fuzzy

模糊数学及其应用

天津科学技术出版社

模糊数学及其应用

贺仲雄 编

天津科学技术出版社

模糊数学及其应用

贺仲雄　编

*

天津科学技术出版社出版

天津市赤峰道124号

天津新华印刷一厂印刷

天津市新华书店发行

*

开本 850×1168毫米 1/32 印张 12 字数 282,000

一九八三年一月第一版

一九八三年一月第一次印刷

印数：1—17,000

统一书号：13212·46　定价1.50元

前　言

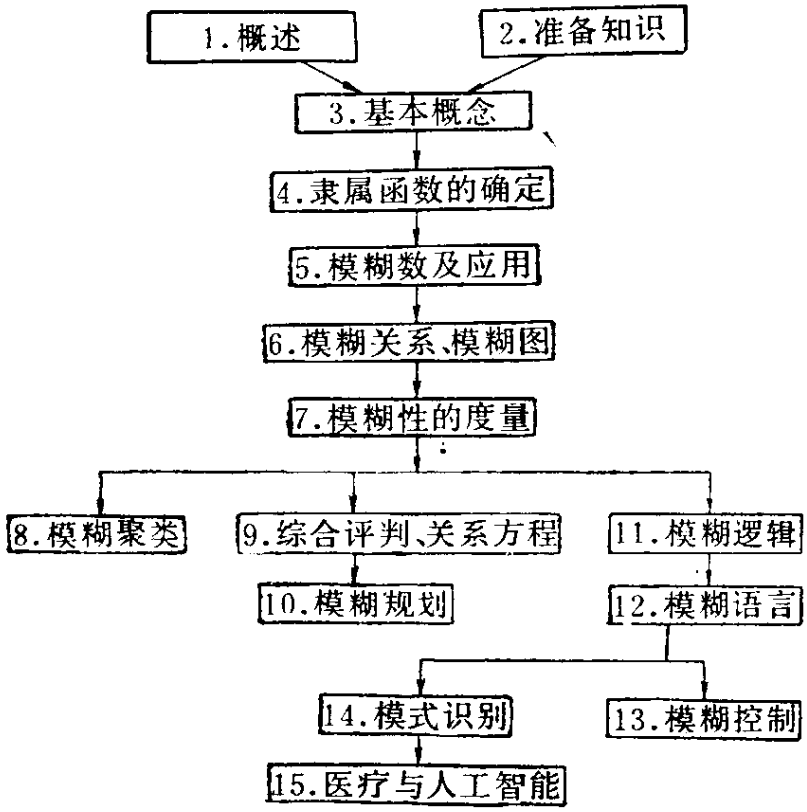
模糊数学是一门崭新的学科。它自1965年由美国著名控制论专家查德（L·A·Zadeh）教授创始以来，发展十分迅速，到1981年时，据不完全统计，全世界已有论文二千余篇；其应用的涉及面极为广泛，几乎遍及理、工、农、医以及社会科学的各个领域。我国的模糊数学研究始于七十年代中期，虽然到现在仅只是五、六年的时间，但发展也很快。根据1981年 3 月间的部分资料统计，全国已提出论文290篇。

本书是在北京市数学学会模糊数学专业组的大力支持下，以笔者所编的讲义《模糊数学及其在电子计算机上的应用》为基础而改编的。陈永义、余康元，赵卫国以及隋志强、刘卫星等也为本书的编写作了不少工作。

本书主要取材于1980年和1981年法国卡夫曼（A·Kaufmann）教授和桑杰斯（E·Sanchez）教授，日本菅野道夫教授等来华讲学的资料，以及在国内各次模糊数学学术会议上一些同志所宣读的论文。另外，在写作过程中还参考了汪培庄、楼世博、袁加祖等同志编写的讲义，力争作到内容简明、应用具体，以便读者读了这本入门书后就能立即应用。对于稍为复杂或专业性太强的章节都冠以“*”号，初学者可先略去不看。

