

高等学校教材

换热设备动态特性计算

重庆大学 丁萃菁 编

水利电力出版社

(京)新登字115号

内 容 提 要

换热设备动态特性计算是分析、设计和改进换热设备及其控制系统的重要依据,是热能动力工程技术人员必需掌握的一门技术。

本书系统地阐述了建立换热设备的热力模型及进行动态计算的思路、理论和方法,主要内容包括各种换热设备模型,模型的近似及动态计算方法与计算实践。

本书是为电厂热能动力专业本科生和研究生编写的选修课教材,亦可供电厂热工自动化专业及有关技术人员参考。

高等学校教材

换热设备动态特性计算

重庆大学 丁萃菁 编

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 11.75印张 263千字

1993年6月第一版 1993年6月北京第一次印刷

印数 0001—2296 册

ISBN 7-120-01648-2/TK·263

定价3.10元

前 言

换热设备动态特性计算是分析、设计和改进换热设备及其控制系统的重要依据，是建立培训换热设备运行人员的仿真器之极为重要的部分。近年来在国内应用计算机研究换热设备的动态特性问题引起了人们的关注和兴趣，在一些高等学校、研究所和工厂开展了这方面的工作。本书作者多年来从事换热设备动态特性的研究和教学，曾编写“换热设备动态特性计算”讲义为热能专业的研究生、本科高年级学生讲授。1988年在高等学校热能动力类专业教学委员会会议上，本书被定为全国热能动力专业选修课教材。本书是根据这次会议审定的编写大纲，在原有讲义的基础上进行了修改、补充而写成的。

本书的中心内容是讲述换热设备的动态模型及其动态过程仿真的思路、理论和方法。全书共分六章。第一章对换热设备动态特性预测的重要意义和方法等作了概述；第二章讲述了用理论分析法建立热物理模型的基本理论和方法以及各种型式换热器的动态模型；第三章讲述了对换热设备的动态模型的分布参数、非线性等作近似处理的各种方法；第四章介绍了在进行换热设备动态特性计算时，模程可选择的四种不同的表达形式和方法（即传递函数、复变数方程组、线性化偏差方程组以及实变量微分方程组等方法）；第五章讲述了快速增广矩阵法和半隐式龙格库塔法分别在线性和非线性模型中的应用及具体编程计算方法与实例；第六章讲述了换热设备的动态响应及其影响因素，还对稳定性进行了分析。

在本书的编写过程中，重庆大学自动化系王学勤副教授为本教材翻译、整理了部分外文资料，并对第六章第三节的编写提出了宝贵意见；重庆大学电厂热能动力专业研究生陆向阳、聂春明、郑祖坤、苟国楷等同志为本书收集编制程序和计算做了不少的工作。本书主审人重庆大学郑体宽教授对文稿进行了仔细地审阅，提出了宝贵的意见，在此一并表示衷心感谢。

由于时间仓促，又限于编者的水平，书中难免存在缺点和错误，敬请读者批评指正。

编者

1990年3月

目 录

前 言	
第一章 绪 论	1
第一节 预测换热设备动态特性的重要意义	1
第二节 预测动态特性的方法及步骤	1
第三节 动态特性的数学表达式	3
第二章 换热设备的数学模型	11
第一节 关于换热设备的结构	11
第二节 换热器的基础方程	13
第三节 管式换热器的动态模型	18
第四节 板式换热器的动态模型	23
第五节 回转蓄热式换热器的动态模型	30
第六节 换热设备的动态模型	32
第七节 换热器系统动态模型的矢量形式	34
第八节 分支与混合流段的模型	36
第三章 换热设备动态模型的近似方法	40
第一节 换热设备动态模型的简化问题	40
第二节 模型的非线性的处理方法	41
第三节 分布参数的近似方法	43
第四节 加权残值法	56
第五节 高阶集总参数模型的近似方法	64
第四章 换热设备动态方程的求解方法	79
第一节 概述	79
第二节 传递函数法	79
第三节 复变数方程组法	93
第四节 线性化偏差方程组法	110
第五节 实变量微分方程组法	116
第五章 换热设备的动态计算	126
第一节 概述	126
第二节 换热设备线性模型的计算	127
第三节 换热设备的非线性模型的计算	134
附 1 线性模型计算程序	141
附 2 非线性模型计算程序	145
第六章 换热设备的动态特性分析	153
第一节 换热设备的动态响应	153
第二节 影响换热设备动态特性的各种因素	165
第三节 换热器的稳定性分析	171
参考文献	180

