

航空外弹道学

陆彦 吴象东 李续武 编

西北工业大学出版社

航空外弹道学

陆彦 吴象东 李续武 编

西北工业大学出版社

内 容 简 介

本书介绍了从飞机上发射或投放各种弹丸的飞行原理及其应用。

全书系统地阐述了航空外弹道学的基本问题和求解方法；飞行稳定性理论；弹道表的编制及应用电子计算机进行弹道计算的程序设计问题，共分三篇八章。每章附有习题，可供读者思考及加深理解。

本书可作高等院校有关专业的基础教材或参考书，并可供从事航空火力控制系统和航空武器系统的研究、设计、使用和维护人员作主要参考书之用，也可作从事陆地或海上火力控制和武器系统专业人员的参考书。

航 空 外 弹 道 学

陆 彦 吴象东 李续武 编

责任编辑 王振兴

西北工业大学出版社
西北工业大学出版社发行科发行
西北工业大学印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 20.25 字数 50.4 千字
1985 年 4 月第一版 1985 年 4 月第一次印刷 印数 0001—1000 册
统一书号：15433·005 定价 3.75 元

前 言

本书是航空火力控制系统专业的专业基础课教材之一。

航空外弹道学与一般外弹道学具有共同的理论基础，但也有它本身的特殊性。那就是，航空外弹道学专门研究从飞机上发射或投放各种弹丸的飞行原理及其应用。

航空外弹道学要解决的问题，简单地说，就是如何保证从飞机上发射或投放出去的各种弹丸，可靠地运动到给定的目标上去。

本书内容包括：航空外弹道学的基本问题和求解方法；飞行稳定性理论；航空外弹道表的编制及应用电子计算机进行弹道计算的程序设计三部分，共三篇八章。

本书第一、二章由陆彦同志编写，第四、五、六、七章由吴象东同志编写，第三、八章由李续武同志编写。全书由吴象东同志统稿，刘昌礼同志审阅，李时哲同志绘制插图。

由于编者水平有限，错误难免，热忱希望读者指出，以便今后改正。

编 者

一九八四年七月于西安

目 录

| | |
|--------------------------|---|
| 绪 论 | 1 |
| § 1 航空外弹道学研究的对象及其任务..... | 1 |
| § 2 基本内容..... | 2 |
| § 3 基本术语、定义及符号..... | 3 |

第一篇 航空外弹道学的基本问题和求解方法

| | |
|-------------------------------|-----|
| 第一章 作用于弹丸上的诸力 | 6 |
| § 1 弹丸质心运动向量方程式..... | 6 |
| § 2 推力和推力加速度..... | 7 |
| § 3 重力和重力加速度..... | 9 |
| § 4 哥氏加速度..... | 10 |
| § 5 空气阻力和阻力加速度..... | 10 |
| 第二章 弹丸质心运动方程式的组成 | 25 |
| § 1 外弹道学基本问题的假设..... | 25 |
| § 2 质心运动方程式的组成..... | 25 |
| § 3 空气弹道的一般特性..... | 34 |
| 第三章 航空外弹道的数值计算法 | 40 |
| § 1 引 言..... | 40 |
| § 2 插值与曲线拟合..... | 40 |
| § 3 差 分 法..... | 55 |
| 一、差分法的数学基础..... | 56 |
| 二、用差分法解弹道方程..... | 80 |
| § 4 龙格—库塔法..... | 104 |
| 一、龙格—库塔法的数学基础..... | 104 |
| 二、计算举例..... | 107 |
| 三、误差的估算..... | 109 |
| 四、解弹道方程组..... | 110 |
| § 5 阿当姆斯法..... | 115 |

| | |
|--|------------|
| 一、阿当姆斯内插公式 | 116 |
| 二、阿当姆斯外推公式 | 117 |
| 三、估计误差的一种方法 | 117 |
| 四、计算举例 | 118 |
| 第四章 航空外弹道的近似求解 | 120 |
| § 1 斜角坐标系射击弹道的近似求解 | 120 |
| § 2 火箭弹道的近似求解 | 129 |
| § 3 直角小抬高角坐标系射击弹道的近似求解 | 145 |
| § 4 斜角坐标系射击弹道的直接解析式求解 | 155 |
| § 5 轰炸弹道的有关问题及近似求解 | 162 |
| 一、引言 | 162 |
| 二、无风轰炸弹道图 | 163 |
| 三、表征航空炸弹的弹道特征数 | 164 |
| 四、弹形系数 i 变化时和炸弹直径、重量不标准时, C 、 Θ 的变化 | 166 |
| 五、气象条件不标准时, 对轰炸弹道的影响及其修正 | 167 |
| 六、标准落下时间、投弹高度和空速改变时, 对弹道诸元的影响 | 170 |
| 七、轰炸弹道的近似求解 | 171 |