本书除对模糊拓扑、模糊测度以及模糊代数系统等没有涉及外，基本上描绘了模糊数学概貌，并在第二章内列举了准备知识。因此，读者只要具有微积分、概率和矩阵的初步知识就可以读懂，并不需要更深的数学基础。为便于读者学习中循序

渐进，这里列出了阅读各章的系统表。



感谢天津科学技术出版社和北方交通大学对本书出版的支持和帮助，感谢 A•Kaufmann、E•Sanchez、菅野道夫、蒲保明、吴从炘、吴学谋教授、汪培庄、刘应明、张文修、欧阳绵副教授和《模糊数学》、《Fuzzy Set and Systems》编辑部以及国内外论文和资料作者们的大力协助。笔者水平有限，缺点和错误在所难免，恳请大家批评指正！

北师大的汪培庄先生及研究生、进修教师多人和赵红协助校订本书，一并致谢！

贺仲雄

1982年4月于北方交通大学

内 容 提 要

模糊数学诞生于1965年，到现在仅有十几年的历史。我国引进和研究这门学科只有五、六年时间，但因为模糊数学具有较强的生命力和渗透力，所以发展十分迅速；目前已在气象预报、医疗诊断、探矿、控制论、人工智能以及经济学、心理学和社会科学的各个领域取得初步的成果。

本书结合国内外应用实例深入浅出地介绍模糊数学，层次分明地叙述了模糊数学的各个分支，是一本入门性的实用书籍。

阅读本书的准备知识列在第二章。这本书可供中专以上文化程度的理、工、农、医各科的科技人员和学生阅读，也可以作为模糊数学讲习班的试用教材。

书后附有法国著名模糊数学家卡夫曼教授收集整理的三个系列的模糊数学资料目录，可帮助读者了解这门学科的国际动态。

目　录

第一章　模糊数学的诞生和发现

本章是概论性质，其中阐明了模糊数学诞生的历史背景和发展过程。因为它具有强大的生命力和渗透力，所以模糊数学的应用触角已触及到国民经济领域的各个学科。

本章还要说明应该怎样学习和应用模糊数学这个崭新的学科。

§1-1　精确数学与模糊数学

提起数学来，人们自然会联想到“精确”二字，但本书却讲的是“模糊数学”，那么什么是“模糊”呢？它又是怎样和数学联系起来的？

所谓“模糊”一字是译自英文“Fuzzy”，在字典上它除了有“模糊的”含意之外，尚有“不分明的”，和“边界不清的”意思。现在一般都译作“模糊”，也有人译作“不分明”，更有人音义兼顾地译作“弗晰”和“勿晰”等等。

模糊数学是用数学方法研究和处理具有“模糊性”现象的数学。这里所谓的模糊性，主要是指客观事物差异的中间过渡中的“不分明性”。这在日常生活中俯拾皆是，例如“高个与矮个”、“清洁与污染”、“美与丑”、“有矿与无矿”、“冷与热”等等…都难以明确地划定界限。

精确数学是建立在集合论的基础上，根据集合论的要求，一个对象对于一个集合，要么属于、要么不属于，两者必居其一，且仅居其一，绝不允许模棱两可！因此一个集合到底包含

哪些事物（这叫作集合的“外延”）必须明确，这是最起码的要求。由于集合论的这个要求，就大大地限制了它的应用范围，而使它无法处理日常生活中大量的不明确的模糊现象与概念。

随着科学的发展，过去哪些与数学毫无关系或关系不大的学科如生物学、心理学、语言学以及社会科学等等，都迫切要求定量化和数学化，这就使人们遇到大量的模糊概念，这也正是这些学科本身的特点所决定的。人们决不能为迁就现有的数学方法而改变由于这些学科的特点而决定的客观规律，而只能改造数学，使它应用的面更为广泛，模糊数学就是在这样的背景下诞生的。

模糊数学诞生于1965年，它的创始人是美国自动控制专家査德（L.A. Zadeh）教授，他在第一篇论文“模糊集合”（Fuzzy set）中，引入了“隶属函数”这个概念，来描述差异的中间过渡，这是精确性对模糊性的一种逼近，因而他首次成功地运用了数学方法描述模糊概念，这无疑是一个开创性的有意义的工作。十六年来的实践表明，这个方向具有强大的生命力和渗透力。这门学科得到迅速发展的原因也正在此。