第一章 绪 论

第一节 预测换热设备动态特性的重要意义

对于换热设备控制系统的设计和整定,通常仅凭经验预估的动态参数作为依据,而且设备自身的设计和改进也只根据静态计算和静态试验来进行,而未对换热设备的动态性能及其对变工况的适应能力进行定量分析和评定,因此,很难保证设计或改进后的换热设备具有良好的动态控制性能,其控制系统的设计也很难成功,更难以实现调节器参数的最佳整定。实践证明,造成换热设备控制系统的失败常常是由于对设备的动态特性预估不正确而引起的,因此能够较准确地预测换热设备的动态特性,无论是对一个新的设备及其控制系统的设计,还是对已有设备的改进和控制系统的整定,都是十分重要的。特别是,随着热工过程自动控制水平的提高,要实现换热设备及其控制系统的优化设计,就更加迫切需要预知设备的动态特性,并对设备的变工况、启停过程及其事故状态进行模拟研究,以便预先判断设备的运行和控制性能,预估在这些状态下,其热力参数是否超过规定的限度,运行经济性是否符合预定的指标。另外,对运行人员进行培训的模拟操作台也需要设备的动态特性。因此预测设备的动态特性在现代设计研究中已逐渐成为不可缺少的部分。

第二节 预测动态特性的方法及步骤

通过试验、理论分析这两种方法可测定、预测换热设备的动态特性。

试验时,可采取时间域法,人为地输入一个特定的扰动(阶跃或矩形脉冲),用快速记录仪等测定设备输出的阶跃响应或脉冲响应,然后根据响应曲线求得换热设备的动态模型;或者采取频率域法,以专用的信号发生器输入正弦波,测定其输出的频率特性。其中阶跃响应曲线能比较直观地反映设备的动态特性,其试验方法也较简单,因此阶跃响应法的应用较普遍。然而,这些试验方法都需要对设备输入较为显著的扰动(通常阶跃扰动幅值为设备额定负荷的10%~15%,矩形脉冲的幅值可达额定负荷的20%~30%),当设备从正常运行状态转入试验状态时,会引起设备过大偏离正常工况,影响正常生产,因此它们属于离线识别的范畴。此外,还有一种近年来为工业生产所采用的统计方法,这种方法只是输入一种随机信号(即随时间而随机变化的信号,如白噪声之类),该信号加在设备上不致造成设备过大地偏离正常运行状态。这种方法有时甚至可以不加专门的信号,直接利用正常运行状态下所记录的大量数据进行统计分析,得到输出与输入之间的关系。对于应用计算机控制的换热设备来讲,也可利用计算机自动处理大量信息,进行复杂的运算,得到设备的动态特性。因此,这种统计方法属于在线识别的范畴,对生产影响很小,或根本不影响生产。

理论分析方法是分析换热设备的内部热物理过程出发,建立有关参数在动态过程中的关系,即基本的动态方程组(或称动态数学模型),再根据换热设备的已知数据,包括热力计算数据、水动力计算数据及结构尺寸等进行模型方程的系数计算,然后对动态方程组求解,或根据数学模型在计算上对换热设备的动态过程进行模仿,即动态过程仿真。此法的具体步骤是:

1. 确定建立动态模型的目的和范围

随着模型的用途不同,换热设备动态模型的复杂程度差异极大。譬如,就一台中等容量电站锅炉这样的实际换热设备而言,在专门研究锅炉的动态特性时,将锅炉划分为十多个环节来建模,其模型的阶数通常高达几十到上百阶;而当研究电力系统的动态特性时,处于系统中的锅炉可视为单一环节,可用低至2阶的模型来描述。

2. 提出合理的简化假设

换热设备的实际过程是非常复杂的,它既涉及到介质的流动,介质与金属壁的传热,又涉及到介质及能量的蓄存与释放,以及工质的状态参数变化等。因此,首先应根据实际换热设备的结构、传热方式以及介质的性质等将设备划分为若干环节构成简化的物理模型,然后从各环节内部的热物理过程出发,并抓住其过程的主要特征和本质,提出合乎实际的若干假定,这样既能合理地简化问题,又能在不失真的情况下建立反映动态过程的数学表达式。对换热设备的动态特性起主要作用的是热物理过程,因此首先要对换热器的热物理过程进行分析,然后,在此基础上考虑其他因素的影响,建立完善的数学模型。

3. 建立动态数学模型

应用描述流动及换热过程的动量、质量和能量守恒方程,蓄热方程,传热方程,状态方程等建立各个参量之间的关系,组成动态方程组,即动态数学模型。

4. 选取计算方法并确立仿真模型

按模型的类别选取方程组的求解方法,并根据所选取的求解方法作出相应的数学表达式(仿真模型)。如对线性模型可采用差分、积分法或者传递函数法,对非线性模型选用数值积分法。