第二篇 飞行稳定性理论

| | |
|-----------------------------|------------|
| 第五章 旋转稳定理论 | 177 |
| § 1 引言 | 177 |
| § 2 作用在旋转弹丸上的力和力矩 | 180 |
| § 3 在弹道直线段上, 弹丸绕质心的旋转运动 | 186 |
| § 4 在弹道曲线段上, 弹丸绕质心的旋转运动 | 193 |
| § 5 绕质心转动对质心运动的影响 | 197 |
| 一、周期性摆动对射程及散布的影响 | 197 |
| 二、偏流现象 | 198 |
| 三、在活动炮塔上向侧方射击时的侧射效应 | 199 |
| 第六章 摆动稳定理论 | 207 |
| § 1 引言 | 207 |
| § 2 作用在尾翼式弹丸上的力和力矩 | 209 |
| § 3 摆动运动方程式的组成及其通解 | 214 |
| § 4 通解攻角和偏角的性质及影响偏角的因素 | 223 |
| § 5 摆动运动方程式的特解—推力偏心产生的攻角和偏角 | 228 |
| § 6 无推力尾翼式弹丸的摆动运动 | 231 |
| § 7 尾翼弹丸的散布、减少散布的措施及稳定飞行的条件 | 237 |

第三篇 弹道表的编制及应用电子计算机进行弹道计算的程序设计

| | |
|---|-----|
| 第七章 弹道表的编制 | 242 |
| § 1 引言..... | 242 |
| § 2 风洞吹风试验求弹丸的空气动力参数..... | 243 |
| § 3 射击试验..... | 247 |
| 一、试验前的准备..... | 247 |
| 二、弹丸的炮口初速度 V_0 及其中间偏差的测定..... | 248 |
| 三、弹道系数和射击密集度的测定..... | 252 |
| 四、翻转力矩（或尾翼弹的稳定力矩）特征数的测定..... | 256 |
| 五、尾翼弹丸赤道阻尼力矩系数导数和升力系数导数的测定 及二心距 h 的计算..... | 259 |
| § 4 航空外弹道表的编制..... | 260 |
| 一、外弹道表的种类与要求..... | 260 |
| 二、外弹道表的内容与格式等编制问题..... | 262 |
| 三、外弹道表的使用..... | 266 |
| 四、现代空战的特点及给弹道计算带来的新问题..... | 269 |
| 第八章 应用电子计算机进行弹道计算的程序设计 | 274 |
| § 1 引言..... | 274 |
| § 2 空中射击弹道计算的 FORTRAN 程序设计..... | 274 |
| § 3 轰炸弹道计算的 FORTRAN 程序设计..... | 285 |
| 附 录 | 301 |
| 一、各物理量符号表..... | 301 |
| 二、附表..... | 304 |
| 参考文献 | 314 |

绪 论

§ 1 航空外弹道学研究的对象及其任务

自从出现了用火药发射的武器（即枪炮）以后，首先需要解决的问题就是如何使由枪炮发射出去的弹丸准确命中目标。为解决这一问题，就需了解弹丸在枪炮管中（即在火药气体作用下）及出枪炮管后在空中的运动规律。

研究投掷弹丸运动的科学，总称为弹道学。

自十九世纪六十年代起，把研究火药气体作用下的弹丸在枪（炮）管中的运动，称之为“内弹道学”。把研究弹丸飞出枪（炮）管后在空中的运动规律称为“外弹道学”。

现在，可定义外弹道学为：研究关于未加操纵的各种弹丸^①在空中运动的科学。而从飞机上发射或投放各种弹丸的运动的科学，就称为“航空外弹道学”。

弹丸的运动可以区分为质心运动和围绕质心运动两部分。前者主要解决弹道计算问题，后者主要解决飞行稳定性及射弹散布的计算与分析问题。所谓飞行稳定性，就是弹丸受到外界因素的干扰作用，引起了运动状态的变化；当干扰去掉之后，弹丸能够自身恢复到既定运动状态的能力。对无控弹丸，保证飞行稳定性的基本条件，就是要求弹轴与速度矢量之间的夹角数值，限制在额定范围之内，以使弹轴在全弹道上能大致与速度方向一致。外弹道学将具体建立保证飞行稳定性的条件，并寻求飞行不稳定的原因所在。这不仅需要借助于外弹道学理论进行分析，而且还需必要的外弹道试验手段。

无控弹丸的散布较大，保证飞行稳定性是减小散布的一个必要条件。保持飞行稳定性的方法，不外乎装设尾翼或是高速旋转，即尾翼法和旋转法。为了研究尾翼弹丸和旋转弹丸稳定性问题而分别建立和发展起来的所谓摆动理论和旋转理论，为弹丸在空中飞行稳定、减小散布等问题创造了越来越有利的条件。

对弹丸的弹道计算，必须确定一定的条件，如气象条件、地理条件和弹丸本身的条件。目前弹道计算多是采用电子计算机进行，可以得到较准确的结果。而近似的解析计算便于分析各种因素间的相互关系，在估算时也比较方便，故其重要性也是不可忽视的。