§1-2 计算机科学是模糊数学的摇篮

模糊数学从它诞生的那天起，便和电子计算机的发展息息相关，相辅相成。毫不夸大地说：没有电子计算机，便没有模糊数学。另一方面若没有模糊数学，电子计算机的应用也会大大受到限制。因为利用模糊数学构造数学模型，来编制计算机程序，可以更广泛、更深入地摸拟人的思维，从而提高电子计算机的“智力”。那么什么叫电子计算机的智力呢？这要从历史谈起。

1830年英国剑桥大学教授C·巴贝奇（C·Babbege）曾提

出用机器存储、处理信息，并且设计了图纸，但限于当时的条件，无法制造出来。到1936年英国数理逻辑专家图灵（A·T-uring）在长期观察计算员的工作后，总结出机器的瞬时描述——指令概念，从而奠定了计算机理论的基础。1946年第一台电子计算机问世后不久，图灵又在《计算机的智力》一文中预言："我相信在本世纪末，人们可以自由地谈论机器思维，而不致遭到反对。"他并且给出了判断机器思维的准则，就是看机器能否在一定条件下模仿一个人，把问题回答得很好。根据这个准则，我们便可以来判别计算机的智力。

例如，在某个工程中，遇到一个1000阶线性方程组，并准备用消元法去解它，这时的数学模型是清楚的。遇到的困难只是太繁琐，步骤多得惊人。但是这些步骤是机械的，每步的数学含义是十分明确的。因此程序人员便可以选用一种适当的计算机形式语言，（例如采用ALGOL，FORTRAN等等）排出严格的程序，让计算机去执行它。而计算机又依靠其运算的神速，便能很快地得到解答。从这个角度看来，计算机的确能"超过"人！又如在1976年阿泊尔（K·Appel）等用计算机证明了图论中的著名难题——四色问题，以致使不少人惊呼："这简直是计算机对人类智力的嘲弄！"

计算机真的比人还"聪明"吗？不、决不是的！这只要从另一个角度来看就会明白。例如看电视时，要求把图象调得更清晰一些，这是对于小孩子都能轻而易举办到的事，但对于计算机说来却是一个大难题了。这是为什么呢？因为更清晰一些这个概念是不明确的，也就是说清晰和不清晰甚至于更清晰都没有明确的界限，因此不能用精确数学来描述它，也就无法编制程序。从这个角度说来，计算机的"智力"还不如一个三、四岁的小孩子呢！

随着科学的发展，单靠过去那种"手工式"的脑力劳动是

困难的,需要更广泛地借助于电子计算机这个有力的工具。这就给计算机科学提出了一个很重要的任务——不断地提高电子计算机的“智力”，使它能够摸拟人脑的思维方法，去应付复杂多变的环境。例如让计算机自动驾驶汽车、自动吊装大建筑物、自动调节排灌系统。或让计算机去参加心理学、经济学、社会科学领域的一些活动。甚至于让计算机进行公安侦破，直接去识别罪犯，如果已查明罪犯是个“大胡子”，对于人来说，这个特征是很容易识别的。但对于电子计算机说来，却是“一筹莫展”了，因为没有恰当的数学语言去描述大胡子这个特征，因此也就无法编制程序，让计算机去“理解”这个概念的含意。除非预先去测定和精密计量人的胡须的长度、直径、以及以每平方厘米有多少根为定义的“胡须密度”不可！如果有人真这样作的话，那岂不是大笑话吗？

以上所述，电子计算机“智力”的发展，其主要障碍就在于：现在的数学无法全部、真实地反映人脑的思维活动。我们知道人类实际的思维活动具有两方面的特征，其一是，直觉与严格性的有机结合，可以进行整体性、平行性的思考，因而就必须具有模糊性。其二是，推理过程，具有逻辑的和顺序的特点，因而又必须是形式化的。