5. 编程

根据仿真模型,编制上机程序,在计算机上进行换热设备动态过程的仿真。

6. 模型的完善化

将换热设备理论模型的仿真结果与现场动态试验数据(或曲线)相对照。因为建模时对实际的热工过程作了简化假设,因此按理论计算得到的动态特性有一定的近似性,应分析它是否合理并与精度较高的试验曲线比较,若偏离超过允许的误差,则需要修改理论模型直到合乎实际的要求,使模型完善化。

精度较高的试验模型虽是理论模型的检验依据,然而,当换热设备及其控制系统尚处于设计阶段时,不可能得到试验模型,而只能根据理论模型进行设计分析和运行工况的仿真研究。还有,对于进行试验有困难的场合也只有采用理论模型。因为理论计算法主要是以计算机为工具,不受现场试验条件限制,在机上进行设备各种工况的仿真试验,对生产不会造成影响和损失,而且投资少,易于实现。特别是对于大型换热设备,采用理论计算

法具有突出的优点。因此理论计算方法具有实用价值。

计算技术的发展和计算机的广泛应用,给理论计算换热设备的动态特性创造了良好的条件,使建立更接近实际的理论模型,在计算机上更逼真地模仿设备的动态过程成为可能,为设计和研究提供可靠的依据。目前,在工业发达的国家(如美国、苏联、日本、法国等)已将动态特性计算列入换热设备设计中不可缺少的部分。在我国,对换热设备动态特性的研究也做了不少工作,有关设计和生产部门开始加以重视,并将研究成果应用于实际。

本书限于用理论分析法预测换热设备的动态特性。

第三节 动态特性的数学表达式

按照试验法、理论分析法或理论分析与试验相结合的方法建立的模型分别称为经验模型、理论模型和混合模型。为满足各种要求,这些模型可能是集总参数或者分布参数模型,也可能是线性或者非线性模型。就同种模型来说,可以采用微分方程、传递函数、状态空间方程、积分方程等数学表达式,其中微分方程是最基本的形式。

随模型的类别不同,解法也有所差异。一般说来,对于线性模型,可以用解析法或数值方法求解;而对于非线性模型,则必须用数值方法在计算机上求解。由于换热设备的动态方程具有数目多、非线性和相互耦合的特点,因此,在通常的情况下,方程组找不到解析解,只能用数值方法求解。进行数值求解的前提是离散化,即将方程的连续变量变成离散变量,比如将微分方程变为差分方程,将传递函数经 z 变换变为脉冲传递函数,将状态空间方程变为离散的状态空间等。

一、微分方程与差分方程

1. 微分方程

动态特性是指在过渡过程中有关参数之间的关系,也就是这些参数对时间的各阶导数之间的关系。因此,当过程参数为连续变量时,可用微分方程来表示换热设备(或系统)在生产过程中的动态特性。

令设备(或系统)的输入量为 u ,输出量为 y ,时间自变量为 t ,则描述其动态特性的微分方程为

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y \\ & = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u \quad (n \geq m) \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中, $a_0, a_1 \cdots a_{n-1}, a_n$ 是与设备本身的特性有关的系数, $b_0, b_1 \cdots b_{m-1}, b_m$ 是与输入量有关的系数。

2. 差分方程

以上描述设备(或系统)的微分方程式中的变量皆为连续的。用差分方程代替微分方程,即用差商代替导数是微分方程离散化的一种基本方法,下面以一阶微分方程为例加以说

明。

设一阶微分方程为

$$\frac{dy}{dt} = f(y(t), t), \quad t_0 \leq t \leq t_n \quad (1-2)$$

初始条件

$$y(t_0) = 0$$

方程的解是区间 $[t_0, t_n]$ 上的连续变量。当求其数值解时, 首先将区间 $[t_0, t_n]$ 分成一些等距或不等距的小区间, 若取 $t_0, t_1, \dots, t_n$ 为等距, 则

$$t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = \dots = t_n - t_{n-1} = T$$

或

$$t_i = t_0 + iT \quad (i = 0, 1, \dots, n)$$

式中 T ——计算步长。

然后求区间上这些离散点处解 $y(t_i)$ 的近似值。在离散点 t_i 处的导数 $\frac{dy(t_i)}{dt_i}$ 可以近似地表示为

$$\frac{dy(t_i)}{dt_i} \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{T} = \frac{y((n+1)T) - y(nT)}{T} = \frac{\Delta y(nT)}{T} \quad (1-3)$$