综上所述，外弹道学的主要任务为：

根据已知数据计算弹道，或根据给定的战术技术要求决定弹丸的弹道特性；研究飞行稳定性，计算散布和寻求减小散布的途径；研究一些专门课题，如射击弹道表、轰炸弹道表等。

航空外弹道学具有一般外弹道学的共性，其特性主要表现在空对空射击时的小抬高角（为命中目标，武器所置方向与炮口、目标间连线之间的夹角）和空对地投掷弹丸的特定情

^① 这里的“弹丸”泛指为各类无控制的炮弹、枪弹、火箭弹、炸弹及空投鱼雷等。

况。

在航空军械中无论用炮弹、炸弹或火箭弹都要求既快且准的命中目标。现代飞机具有高空高速性能，空战中两机相遇时间相应地缩短很多，而间隔距离在加大，因而只有加大有效作用距离才能更好地发挥武器的作用。这就要求一方面从军械设计方面来改进；另一方面从弹道学观点来改进军械设备，提高命中率也是十分重要的一环，如提高弹道计算准确度以提高命中率。另外，利用弹道学知识可以提出各种航空军械设计中的各种必要数据。所以，航空外弹道学是航空火力控制专业的一门专业基础课，它为航空火力控制原理和航空火力控制系统等专业课提供必要的基础知识，并在设计航空火力控制系统中实际运用这一知识。

§ 2 基本内容

外弹道学既是研究弹丸在空气中的运动规律，因而我们首先要研究作用在弹丸上的诸力，这就是第一章内容。再根据受力列出运动方程，从而对运动规律进行讨论。

弹丸本身是一轴对称体，它在空气中运动时由于各种因素影响，其空气阻力合力作用点（或称阻力中心）不与质量中心相重合，因而弹丸运动实际上是一空间刚体运动问题。所以，直接讨论这种运动规律是非常复杂的。然而，实际弹道学是已解决弹丸飞行中稳定性问题的，即弹丸在空气中运动时，实际作用在弹丸上的空气阻力的方向与弹轴的方向近似一致，也就是说弹丸在运动时，弹轴 ξ 方向与速度向量 V 方向之间夹角 δ （称章动角或攻角）很小（如图 0-1），因而弹道学中通常以 $\delta=0$ 的情况下（如图 0-2）来讨论和研究弹丸的运动规律。很显然，它是一共点受力系的问题，其作用力都通过质心，实际上也就是讨论弹丸质心的运动规律问题。这就是第二章内容。

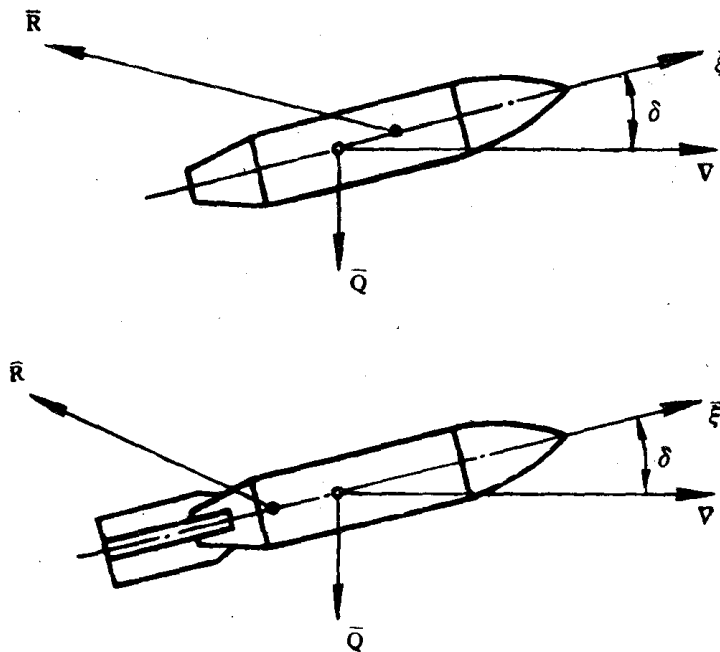


图 0-1 有章动角 δ 的情况

第三章讨论了航空外弹道的数值计算方法。在这基础上具体叙述了航空外弹道的解法，叙述了空中射击弹道、轰炸弹道和火箭弹弹道的近似解法，这就是第四章的内容。

当有 δ 角存在时，其弹丸的运动规律以及随之产生的一些现象，这就是第五、六两章所讲述的旋转理论、摆动理论以及讨论围绕质心运动对质心运动影响的内容。

第七章介绍了弹道表的编制与弹道的设计。最后第八章特别补充了应用电子计算机进行弹道计算的程序设计。作为全书的结尾。

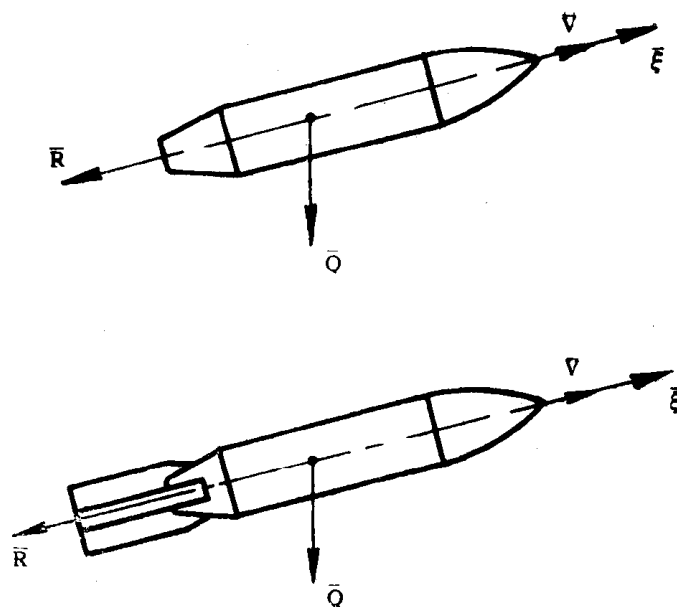


图 0-2 $\delta=0$ 的情况

§ 3 基本术语、定义及符号

射出点——弹丸出炮口的某一短距离内，火药气体继续对弹丸作用使其加速。这就是后效作用期。在火药气体对弹丸作用结束时，弹丸的质心位置称为射出点。由于后效作用距离较短（一般只有炮口径的 25~30 倍，通常近似地取炮口中心作为射出点。射出点是计算弹道的起始点，一般用 O 表示。

