

K. 怀尔德默德

唐 尧 千

原子核的统一理论



原子能出版社

原子核的统一理论

K. 怀尔德默德

唐尧千

原子能研究所原子核理论组译

原子能出版社

内 容 简 介

本书用微观理论统一探讨了所有低能原子核现象。第一章至第四章给出这一理论的数学表述。第五章至第七章是对束缚态、散射和核反应问题应用的举例。其后各章是在该理论框架内讨论原子核系统一些重要性质。

本书可供核物理研究人员及大专院校有关专业师生参考。

原 子 核 的 统 一 理 论

K. 怀尔德默德

唐 尧 千

原子能研究所原子核理论组译

原子能出版社出版

(北京2108信箱)

北京印刷一厂印刷

(北京市西便门)

新华书店北京发行所发行·新华书店经售



开本 $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ · 印张 15 · 字数 390 千字

1983年 8 月 第一版 · 1983年 8 月 第一次印刷

印数 1—2,500 · 统一书号: 15175 · 477

定价: 2.20 元

译者序言

1937年惠勒 (J. A. Wheeler) 在描述原子核运动时引进集团的概念。认为每个原子核由数个核子集团构成, 集团中的核子像构成分子的原子中的电子一样呈共振现象。因此, 惠勒在当时命名他所提出的原子核模型为“共振群结构”(Resonating group structure)。

自从1937年以后, 虽然有人用这模型研究过原子核的结构与反应, 但总的说来, 这个原子核模型发展是缓慢的。五十年代末期怀尔德默德 (K. Wildermuth) 等开展了一系列的研究, 并与唐尧千等人建立了统一处理原子核结构与反应的理论与方法, 原子核的集团模型才在新的理论框架下得到进一步的发展。用这方法研究原子核(尤其对较轻的原子核)的结构与反应是有效的。怀尔德默德与唐尧千根据他们的工作经验, 综合当前该学科领域的发展, 写成此书。

七十年代初, 我国部分科学研究机构和高等院校, 开始进行原子核集团结构的研究。原书的出版, 对我国科研人员在了解该学科领域的概况, 掌握具体的理论计算方法, 以及追寻某些特殊课题的发展线索等方面曾起到有益的作用。为了便于我国读者参考起见, 我们将该书译成中文。前言、第一章、第十八章由金星南同志翻译, 第二、三、四章由郑玉明同志翻译, 第五章由卢兆启同志翻译, 第六、七章由张锡珍同志翻译, 第八、九章由和音同志翻译, 第十、十一章由施义晋同志翻译, 第十二章由陈宝秋同志翻译, 第十三、十四章由韩文述同志翻译, 第十五章、第十七章由萨本豪同志翻译, 第十六章由赵小麟同志翻译。最后由金星南同志审校了全部译稿。

鉴于译者们的水平有限, 译文难免有欠妥之处, 务请海内外

同志们、朋友们不吝指正，实为幸甚。

译者
一九八二年四月

前 言

本书的目的是阐明一个原子核的微观理论，用这理论可以从一统一观点来探讨所有的低能核现象。在这理论中，泡利原理将完全加以考虑，并常用平移不变性的波函数。这理论也是相当灵便的，它可用来研究核子引起的反应，也可用来研究任何复合粒子引起的反应。

在全书中，我们尽量使基本的物理概念易于理解。这样，就常常要牺牲数学上的严格性以利于明确表达这些观点。我们希望这本书能对在原子核物理学领域里做研究工作的许多物理学家（实验的与理论的）均有所用处。

从第一章到第四章将给出这理论的数学形式。关于束缚态、散射、反应的数值例子主要将在第五章到第七章中叙述。从第八章到第十五章，我们将在这理论框架内讨论原子核系统的普遍性质。最后，在第十六章和第十七章内，我们将给出一些特殊例子，不作具体计算，而应用这一理论所具有的普遍物理观点可以对这些事例作定性的或半定量的理解。