这样就把微分方程式(1-2)化为差分方程

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{T} = f(y_i, t_i) \quad (1-4)$$

式中, y_i 表示解 $y(t)$ 在点 t_i 处的近似值, 即 $y_i \approx y(t_i)$ 。

同理, 可以写出二阶微分近似式

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dt^2} &\approx \frac{1}{T} \left[\frac{y[(n+2)T] - y[(n+1)T]}{T} - \frac{y[(n+1)T] - y(nT)}{T} \right] \\ &= \frac{\Delta^2 y(nT)}{T^2} \end{aligned} \quad (1-5)$$

式中 $\Delta y(nT) = y[(n+1)T] - y(nT)$, 一阶差分

$\Delta^2 y(nT) = \Delta y[(n+1)T] - \Delta y(nT)$, 二阶差分

用各阶差分代替微分方程中的各阶微分, 用 nT 时的函数值代替微分方程中时间 t 的函数, 便可将微分方程化为近似差分方程。这样, 引进间断时间值的方法后, 就把微分方程的定解问题转化为代数方程的求解问题。

例如, 一阶惯性环节

$$T_c \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = ku(t) \quad (1-6)$$

式中, T_c 为时间常数。

用一阶差分代替式(1-6)中的一阶微分, 用 nT 代替时间 t 的函数, 则有

$$\frac{T_c}{T}[y((n+1)T)-y(nT)]+y(nT)=ku(nT)$$

经整理后得到近似的差分方程

$$y((n+1)T)-\left(1-\frac{T}{T_c}\right)y(nT)=\frac{T}{T_c}ku(nT) \quad (1-7)$$

同理，可以得到任何阶次微分方程的差分方程。

对于偏微分方程，将两个连续变量 l 、 t 组成平面，对求解区域作网格剖分，用有限个网格节点代替连续的区域，则 $y(l, t)$ 在节点 (i, j) 处的近似值为 $y(l_i, t_j)$ ， l_i, t_j 表示离散后的变量 ($i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$)。

二、传递函数与脉冲传递函数

1. 传递函数

传递函数在自动控制系统分析中应用极广，它也是描述换热设备（或系统）动态特性的一种表达式。通常在零起始条件下，将输入、输出变量进行拉普拉斯变换，便可得到传递函数 $W(s)$ ：

$$W(s)=\frac{L[y(t)]}{L[u(t)]}=\frac{y(s)}{u(s)} \quad (1-8)$$

因此对于任意阶次的微分方程式 (1-1) 的两边取拉普拉斯变换，并假设 y 和 u 的初始条件为

$$\left.\frac{d^i y}{dt^i}\right|_{t=0}=0 \quad (i=0, 1, \dots, n-1)$$

$$\left.\frac{d^j u}{dt^j}\right|_{t=0}=0 \quad (j=0, 1, \dots, m-1)$$

则得

$$\begin{aligned} & a_n s^n y(s) + a_{n-1} s^{n-1} y(s) + \dots + a_1 s y(s) + a_0 y(s) \\ &= b_m s^m u(s) + b_{m-1} s^{m-1} u(s) + \dots + b_1 s u(s) + b_0 u(s) \\ W(s) &= \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \end{aligned} \quad (1-9)$$

$W(s)$ 表示了设备（或系统）输入变量和输出变量之间的运算关系。式 (1-9) 为复数 s 的有理分式，可进行各种代数运算， s 又称为复频率，即

$$s = \alpha + j\omega$$

s 可在复平面上沿任何轨迹取任意值，因此传递函数是频率特性中的一个最一般形式，可在频域内进行运算。一种特殊情况是，当 s 只沿着复平面上的虚轴变化时，即当 $\alpha = 0$ ， $s = j\omega$ 时，传递函数就变为频率响应函数，即

$$W(j\omega) = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_1 (j\omega) + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_1 (j\omega) + a_0} \quad (1-9a)$$

2. 脉冲传递函数

对连续系统的拉普拉斯变换得到的传递函数, 式(1-9)可以在模拟计算机上直接进行动态过程的模拟。当使用数字计算机进行数值计算(或数字仿真)时, 需在系统输入、输出端加采样开关(即采样器), 使系统变为离散系统。对于离散变量就不能再直接用拉普拉斯变换的传递函数, 而是用 z 变换法求出系统的脉冲传递函数, 再从脉冲传递函数求出系统的差分方程。为了使在两次采样的间隔期间取出的脉冲量不变, 通常在采样器后设置了保持器, 使离散变量复原为连续变量。

加采样器和保持器后的脉冲传递函数为

$$W(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = Z[W_h(s)W(s)] \quad (1-10)$$