炮口水平面——通过射出点（即炮口中心）的水平面。如图 0-3 中的 xoz 平面所示。

射击面——通过初速矢量线的铅直面。外弹道学基本问题中所研究的弹丸质心轨迹是始终位于射击面内的平面轨迹，如图 0-3 中，射击面 xoy 内的虚线所示。实际弹道常偏离射击面，如图中实线所示。

坐标系——为研究弹丸质心在空中的运动，常采取与地球固联的以炮口中心为原点的右手直角坐标系。水平轴 ox 为射击面与炮口水平面的交线，顺射向为正；铅直轴 oy

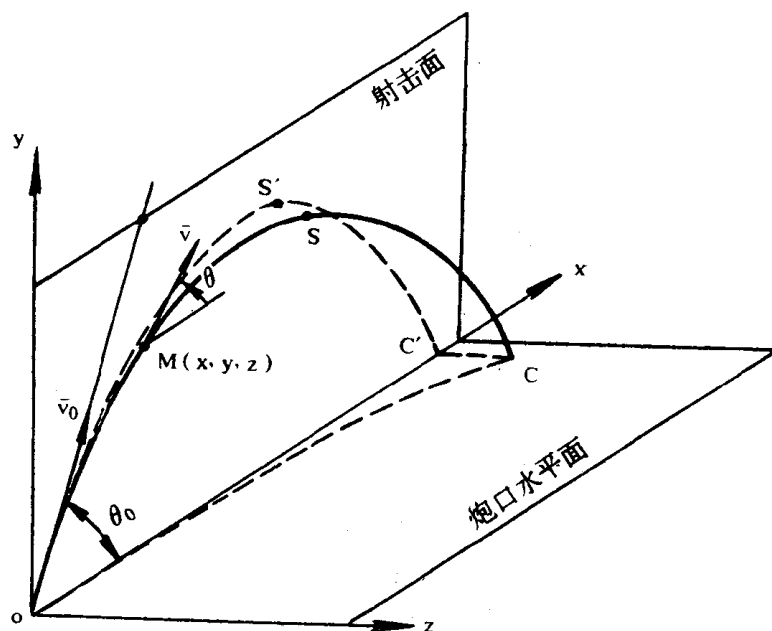


图 0-3 射击面和炮口水平面图

在射击面内，指向上方并与水平轴 ox 相垂直； oz 轴垂直于射击面，按右手法则决定其正向。

这就是地面坐标系，如图 0-3 所示。

弹道顶点——全弹道的最高点，以 S 表示之。自弹道顶点至炮口水平面的铅直距离，称弹道顶点高，以 y_s 表示。

弹道落点——弹丸从炮口飞出后，再回到炮口水平面上的一点，以 C 表示。

升弧和降弧——自射出点 O 至弹道顶点 S 的弹道弧段，叫升弧，即 \widehat{OS} ；自顶点 S 到落点 C 的弹道弧段，叫降弧，即 \widehat{SC} 。

弹道诸元——表示弹丸飞离射出点 t 秒后，所到达空间任意点的坐标 (x, y, z) 和该点的速度矢量 \vec{v} 的大小 v 与方向倾角 θ ，称为弹道诸元。在射出点 O 、顶点 S 和落点 C 的诸元，分别称为射出点诸元、顶点诸元和落点诸元，并分别用下标“0”“S”和“C”区别之。

对某些重要诸元，常赋与专门术语。如 $x_c = X$ 称为全水平射程，简称射程； v_c 称为落速； $|\theta_c|$ 称为落角； $t_c = T$ ，称全飞行时间。 θ_0 是弹丸飞离炮口瞬间的速度矢量线与炮口水平面之间的夹角，称为射角，而 v_0 称为初速。

初速向量 \vec{v}_0 的方向通常认为就是炮管的轴线方向。其大小则与实际弹丸离炮口瞬间的速度 v_g 有所区别。这是由于弹丸在后效作用期内继续受火药气体的作用而加速，到后效期末达到最大值 v_m 。此后弹丸才只受空气阻力和重力两个力的作用而减速运动，如图 0-4 所示。

