几个地区测定的 g 值为: 哈尔滨(46°), 9.8077; 北京($39^\circ 56'$), 9.80122; 上海($31^\circ 12'$), 9.79436; 广州(23°), 9.78831(单位为 米/秒^2 , 地名后括弧内数字为当地纬度)。

由于 g 值的变化, 物体在地球上不同的纬度或高程, 其重量将不同。月球的质量和半径与地球不同, 物体在月球表面的重量约为它在地球表面重量的 $1/6$, 但物体的质量则不论在地球上任何地点, 也不论是在月球或其它星球上, 都是一样的。

如果以长度、时间和质量的单位作为基本单位, 则力的单位为

① 据 J. L. Meriam: Engineering Mechanics, vol. II, p. 9. John Wiley & Sons, Inc, 1978.

导出单位。1960年10月,第十一届国际计量大会决定采用长度单位米(m)、时间单位秒(s)、质量单位千克(即公斤, kg)为基本单位(其它的基本单位还有电流、热力学温度及光强度等的单位),称为国际单位制,代号为“SI”,并规定了辅助单位、导出单位及表示10的正整数和负整数次幂的词冠。我国国务院于1977年5月颁发的文件,也规定我国将逐步采用国际单位制。

国际单位制可称为**绝对单位制**,因为长度、时间、质量的单位可用于任何地点,甚至于用在其它星球上。在国际单位制中,力的单位是导出单位。使质量为1 kg的质点获得加速度 1 m/s^2 所需的力的大小,定为1牛顿(代号为牛, N)(图12-3a)。如用国际制基本单位来表示,力的单位牛顿可写为

$$1\text{N} = 1\text{kg} \cdot 1\text{m/s}^2 = 1\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \quad (12-8)$$

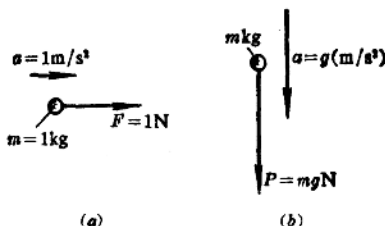


图 12-3

重力和其它力一样,也以牛为单位。质量为 $m \text{ kg}$ 的质点,在重力作用下,将获得加速度 g (图12-3b),故其重量

$$P = mg\text{N} \quad (12-9)$$

上式为国际单位制中由质量求重量的公式。

工程上常用到的质量单位还有吨(t),与国际单位制并用,写成国际制基本单位就是兆克(Mg);力的单位还有千牛(kN)、兆牛(MN)等,即在牛前面加上适当的词冠。

$$1\text{t} = 1\text{Mg} = 10^3\text{kg}, 1\text{kN} = 10^3\text{N}, 1\text{MN} = 10^6\text{N}$$

国际制的辅助单位中, 平面角的单位为弧度(rad), 与其并用的单位有度(°)、分(')、秒('')。国际制词冠如下表:

表 12-1 国际制词冠

因数	词冠	代号	因数	词冠	代号
10^{18}	exa	艾 E	10^{-1}	deci	分 d
10^{16}	peta	拍 P	10^{-2}	centi	厘 c
10^{12}	tera	太 T	10^{-3}	milli	毫 m
10^9	giga	吉 G	10^{-6}	micro	微 μ
10^6	mega	兆 M	10^{-9}	nano	纳 n
10^3	kilo	千 k	10^{-12}	pico	皮 p
10^2	hecto	百 h	10^{-15}	femto	飞 f
10^1	deca	十 da	10^{-18}	atto	阿 a

在工程单位制中, 公斤、吨是力的单位; 而在国际单位制中, 公斤、吨却是质量的单位。在研究问题时必须注意加以区别。

例 12-1 (a) 使 1kg 重的物体获得 1m/s^2 的加速度, 需要用多少公斤的力? (b) 质量为 1t 的重物重量为多大?

解

(a) 这里力以公斤为单位, 故用的是工程单位制, 质量应写为工程单位。

$$m = \frac{P}{g} = \frac{1}{9.81} = 0.1019 \text{ 工程单位}$$

故所求的力

$$F = ma = 0.1019 \times 1 = 0.1019 \text{ kg}$$

在国际单位制中, 使质量为 1kg 的物体获得 1m/s^2 的加速度所需的力为 1N, 故

$$1\text{N} = 0.1019 \text{ kg}$$

或

$$1\text{kg} = \frac{1}{0.1019} = 9.81\text{N} \quad (12-10)$$

这是两种单位制中力的大小换算公式。

(b) 这里质量以吨为单位, 故用的是国际单位制, 由 (12-9) 式

$$P = mg = 1000 \times 9.81 = 9810\text{N} = 9.81\text{kN}$$

3. 惯性参考系 古典力学的适用范围

在 § 8-1 和 § 10-1 中, 我们都谈到了参考系的问题。对于不

同的参考系,质点运动的描述如轨迹、速度和加速度等,将有所不同。在运动学中,这不会带来什么问题,参考系的选择可以是任意的。但在动力学中,在应用动力学基本定律时,所谓“静止”、“匀速直线运动”、“加速度”等,必须明确相对于哪一参考系。

例如,当汽车开动或刹车时,在车上观察(即对于与车厢固结的参考系),可以看到乘客的上身突然向后或向前倾。乘客上身并未受外力推动,但加速度却由零变为非零,可见对于相对于地面加速运动的参考系,动力学基本定律不能适用。故在应用动力学基本定律时,参考系不能任意选取。