式中 $W_h(s)$ ——保持器的传递函数;

$W(s)$ ——连续系统的传递函数。

例如, 一阶惯性环节 $W(s) = \frac{k}{T_c s + 1}$, 当加采样器和零阶保持器时(即将每次采样瞬时值保持到下次采样瞬时), 输出为 $t = 0$ 时的正向单位阶跃函数和 $t = T$ 的负向单位阶跃函数之和, 其传递函数为 $W_h(s) = \frac{1}{s} - \frac{e^{-Ts}}{s} = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$, 则脉冲传递函数为

$$\begin{aligned} Z\left[\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{k}{T_c s + 1}\right] &= Z\left[(1 - e^{-Ts}) \frac{k}{s(T_c s + 1)}\right] = (1 - z^{-1}) \frac{k(1 - e^{-\frac{T}{T_c}})z}{(z - 1)(z - e^{-\frac{T}{T_c}})} \\ &= \frac{k(1 - e^{-\frac{T}{T_c}})}{z - e^{-\frac{T}{T_c}}} \end{aligned} \quad (1-11)$$

三、状态空间与差分状态空间

1. 状态空间

对于高阶微分方程或传递函数的复杂表达式, 为便于在模拟机上进行仿真, 可采用矩阵表示的方法加以简化, 即采取 n 个一阶微分方程组成的一阶矩阵微分方程表示成状态空间形式, 其具体的作法如下。

对于微分方程

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = bu \quad (1-12)$$

引进 n 个状态量 $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_{n-1}, \dot{x}_n$, 令

$$x_1 = y$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \frac{dy}{dt}$$

$$x_3 = \dot{x}_2 = \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$\vdots$$

$$x_n = \dot{x}_{n-1} = \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}}$$

则有

$$\dot{x}_n = \frac{d^n y}{dt^n} = -\frac{a_{n-1}}{a_n} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} - \frac{a_{n-2}}{a_n} \frac{d^{n-2} y}{dt^{n-2}} - \dots - \frac{a_0}{a_n} y + \frac{b}{a_n} u$$

将以上几个一阶微分方程组写成状态空间形式

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & \vdots & & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & \cdots & -\frac{a_{n-2}}{a_n} & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \frac{b}{a_n} \end{bmatrix} u \quad (1-13)$$

$$\mathbf{y} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0] \mathbf{x} \quad (1-14)$$

令

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & \cdots & -\frac{a_{n-2}}{a_n} & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \frac{b}{a_n} \end{bmatrix} = \mathbf{B}$$

$$[1 \ 0 \ \cdots \ 0] = \mathbf{C}$$

则状态空间的一般形式为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (1-13a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (1-14a)$$

式中 $\mathbf{x}$ ——状态向量，它是由 n 个状态变量组成的列矩阵；

$\dot{\mathbf{x}}$ ——状态向量对时间 t 的导数；

u ——输入向量；

$\mathbf{y}$ ——输出向量；

$\mathbf{A}$ ——系数矩阵，为 n 阶列阵；

$\mathbf{B}$ ——系数矩阵，为 $n \times n$ 阶方阵。

式 (1-13a) 为状态方程，式 (1-14a) 为输出方程。

还可将微分方程写成传递函数，再展开为部分分式并进行拉普拉斯逆变换，然后写成

状态空间形式。可以用以下方程为例加以说明。

$$\frac{d^3x}{dt^3} + 6\frac{d^2x}{dt^2} + 11\frac{dx}{dt} + 6x = 6u \quad (1-15)$$

将方程 (1-15) 写成传递函数的形式

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6} = \frac{6}{(s+1)(s+2)(s+3)} \quad (1-16)$$

将传递函数展开为部分分式, 可得

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{3}{s+1} + \frac{-6}{s+2} + \frac{3}{s+3}$$

因此
$$y(s) = \frac{3}{s+1}u(s) + \frac{-6}{s+2}u(s) + \frac{3}{s+3}u(s) \quad (1-17)$$

设
$$x_1(s) = \frac{3}{s+1}u(s) \quad (1-18)$$

$$x_2(s) = \frac{-6}{s+2}u(s) \quad (1-19)$$

$$x_3(s) = \frac{3}{s+3}u(s) \quad (1-20)$$

对式 (1-18)、(1-19)、(1-20) 作拉普拉斯逆变换, 得

$$\dot{x}_1 = -x_1 + 3u$$

$$\dot{x}_2 = -2x_2 - 6u$$

$$\dot{x}_3 = -3x_3 + 3u$$

写成状态空间表达式

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ 3 \end{bmatrix} u \quad (1-21)$$