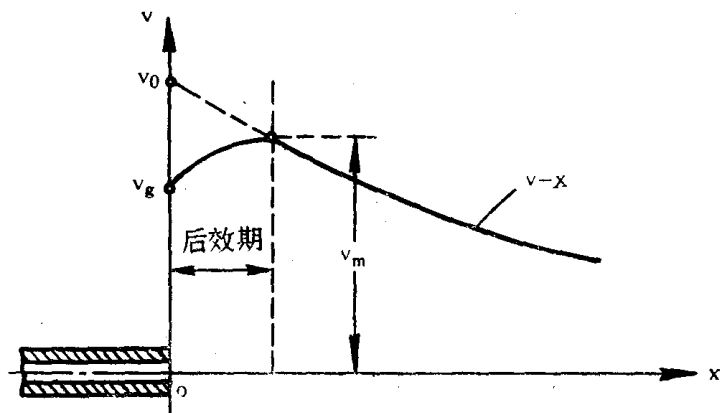


图 0-4 弹丸初速度图

由于对后效期间火药气体的压力和速度变化规律的研究尚欠彻底，无法用理论公式或经验公式准确地进行计算；又后效期作用时间较短，对整个弹道的影响不大，故在实用上，常假设弹丸一出炮口仅受空气阻力和重力两个力的作用，好像后效期根本不存在一样。为修正由于上述假设所造成的误差，而采取一个虚拟的初速 v_0 ，以代替实际的炮口速度 v_g 。这个初速在数值上不仅比炮口速度 v_g 大，而且也比最大速度 v_m 大。因为采用这个虚拟初速，在空气阻力和重力作用下，到后效期末由外弹道理论公式算出的速度，应该恰与在该瞬间弹丸的真实速度大小相等。用这样的方法所确定的那个虚拟的初速，就是我们通常作为计算弹道所用的初速 v_0 。图 0-4 中所示的虚线部分，表示在后效期，由假想的初速 v_0 在空气阻力和重力作用下用理论公式所算出的速度逐渐减小变化的情况。

在航空军械中，使用不同武器时，初速向量又有不同。如使用轰炸武器，则一般炸弹的初速向量 \vec{v}_0 就与投弹瞬间飞机的速度向量 \vec{v}_1 相一致。空中射击时，初速向量除了与弹丸飞离炮口时的初速 \vec{v}_0 有关，而且还与飞机飞行速度 \vec{v}_1 及炮在飞机上的按装位置、相对角度有关。因而初速向量 \vec{v}_{01} 应是炮轴方向的 \vec{v}_0 与飞机飞行速度向量 \vec{v}_1 的向量和（如图 0-5 所示），按下式计算：

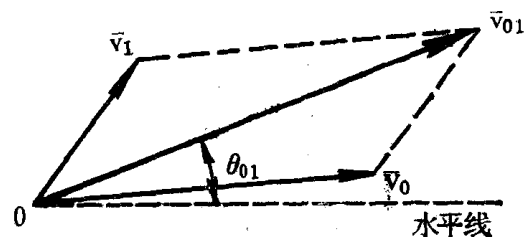


图 0-5 初速度向量的 \vec{v}_{01} 合成

$$\vec{v}_{01} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1。$$

而初始射角 θ_{01} 则为 \vec{v}_{01} 与水平线间之夹角。

在应用直角坐标系讨论弹丸运动时，坐标原点 O 取在射击高度 H 的弹丸射出点， xoy 平面取为过初速向量 \vec{v}_{01} 的铅直面（称为射击面）， xoz 平面则取为射击高度 H 上的水平面，因而 \vec{v}_{01} 与 ox 轴间夹角为初始射角 θ_{01} （如图 0-6）。

当目标（点 C ）不与射击点在同一高度时（如图 0-7）， OC 连线称为目标线， OC 与水平线间夹角称为高低角 ϵ 。初速向量 \vec{v}_{01} 延长线称为射线，射线与目标线间夹角称为抬高角 α 。显然此时初始射角 θ_{01} 应为