关于形式化思维，可以用数理逻辑的方法把它数学化，从而用形式语言把它编成程序让计算机去做。但是，人脑的大量思维，却是具有模糊性的，这在人与人的日常交往中表现得很突出，而现有的数学却对此无能为力。但是，科学要发展，电子计算机也要发展，人们决不能为迁就使用现有的电子计算机而使思维迂腐起来，因此必须寻找新的途径来解决这个问题，这就需要对已有的一些数学概念进行本质上的改造。而模糊数学就是在这个基础上产生的，因此有人认为：计算机科学是模糊数学的摇篮。它将随着计算机的发展而壮大、成长，并深入

到国民经济的各个领域中去。特别是“人工智能”、“模式识别”等方面，更是离不开模糊数学，因为采用模糊数学模型编制程序可以使计算机“灵活”起来，以便对付难以预测的复杂环境，例如机器人上街买菜等等。

§1-3 大系统的出现与不相容原理

随着科学的深化，研究的对象就越加复杂，而复杂的东西是难以精确化的，这是一个突出的矛盾。这种矛盾正随着电子计算机的发展而日益激化。一方面是严密的程序要求高度的精确，另一方面，机器所执行的任务更加复杂，必然涉及到大量的模糊概念。这就是“大系统”出现所带来的突出的矛盾。以致使许多科技工作者从实践中总结出来一条所谓的“不相容原理”（也叫“互克性”原理）。即：“当一个系统复杂性增大时，我们使它精确化的能力将减少。在达到一定阈值（即限度）之上时，复杂性和精确性将相互排斥。”

这也就是说复杂性越高，有意义的精确化能力就越低。而复杂性却意味着因素众多，以致使人们无法全部、认真地去进行考查，而只抓住其中重要的部分，忽略掉次要部分，但这有时会使本身明确的概念也变得模糊起来。

一个大系统，如果用传统的方法，有时需要解几千个微分方程，这实际上是既不经济，又不必要。因为我们只要正视模糊性，找寻一套处理模糊性的数学方法，结果这样问题就会变得简单起来。从某种意义上来说，是寻求架在形式化思维和复杂系统之间的一座桥梁。通过它可以把多年积累起来的，形式化思维的数学成果应用到复杂系统中去。而这座桥梁就是模糊数学。它可以通过少量的信息而得到大量的成果。

§1-4 隶属函数是描述模糊性的关键

模糊数学不是让数学变成模模糊糊的东西，而是将数学打入具有模糊现象和模糊概念的各个知识领域中去，因此我们决不能把“模糊”两字看成消极的贬义词。因为大量的事实表明，许多事物过分地追求精确反倒更模糊，适当地模糊反而可以达到精确的目的。而其关键在于应如何寻求适当的数学语言来描述事物的模糊性。

L·A·查德是著名的美国控制论专家，工作性质使他多年来战斗在精确性和模糊性搏斗的疆场；回旋于“人脑思维”、“计算机”与“大系统”的矛盾之中。为了从根本上解决问题，他重新研究了数学的基础——集合论。揣摩数学与人脑思维究竟是从何处分离？他发现了集合论实质上是扬弃了模糊性而抽象出来的，是把思维过程绝对化，从而达到精确、严格的目的。即一个被讨论的对象x，或者具有某种性质，记作$x\in A$，或不具有这种性质，记作$x\notin A$，两者必居其一，决不允许模棱两可，从而忽略了x具有这种性质的程度上的差异。但是这种差异有时却是很重要的。例如在医疗诊断中“四肢无力”这个症状，有的是在劳累后稍有疲乏感，而有的几乎却是瘫痪。因此在医生处方时，必须考虑到“四肢无力”这个模糊概念的程度。

与集合论相对应的是二值逻辑，在二值逻辑中一个命题（即一个意义明确的陈述句）或者为真，或者为假，也是两者必居其一。这种绝对的思维方法由来已久，虽然在历史上和现在都起了很大的作用，但是毕竟不能完全反映客观现实。而一些著名的悖论（即取真、假都出现矛盾的命题），例如罗素（Russell）悖论、康托尔（Contor）悖论等等都是这种矛盾