我们的很多同事们给了我们有价值的建议和建设性的评述。他们是：R. E. Brown, D. Clement, F. Gönnenwein, E. Kanellopoulos, P. Kramer, E. Schmid, H. Schultheis, R. Schultheis, G. Staudt, W. Sünkel, D. R. Thompson。我们对他们表示深切感谢。

我们也对W. Pilf, S. Smith, G. Tollefson表示感谢，他们在准备本书的手稿时，给予我们协助。我们对我们的夫人Erika Wildermuth与刘重庆在写成本书期间所表示的耐心和鼓励表示感谢。

K. 怀尔德默德

唐 尧 千

德国，杜平根

美国，明尼苏达，明尼阿波利斯

目 录

第一章 引论	1
1.1 概论	1
1.2 某些反应理论的困难	3
第二章 薛定谔方程的改写形式	7
第三章 核系统基底波函数的讨论	11
3.1 概论	11
3.2 集团关联的定性讨论	11
3.3 谐振子集团波函数的构成	13
3.4 以 ${}^8\text{Be}$ 的讨论作为例证	17
3.5 反对称化效应	22
3.5a 在方位阱中没有相互作用的费米子	22
3.5b ${}^8\text{Be}$ 的最低 $4^+ \alpha$ 集团态	24
3.5c 用 $t + {}^3\text{He}$ 与 $d + \alpha$ 谐振子集团表象描述 ${}^6\text{Li}$ 最低激发态在数学上的等价性	29
3.5d 提要	30
3.6 用谐振子集团表象定性地描述轻核的低能级	31
3.6a ${}^7\text{Li}$ 与 ${}^7\text{Be}$	31
3.6b ${}^6\text{He}$, ${}^6\text{Li}$ 与 ${}^6\text{Be}$	33
3.6c ${}^{16}\text{O}$ 的 α 集团态	35
3.6d 简评	38
3.7 广义集团波函数的构成	40
3.7a 雅可比坐标的引入	42
3.7b 参数坐标的引入	45
3.7c 贾斯特罗因子的引入	47

3.7d 提要	49
第四章 统一微观核结构与核反应理论的数学形式	50
4.1 概论	50
4.2 特殊例子	50
4.2a $n + \alpha$ 散射	50
4.2b $d + \alpha$ 散射	55
4.2c 讨论	57
4.3 对一般系统的推广	58
第五章 束缚态的计算	63
5.1 概论	63
5.2 矩阵元的计算	63
5.2a 以 ${}^8\text{Be}$ 为例用集团坐标技巧计算矩阵元	65
5.2b 以 ${}^8\text{Be}$ 为例用生成坐标技巧计算矩阵元	71
5.3 ${}^6\text{Li}$ 的基态和低激发态	79
5.3a 引言	79
5.3b 用含有硬心的核子-核子势的计算 ——贾斯特罗因子的精确处理	80
5.3c 用含有软心的核子-核子势的计算 ——贾斯特罗因子的近似处理	85
5.3d 用不含排斥心的核子-核子势的计算	91
5.3e 小结	96
5.4 ${}^{12}\text{C}$ 的 $T = 0$ 的低能态	97
5.5 ${}^7\text{Be}$ 的低能级	101
5.6 结束语	104
第六章 关于泡利原理的进一步评论	106
6.1 概论	106
6.2 集团重叠和泡利原理	106
6.3 能量上有利于集团在大原子核中存在	113
第七章 散射和反应计算	130
7.1 概论	130