2. 差分方程的状态空间

对于离散系统, 根据差分方程, 可写出差分方程的状态空间表达式。

设标量差分方程为

$$\begin{aligned} a_n y((k+n)T) + a_{n-1} y((k+n-1)T) + a_{n-2} y((k+n-2)T) + \dots \\ + a_1 y((k+1)T) + a_0 y(kT) = bu(kT) \end{aligned} \quad (1-22)$$

式中 kT ——第 k 个计算时间步长;

$y(kT)$ ——第 k 个时间步长的系统输出;

$u(kT)$ ——第 k 个时间步长的系统输入。

令 $x_1(kT) = y(kT)$

$$x_1((k+1)T) = x_2(kT)$$

.....

$$x_{n-1}((k+1)T) = x_n(kT)$$

$$x_n((k+1)T) = \frac{1}{a_n}[-a_{n-1}x_n(kT) - a_{n-2}x_{n-1}(kT) - \dots - a_0x_1(kT) + bu(kT)]$$

于是差分方程 (1-22) 可写成如下形式:

$$\begin{bmatrix} x_1((k+1)T) \\ x_2((k+1)T) \\ \vdots \\ x_{n-1}((k+1)T) \\ x_n((k+1)T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & \dots & -\frac{a_{n-2}}{a_n} & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1(kT) \\ x_2(kT) \\ \vdots \\ x_{n-1}(kT) \\ x_n(kT) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{b}{a_n} \end{bmatrix} [u(kT)] \quad (1-23)$$

$$y(kT) = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \begin{bmatrix} x_1(kT) \\ x_2(kT) \\ \vdots \\ x_n(kT) \end{bmatrix} \quad (1-24)$$

或写成 $x((k+1)T) = Ax(kT) + Bu(kT) \quad (1-25)$

$$y(kT) = Cx(kT) \quad (1-26)$$

四、积分方程

1. 连续系统

常微分方程也可以转化为积分方程求解, 如式 (1-2) 积分便得到

$$y(t) = \int_0^t f(y(\xi), \xi) d\xi + C \quad (1-25a)$$

式中 C ——任意常数, 由边界条件确定。

这样就可以将微分方程的问题变为求解积分方程的问题。在某些情况下，解积分方程可能比解原来的常微分方程容易些。

2. 离散系统

若用数值方法，把式 (1-25a) 在离散后的区间 $[t_i, t_{i+1}]$ 上求积分便得

$$\begin{aligned} y(t_{i+1}) - x(t_i) &= \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(y(t), t) dt \\ y(t_{i+1}) &= x(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(y(t), t) dt \end{aligned} \quad (1-26a)$$

式中的积分，可用数值积分法（如欧拉法、龙格库塔法等）计算其近似值。

第二章 换热设备的数学模型

第一节 关于换热设备的结构

广泛用于动力、化工等领域的换热设备，实际上是由一些换热器组成的。为了满足不同的需要，适应各种场合，这些换热设备被做成各种不同型式的换热器。根据换热过程的特点，可将换热器分为表面式、蓄热式和混合式三大类。目前采用的换热器大多数都有传热面，即换热器高、低温介质间的放热与吸热是通过传热面进行的。因此，根据传热面的结构形状，换热器又可分为管式和板式两大类。管式换热器有列管型、套管型和插管型等；板式换热器有平板型、螺旋板型等。

换热器的动态特性与其结构、介质流动及传热等有关。因此，在建立数学模型时，首先必须弄清楚各式换热器的结构，然后才能作出合理的简化假设。下面简要介绍一下常见的管式和板式换热器。