实验和实践证明,对于与地面固结的参考系,牛顿运动定律在绝大多数工程问题中是足够准确可用的。参考系相对于地面的加速运动不显著时,牛顿运动定律的应用与在地面时的差别不大。在匀速直线移动的巨轮上,力学现象与在陆地上或船停时完全一样,因此在封闭舱内的乘客难以察觉轮船是否正在航行。

动力学基本定律在其中能正确成立的参考系,称为**惯性参考系**,简称**惯性系**。在一般问题中,与地球固结的参考系或相对于地面作惯性运动的参考系,可近似地看作惯性系。实际上,地球既有自转,又绕着太阳公转,故在研究行星或宇宙飞船的运动时,应将参考系的原点取在太阳系的中心,三个坐标轴指向三个恒星。以后如不加说明,总是将与地面固结的参考系看作惯性系。

以牛顿三定律为基础的力学,通常称为**古典力学**或**经典力学**。它的科学体系主要是在十五至十七世纪内,在机器的应用和航海事业的发展等生产条件下形成的。古典力学的形成,是人类对自然界机械运动的认识的巨大飞跃。

由于生产和科学技术的发展,人们对客观世界认识的不断深入,本世纪初通过科学实验发现,古典力学原理只是正确反映了宏观物体作低速机械运动时的客观规律。当物体运动速度接近光速

时, 古典力学的一些概念和定律就不再适用, 须用相对论力学的规律。当研究电子、核子等质量很小的微观粒子的运动时, 古典力学也往往不适用, 须用量子力学的规律。

近代科学技术的发展, 越来越明确了古典力学的适用范围, 并把它概括在更加普遍的规律之内, 但并没有否定它的相对真理性和实用价值。直至今日, 动力学基本定律仍然是解决一般工程问题以至宇宙航行问题、天体运行问题等的力学理论基础。

思 考 题

1. 要使车子在水平直线轨道上匀速前进, 为什么还需不断对它施加水平推力? 这与惯性定律有无矛盾?

2. 若不计空气阻力, 自由下落的石块与向下扔(即给以向下的初速)的石块, 哪一个加速度较大? 为什么?

3. 已知月球表面的重力加速度约为在地球表面时的 $1/6$ 。问: 体重 60kg 的人在月球上时体重将为多少? 他在月球上时质量又为多少?

4. 用天平或中国式的杆秤称出的, 是物体的重量还是物体的质量, 上题的人如在月球上用磅秤称量, 与在地球上称量的结果有无不同?

5. 电梯里放一重物, 问在下述几种情况中重物对地板的压力如何, 比较这几种情况中的压力大小。(a) 电梯静止不动; (b) 电梯匀速上升; (c) 电梯匀速下降; (d) 电梯减速上升; (e) 电梯减速下降。

6. 以下说法(或图)是否正确? 如果有错误, 应怎样修改? (a) 质点如有运动, 则一定受力, 其运动方向总是与所受力的方向一致。(b) 质点运动

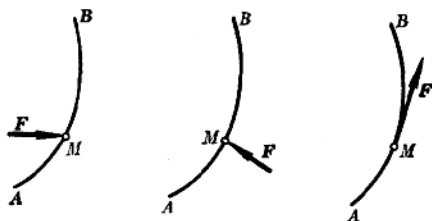


图 12-4

时,速度大则所受力也大,速度小则所受力也小,速度为零则不受力。(c)质点 M 沿曲线 AB 运动(图12-4),它所受的力 F 如图示。(d)人用300N的力推车子,车子若能加速前进,则车子给人的反力必小于300N。

§ 12-3 质点动力学基本方程

动力学第二定律给出了质点动力学基本方程,它说明了质点运动的变化与它所受力之间的关系。这是一个矢量方程。为了便于运算,常将它改写成投影式。下面分别研究采用弧坐标或直角坐标时的投影式。

1. 切向和法向投影式

设用弧坐标法研究质点的运动。质点的轨迹为已知平面曲线(图12-5), Oxy 为惯性参考系。将(12-1)式两边投影到轨迹的切线和法线上,投影轴的正向如图所示, t 轴指向弧坐标 s 增加的一边, n 轴指向曲线的凹侧。得

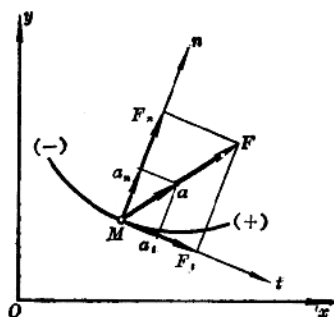


图 12-5

$$\left. \begin{aligned} ma_t &= \Sigma F_t \\ ma_n &= \Sigma F_n \end{aligned} \right\} \quad (12-11)$$

(为简便计,图中的 F 代表 ΣF)。由 § 8-3 知

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}, \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{\left(\frac{ds}{dt}\right)^2}{\rho}$$

式中 ρ 为轨迹在 M 点的曲率半径。故有

$$m \frac{dv}{dt} = \Sigma F_t, \quad m \frac{v^2}{\rho} = \Sigma F_n \quad (12-12)$$

上式可称为用弧坐标表示的质点运动微分方程。