7.2 耦合方程的推导	130
7.2a 单道问题	130
7.2b 耦合道问题	138
7.2c 用赫尔塞恩-科恩型变分函数的反应计算	141
7.3 定量结果	145
7.3a $^3\text{He} + \alpha$ 弹性散射	145
7.3b $\alpha + \alpha$ 散射的 $l = 0$ 相移	148
7.3c 在 $d + \alpha$ 散射中的特殊扭曲效应	153
7.3d 反应道对 $^3\text{He} + ^3\text{He}$ 散射截面的影响	155
7.3e $\alpha + ^{16}\text{O}$ 散射——生成坐标技巧利用	158
7.3f 在 ^5Li 的 $\frac{3}{2}^+$ 共振能级附近的 $p + \alpha$ 散射	161
7.3g 具有特殊扭曲效应的 $\alpha + \alpha$ 散射和 包含排斥心的核子-核子势	165
7.3h $p + ^3\text{He}$ 和 $n + t$ 散射计算	168
7.3i $t(p, n)^3\text{He}$ 反应的耦合道研究	169
7.4 结束语	172
第八章 一般核性质推导的初步考虑	175
8.1 概论	175
8.2 有效哈密顿量的引进	178
8.3 线性相关的消除	181
8.4 结束语	183
第九章 布拉脱-维格纳共振公式	184
9.1 概论	184
9.2 纯弹性散射的单能级共振公式	184
9.2a 共振公式的推导	184
9.2b 共振公式的讨论	189
9.2c 尖共振的存在	190
9.2d 单共振模型的讨论	195
9.3 纯弹性散射的多能级共振公式	197

9.4 包括非弹性过程和重排过程的	
单能级共振公式·····	201
9.4a 共振公式的推导 ·····	201
9.4b 共振公式应用于包括两个开道的特殊例子 ·····	205
9.5 非弹过程和重排过程中共振能级	
间的相互影响·····	214
9.5a 两能级的布拉脱-维格纳公式的推导·····	214
9.5b 一个特殊例子 ·····	219
9.6 阈附近分能级宽度的行为以及	
与能量有关的宽度近似·····	224
第十章 共振反应与同位旋混合 ·····	229
10.1 概论 ·····	229
10.2 在复合核区域中的同位旋混合 ·····	230
10.2a 两能级共振公式的推导·····	230
10.2b 以 ^8Be 中的16.62 MeV 和16.92 MeV 态	
作为特殊例子·····	236
10.3 在入射道中的同位旋混合 ·····	239
10.3a 定性描述·····	239
10.3b 在单一开道情况中的定量公式·····	242
10.3c 多开道情况的简短讨论·····	251
第十一章 复杂粒子的光学模型势 ·····	253
11.1 概论 ·····	253
11.2 弹性散射过程的光学模型描述·····	254
11.2a 关于光学势的初步提要·····	254
11.2b 纯弹性散射的光学模型势·····	255
11.2c 在有反应道时的光学模型势·····	263
11.2d 集团在靶核中的平均自由程·····	269
11.3 具体例子 ·····	271
11.3a $^3\text{He} + \alpha$ 散射 ·····	272
11.3b $p + ^{16}\text{O}$ 散射 ·····	274

11.3c $\alpha + {}^{16}\text{O}$ 散射	277
11.4 原子核间有效定域势的特征	281
11.4a 波函数等价定域势	281
11.4b 相位等价定域势	282
第十二章 直接反应	296
12.1 概论	296
12.2 普遍公式的推导	296
12.3 特例	305
12.3a ${}^3\text{He}(d, p)\alpha$ 反应	305
12.3b ${}^6\text{Li}(p, {}^3\text{He})\alpha$ 反应	308
12.4 泡利原理对直接反应的影响	310
12.4a 在平面波玻恩近似下直接反应机制研究	312
12.4b 用耦合道公式研究直接反应机制	316
12.5 结论	320
第十三章 关于重离子转移反应的一些讨论	323
13.1 概论	323
13.2 研究反对称化影响的特例	325
13.2a 低能 $\alpha + {}^6\text{Li}$ 弹性散射	325
13.2b 在高轨道角动量状态下 ${}^6\text{Li}(p, {}^3\text{He})\alpha$ 反应	329
13.3 原子核间有效势中奇偶性的进一步讨论	331
13.4 结束语	333
第十四章 集体态	336
14.1 概论	336
14.2 $K = 0$ 的偶偶核转动态	336
14.3 转动波函数的推广	350
14.4 转动组态的能量优选	356
14.5 转动能级间的电磁跃迁	360
14.6 与其它核转动态描述的关系	363
14.7 为中重核和重核中集体态的定量 研究而构成的内禀波函数	365