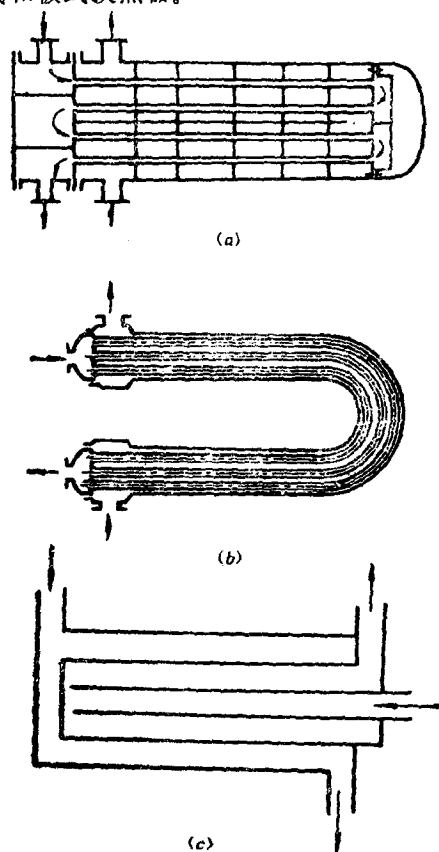


图 2-1 管式换热器
(a)列管型；(b)套管型；(c)插管型

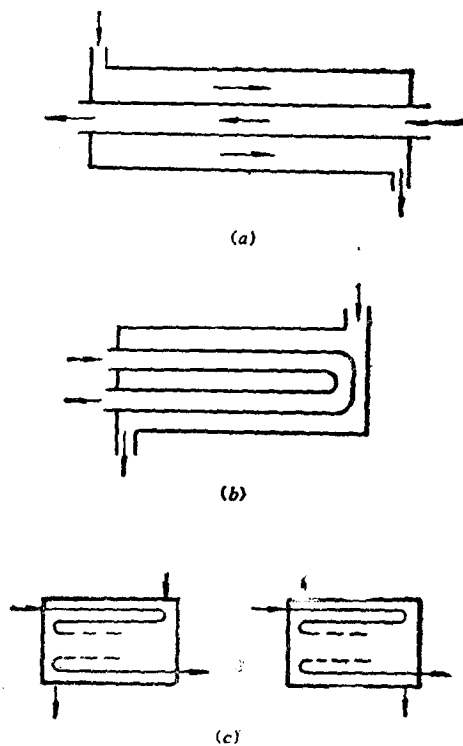


图 2-2 管式换热器的流程
(a)单流程；(b)双流程；(c)多流程

管式换热器是由平行的管束和外壳构成的，如图2-1所示。管内通道部分称为管程，管外面与管壳间形成的流道称为壳程或管间。按管程数目多少，可分为单流程、双流程、多流程，如图2-2所示；按流体在管程和壳程中的流动方向，可分为顺流（P）、逆流（C）、P-C型和C-P型，如图2-3所示。若干个多流程管式换热器便可构成较庞大的换热设备，如锅炉。在一般情况下，压力高、密度大的介质流过管程，由传热壁面与壳程流体进行热交换。

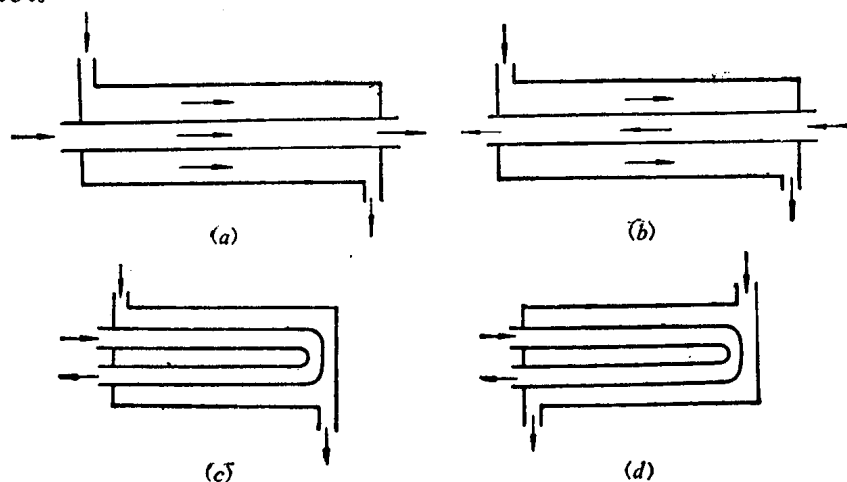


图 2-3 管式换热器内介质的流动方向
(a)顺流；(b)逆流；(c)P-C型；(d)C-P型

平板型换热器是由多片传热板和框架组成的，如图2-4 (a) 所示，传热板片系波纹形或其他形状。金属板之间用垫圈隔开 $2 \sim 6 \text{ mm}$ 的间隙，形成流道。两端由两块厚夹板夹住，冷、热流体分别从上、下孔进入换热器，相间流过奇、偶流道，其间进行热交换，然后分别从下、上孔流出换热器。