$$\theta_{01} = \alpha + \epsilon。$$

在解射击弹道、轰炸弹道等不同问题时，使用了不同坐标系，这将在以后讨论中说明。

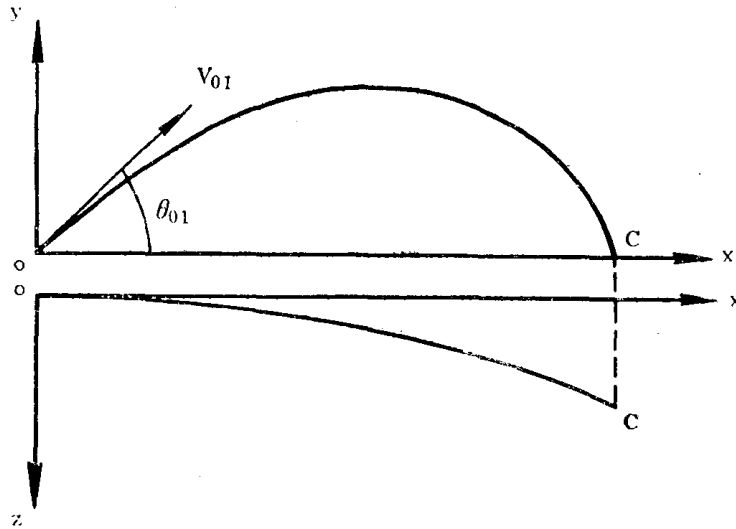


图 0-6 直角坐标系图

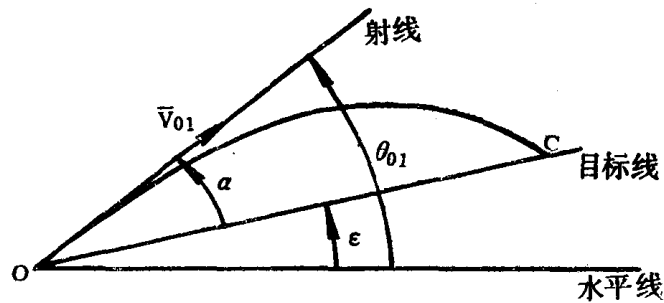


图 0-7 射线及目标线关系图

第一篇 航空外弹道学的基本问题和求解方法

第一章 作用于弹丸上的诸力

§ 1 弹丸质心运动向量方程式

弹丸作为力学对象，它在空中的运动属于刚体的一般运动。其运动可分为质心运动与围绕质心运动两部分。针对弹丸运动的特点，在保证稳定运动的前提下，围绕质心运动对质心运动的影响是次要的；也就是说，弹丸绕心旋转运动考虑与否，对其运动不会带来明显的差别。因此，根据力学中“质点”的含义，研究弹丸质心运动时，就把弹丸的运动，当做质点的运动来研究。

运用牛顿运动定律时，所采用的参考系是惯性系。以太阳为原点的参考系，以指向任一恒星的直线为坐标轴，则所观察到的无数天文现象与牛顿运动定律相符，这个参考系可作为惯性系。凡相对于惯性系作匀速直线运动的参考系也就是惯性系。由于地球中心相对太阳来说，其运动加速度很小，因而在研究弹丸运动时，通常把地球中心作为惯性系的原点，其三轴指向宇宙中的恒星，这个不随地球自转的坐标系，就作为研究弹丸运动及其他机械运动的惯性系。

根据牛顿第二定律，在惯性参考系中绝对加速度 \bar{a} 与外力间的关系为

$$m\bar{a} = \sum \bar{F}_i \quad (1-1)$$

式中： \bar{a} —绝对加速度；

m —弹丸质量；

\bar{F}_i —作用于弹丸上的力。

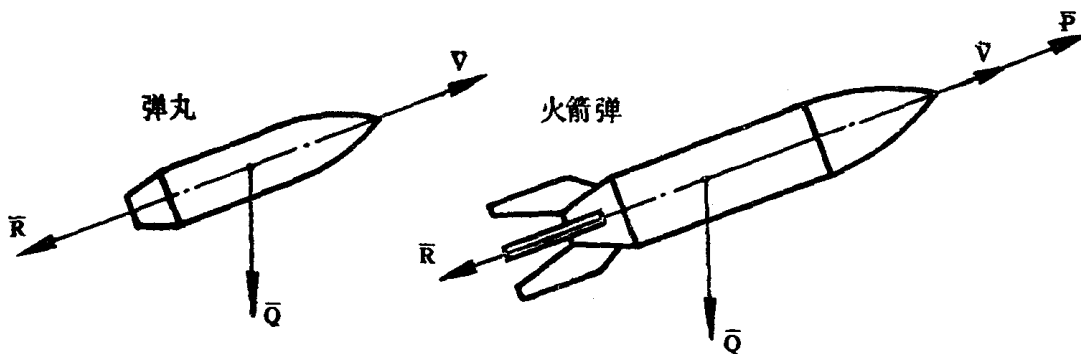


图 1-1 作用在弹丸上的外力

对火箭弹来说，作用在火箭弹弹丸上的外力有推力 P ，空气阻力 R 和引力 Q 。设其相应的加速度为 \bar{a} 、 \bar{J} 和 \bar{G} ，即推力加速度 $\bar{a} = \frac{P}{m}$ ，空气阻力加速度 $\bar{J} = \frac{R}{m}$ ，引力加速度 $\bar{G} = \frac{Q}{m}$ 。将 (1-1) 式两边除以 m ，并将上述加速度代入，则得绝对加速度为

$$\bar{j} = \bar{a} + \bar{J} + \bar{G}。 \quad (1-2)$$

我们是在地球表面上研究弹丸运动，也就是研究弹丸相对地球坐标系的运动。而地球是一个椭球体，除绕极轴自转外，还绕太阳公转。但两者相比可以忽略公转，因而研究弹丸运动，是在一个定轴转动的参考系中。由理论力学知，在这参考系中绝对加速度可以表示成下式

$$\bar{j} = \bar{j}_r + \bar{j}_e + \bar{j}_o。 \quad (1-3)$$

式中： \bar{j}_r —相对加速度，以 V 表示相对速度时，则

$$\bar{j}_r = \frac{dV}{dt}；$$

\bar{j}_e —牵连加速度，即地球表面那点的向心加速度；

\bar{j}_o —哥氏加速度。

因而讨论相对加速度时，其运动方程式可列为

$$\bar{j}_r = \frac{dV}{dt} = \bar{j} - \bar{j}_e - \bar{j}_o。 \quad (1-4)$$

将 (1-2) 式代入则得

$$\frac{dV}{dt} = \bar{a} + \bar{J} + \bar{G} - \bar{j}_e - \bar{j}_o。 \quad (1-5)$$

令 $\bar{g} = \bar{G} - \bar{j}_e$ (1-4)