14.8 特殊例子	367
14.8a ^{20}Ne 中的 $\alpha + ^{16}\text{O}$ 集团态	367
14.8b ^{22}Ne 中的转动态	367
14.8c 回弯	369
14.9 结论	369
第十五章 与时间有关问题的简短讨论	371
15.1 概论	371
15.2 复合态寿命和它的能级宽度间的关系	371
15.2a 相移和时间推迟间的关系	371
15.2b 复合态寿命和其能级宽度之间的关系	373
15.2c 能级宽度的计算—— ^6Li 作为 衰变系统的一个例子	376
15.3 带有时间有关相互作用的时间有关投影方程	381
第十六章 对某些原子核问题的定性考虑	387
16.1 概论	387
16.2 镜像能级中的库仑能效应	387
16.3 约化宽度和 γ 跃迁几率	393
16.3a 原子核能级的约化宽度	393
16.3b γ 跃迁几率	397
16.4 邻核的能谱	400
16.5 原子核反应中的光学共振	402
16.5a 入射道中的光学共振	403
16.5b 在反应道中的光学共振	406
第十七章 原子核裂变	410
17.1 概论	410
17.2 裂变过程中的亚结构效应	411
17.3 裂变碎片质量分布	418
17.4 裂变核的形变能	420
17.4a 裂变过程的动力学考虑	420
17.4b 形变能计算——斯杜琼斯方法	424

17.4c 形变能计算——集团描述法.....	429
17.4d 讨论.....	435
第十八章 结论	439
附录 A——集团哈密顿量与雅可比坐标.....	443
附录 B——谐振子态的标记.....	448
附录 C——投影技巧的说明	449
附录 D——与传统的直接反应理论的关系.....	452
参考文献	455

第一章 引 论

1.1 概论

大量的实验与理论研究证实了原子核是由中子和质子组成的设想[HE32, IV32]。因此,从 A 个物体的系统的薛定谔方程

$$H\Psi(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A; t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \sum_{i=1}^A \nabla_i^2 + V(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A) \right] \Psi(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A; t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A; t) \quad (1.1)$$

导出含有 A 个核子的原子核的一切性质,或 A 个核子所参与的原子核反应的一切性质是可能的。上式中 $\tilde{r}_i$ 表示第 i 个核子的空间、自旋、同位旋坐标。

为实现此做法,我们必须解决两个问题:

(i) 我们必须知道原子核相互作用势能 $V(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A)$ 的特定形式。

(ii) 我们必须至少近似地求解 A 个物体的薛定谔方程。

核势的形式实际上还不完全知道。虽然,近年来人们逐渐相信核势初步地可以认为是所有核子对的两体势的叠加[BF71]。人们以前提出的各种两体势所存在的问题是这些势不能给出原子核饱和性质,即不能给出原子核的体积与核子数 A 成正比地增长的性质。这个困难导致人们设想[DR63]原子核相互作用除了二体势外,还须包含多体力。例如,在三体问题中,除了二体势外,还有三体力[BR73],人们可将原子核相互作用写为

$$V = V_{12} + V_{13} + V_{23} + V_{123} \quad (1.2)$$

但是,近二十年来,可相信的两体势已经发展到可以用来描述直到几百MeV的两核子散射数据[BE71, BR60, BR62, HU62],

与以前提出的两体相互作用是有差别的。这些势不仅包含强的张量成分与玛约兰纳（空间交换）成分，而且还有与速度有关的项或排斥心，这排斥心可以避免使两核子靠得很拢。这样改进的两体势可以产生饱和性[BE71]。所以，现在已逐渐清楚，不存在强的多体项（如 V_{123} ）的核势，也足以拟合核数据，其中包括饱和性质¹⁾。