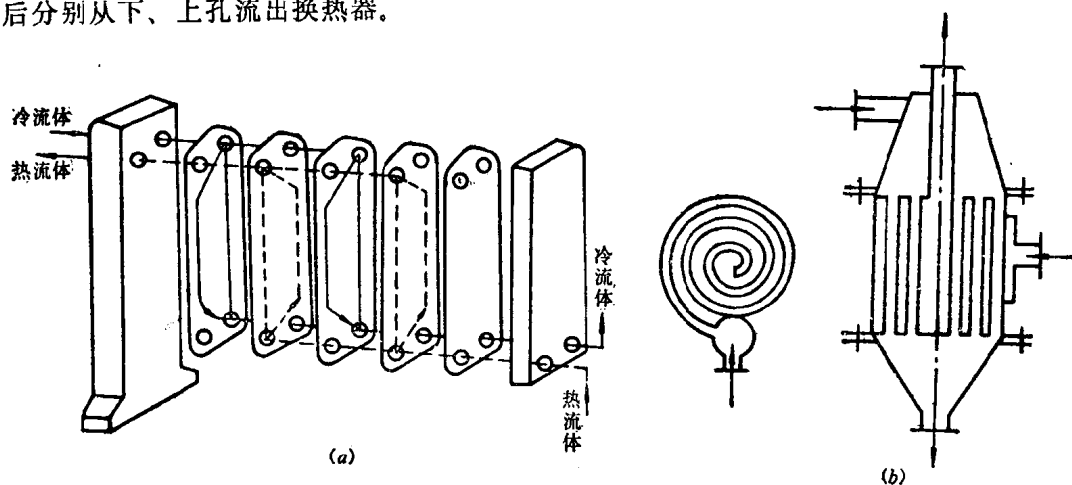


图 2-4 板式换热器
(a)平板型；(b)螺旋板型

平板型换热器的金属板片具有特殊的结构，这种结构能强化传热（在同样的压力损失下，其传热系数比管式换热器高 $6 \sim 7$ 倍），因此平板型换热器属于一种高效、紧凑型的

换热器。平板型换热器还存在着不少问题，如密封垫圈的耐温、耐压及抗腐能力差，易于泄漏；金属片板薄，刚性差等。因此，其应用范围受到限制。

螺旋板型换热器如图2-4(b)所示。一对同心圆的螺旋形流道由两块厚约6mm的金属板卷制而成，流道始于中心，终于边沿，高、低温流体在金属板两边流道内逆流进行热交换。此种换热器传热效率高，很有发展前途，但也存在承压能力差，容量不能过大，制造较复杂，检修困难等问题。

管式换热器结构简单，易于密封，能适用于高温、高压等场合，而且插管型管式换热器还具有内管易于取出，清洗和检修方便，金属壁能自由膨胀，热应力小等特点。因此，管式换热器的应用范围极广。本章先以这类换热器为对象，导出基础方程，然后再具体针对其他类型的换热器建立动态数学模型。

第二节 换热器的基础方程

在管式换热器中，壁面两侧流动的高、低温介质在进行热交换时，两侧介质的热力参数发生变化，壁面金属的蓄热量也有所改变。

一、假设

为导出反映换热器内介质流动及换热情况的基础方程，作如下的分析和假定：

- (1) 用一根等效的受热管表示换热器所有的平行并联管束，其长度与管束相同，介质通流面积为并联各管之和；
- (2) 壁面沿周界的内外侧均匀地吸热或放热；
- (3) 因换热器的间壁很薄，因此不考虑金属壁的径向热阻（即壁的内外层之间无温差存在），而沿金属轴向的热阻假设为无限大；
- (4) 介质与金属壁在径向进行换热，而不考虑轴向换热；
- (5) 在同一横截面内温度分布、速度分布是均匀的，并且管内介质只沿轴向流动，无内部环流；
- (6) 不考虑换热器向周界的散热损失。

基于以上假设，将换热器中的介质流动及传热过程作为一维问题处理。当建立其动量、质量、能量守恒方程时，在等效受热管内取一长度为 dL 的流体微元体，该微元体有确定的介面（即由流体进、出口截面和管壁面构成），其横截面积为 A_z ，管中心所处的位置高度为 z ，微元体内介质的流速为 v_z ，压力和密度分别为 p_z 、 ρ_z 。

二、动量守恒方程

设在微元体上的作用力有表面力、摩擦力和质量力，如图2-5所示，下面逐项加以分析。

1. 表面力

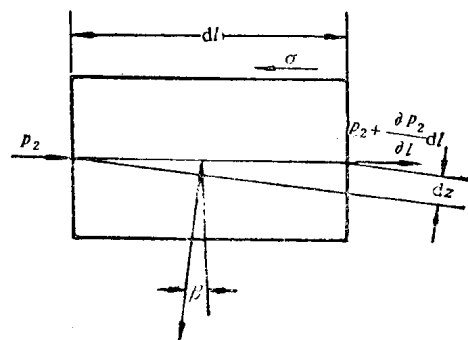


图 2-5 管内流体微元体受力情况