\bar{g} 称为重力加速度，则得火箭弹质心运动向量方程式：

$$\frac{dV}{dt} = \bar{a} + \bar{J} + \bar{g} - \bar{j}_o。 \quad (1-5)$$

若为一般弹丸，则 $\bar{a} = 0$ ，因而一般弹丸的质心运动向量方程式为

$$\frac{dV}{dt} = \bar{J} + \bar{g} - \bar{j}_o。 \quad (1-6)$$

§ 2 推力和推力加速度

推力的产生主要是借助于由火箭发动机喷管高速流出的气体而获得，因而推力大小我们可按动量守恒定律来求得。在求推力公式之前，先对火药火箭弹的一般构造作一简单介绍。

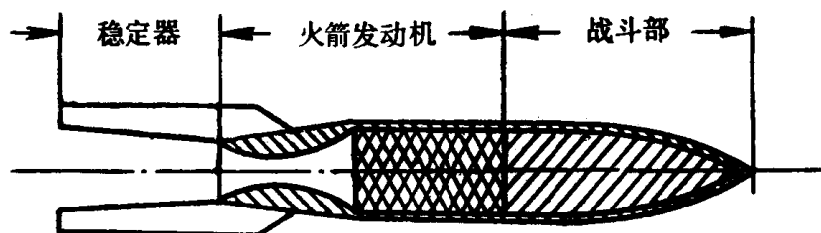


图 1-2 火箭弹构造简图

火药火箭弹一般分为三大部分（图 1-2），即战斗部（包括引信及炸药装药等）、火箭发动机（包括喷管、燃烧室及火药装药等）以及稳定器三部分。发射前，火箭弹的总重量以 q_0 表示，它应包括火药装药重量 ω 以及战斗部重量和燃烧室、喷管、稳定器等重量，而除火药装药重量 ω 外，其他部分的重量和，通常称为被动段的总重量，用 q_k 表示。因而其关系为

$$q_0 = \omega + q_k \quad (1-7)$$

在火药燃烧过程中（即火箭弹主动段上），火箭弹重量是在变化的，任一瞬间的重量以 q 表示。下面我们来求推力公式（讨论中假定气体流动为定常运动）。

设在 t 瞬间，火箭的质量为 $m = q/g$ ，速度为 v ，火药气体相对弹体的排气速度为 u ，则此时所具有的动量为 mv ，如图 1-3 (a)。经过 dt 时间后，火箭速度增为 $v + dv$ ，质量减为 $m - |dm|$ ，即喷出气体的质量为 $|dm|$ ，喷出气体相对地球坐标系的速度为 $(v + dv - u)$ ，则此时的动量为

$$(m - |dm|)(v + dv) + |dm| \cdot (v + dv - u)。$$

如图 1-3(b)。

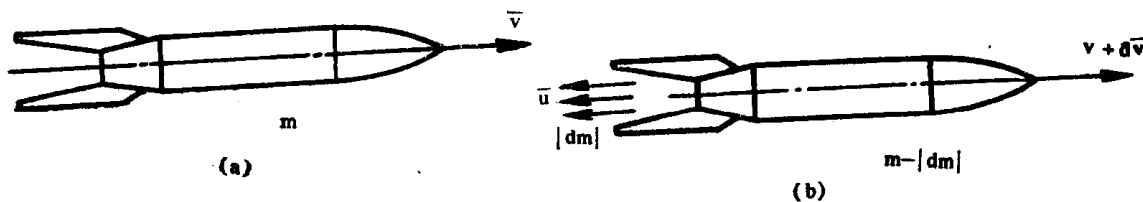


图 1-3 用动量守恒定理求火箭弹推力加速度

(a) t 时刻, (b) $t + dt$ 时刻

根据动量守恒原理，则

$$mv = (m - |dm|)(v + dv) + |dm|(v + dv - u),$$

整理得

$$m dv = u |dm|。$$

以 $|dm| = |\dot{m}| dt$ 代入得

$$\frac{dv}{dt} = \frac{|\dot{m}|}{m} u。$$

由于 dv/dt 是由喷气作用而产生的加速度，因而称之为推力加速度。实际上推力加速度 a 除由上述气体流动而产生的部分外，还与气流在喷口端面处的压力 P_a 和外界压力 P_y ，之差值有关，即所谓静压差。这部分作用力为

$$(P_a - P_y)\sigma_a。$$

其中， σ_a 为喷口断面的面积，故总推力应为

$$P = |\dot{m}| u + (P_a - P_y)\sigma_a \quad (1-8)$$

而推力加速度

$$a = \frac{|\dot{m}|}{m} u + \frac{P_a - P_y}{m} \sigma_a \quad (1-9)$$

(1-8) 式又常写成

$$P = |\dot{m}| \cdot u_e \quad (1-10)$$

则 (1-9) 又可写成

$$a = \frac{|m|}{m} u_e \quad (1-11)$$

式中, $u_e = u + \frac{P_a - P_y}{|m|} \sigma_a$ 称为有效排气速度。其值主要由火箭发射药性质及喷管结构来确定。一般约为 1800~2200 公尺/秒, 平均值可取 2000 公尺/秒。 $|m|$ 称为质量消耗率, 其大小则与火箭发动机设计有关。由 (1-11) 式可以看出: 要提高推力加速度 a , 可由提高质量消耗率 $|m|$ 及提高火箭发射药的有效排气速度 u_e 着手, 而这两部分都要在火箭发动机设计及火箭装药合理选择中来提高。