我们将从唯象的观点来选择核势；我们假定核势只包含两体力，而且只要求两体势合理地符合两核子散射数据，给出正确的氘结合能，并具有合理的核饱和性[WU62]。在本书中将不讨论这样一个至今还悬而未决的问题，即通过判断，这些可能的核势中哪一个正确。因为这是相对论性量子论的一个问题。因之，我们的 A 个核子的薛定谔方程可写为

$$H\Psi(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A; t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2M} \sum_{i=1}^A \nabla_i^2 + \sum_{i < j}^A \sum_{j=1}^A V_{ij} \right] \times \Psi(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A; t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\tilde{r}_1, \dots, \tilde{r}_A; t) \quad (1.3)$$

为了作定量计算，我们讨论中所需要的典型两核子势将在第五章中给出。

我们采用的势将对应这种力，它们的作用没有传播推迟，所以不是相对论性正确的。当每个核子的动能小于其静止质量（约940MeV）时，忽略相对论效应以及应用非相对论薛定谔方程是合理的。在这能量限度下，我们可以认为核势问题多少已是确定的了。不管相对论理论的结果怎样，在低能极限下推出的势将与唯象势吻合。

现在，我们将把注意力转到第二个问题上来——我们将提出一个使用灵便的求解 A 个核子的薛定谔方程的常用近似方法。灵便性是必需的，因为某一原子核的性质与另一原子核的性质差异

1) 我们在本书中所谈的大部分一般论述，甚至当原子核相互作用势含有强的短程多体项时也是正确的。

很大，甚至每一原子核的一个能级的性质与另一个能级的性质差别也是很大的。所以必须要有一个十分普遍的方法，以致对每一个原子核状态，我们能够首先系统地用物理猜测来概括每个物理效应，这将有助于决定波函数的性质，然后再定量地检验和改进由我们的猜测所得到的近似波函数。

我们将看到，本书所讨论的方法是满足这种要求的。这的确是一个原子核的统一理论所需要的，因为它将从一个统一的观点考虑核反应与核结构。此外，我们用这方法可以了解现在流行的各种核模型之间的关系。而这些模型的发展是用来解释不同的核现象，通常看来它们似乎是彼此矛盾的。为了解决这些矛盾，可以指出泡利不相容原理起着根本的作用，因为这个原理大大地减少了不同概念之间的差别。

为了给出这方法，我们将把多体薛定谔方程改写成为投影方程。但是在做这事之前，我们将讨论一下为什么用通常的探讨多体薛定谔方程的方法，实际上不能推出这样的原子核统一理论。

1.2 某些反应理论的困难

我们不用与时间有关的薛定谔方程(1.1)作为研究反应的原始方程，而用与时间无关的薛定谔方程

$$H\psi = E\psi \quad (1.4)$$

因为方程(1.1)的与时间有关的任何解 Ψ 可用方程(1.4)的解 ψ 的线性叠加来表示。

如所周知，对 $A > 2$ 的方程(1.4)的严格解只能在很特殊的情况下找到。所以，一般人们必须要用近似方法来逐步逼近严格解。为了推导这些方法，人们通常将薛定谔方程(1.4)化为积分方程。其优点是，一开始就把已知反应问题的边界条件纳入解内了。

为了求这积分方程（李普曼-施温格方程），人们将哈密顿量 H 分成两个部分：

$$H = H_0 + H' \quad (1.5)$$

式中 H_0 是靶核与入射粒子没有相互作用的哈密顿量， H' 表示它们的相互作用。将方程(1.5)代入(1.4)，使得