§ 3 重力和重力加速度

任何抛射体的运动均受到重力的作用。所谓重力就是我们通常用弹簧秤称量物体的重量。设抛射体的质量为 m , 重量为 q , 根据牛顿运动第二定律, 由重力所产生的重力加速度 g 为

$$g = \frac{q}{m}$$

由于重力是地心引力和因地球自转 (角速度 $\Omega = 7.292 \times 10^{-5}$ 弧度/秒) 而产生的惯性离心力的合力。因此, 重力加速度 \bar{g} 必然是引力加速度 \bar{G} 及惯性离心加速度 $(-\bar{j}_e)$ ($j_e = \Omega^2 R \cos \lambda$, R 为地球半径, λ 为地理纬度) 的矢量和 (图 1-4), 即为 § 1 中所述的 (1-4) 式

$$\bar{g} = \bar{G} - \bar{j}_e$$

由图 1-4 中几何关系, 可求得重力加速度 g 与引力加速度 G 及纬度间的关系式

$$g = G \left[1 - \frac{2\Omega^2 R}{G} \cos^2 \lambda + \left(\frac{\Omega^2 R}{G} \right)^2 \cos^2 \lambda \right]^{\frac{1}{2}}$$

式中, $\frac{\Omega^2 R}{G}$ 的数量级为 3×10^{-3} , 则 $\left(\frac{\Omega^2 R}{G} \right)^2$

的数量级为 9×10^{-6} , 所以 $\left(\frac{\Omega^2 R}{G} \right)^2$ 项与 $\frac{\Omega^2 R}{G}$

项相比较可以忽略不计。应用二项式定理展开后, 只取 $\frac{\Omega^2 R}{G}$

项, 则得

$$g = G - \Omega^2 R \cos^2 \lambda$$

所以重力与重力加速度随纬度 λ 的变化略有变化。两极与赤道之间, 最大实际相差 0.05 米/秒², 因而对一般射程不很大的弹道来说, 重力和重力加速度可以近似看成常数。

由于惯性离心力与引力相比甚小, 故重力性质主要与引力性质相同。而引力大小与弹丸距地心距离 $r (= R + y)$ 的平方成反比 (图 1-5), 因此, 重力加速度也应与地

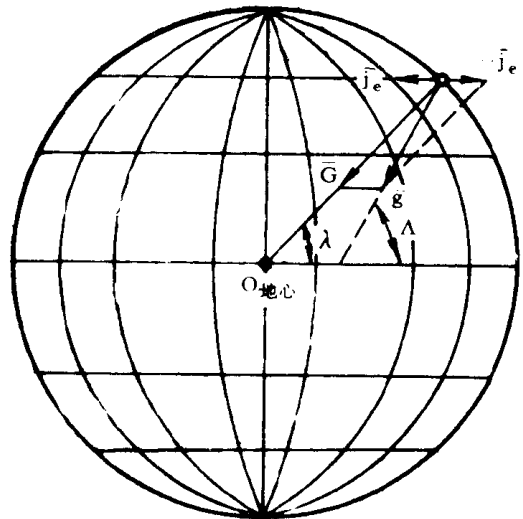


图 1-4 重力加速度 g 的求解图

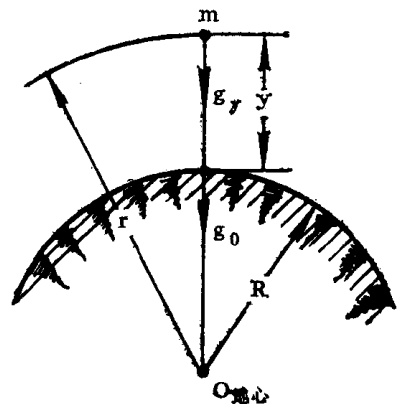


图 1-5 重力加速度 g 随高度 y 的变化图

心距离 r 的平方成反比, 严格的说, 重力加速度在不同高度上也有所不同。重力加速度与高度 y 的近似公式为

$$g = g_0 \left(\frac{R}{R+y} \right)^2 \approx g_0 \left(1 - \frac{2y}{R} \right) \quad (1-12)$$

式中: g_0 —地面重力加速度值;

g —距地面为 y 处的重力加速度值。

但由于一般弹道高与地球半径 R 相比很小, 故重力加速度在全弹道中的变化也很小, 可以忽略。如当 $y = 32$ 公里时, $g|_{y=32\text{公里}} = 0.99 g_0$, 也就是说, 当弹道高达 32 公里时, 重力加速度仅减小 1%。何况航空弹道的弹道高最大的轰炸弹道只有 20 公里左右, 而较小的射击弹道只有几公里, 故对航空弹道来说, 重力加速度可以近似看成为一常数, 在我国大陆范围内, 其平均值为 9.80 米/秒²。故在我国炮兵中常取 (因而炮射弹道计算时也取此值)

$$g = 9.80 \text{ 米/秒}^2. \quad (1-13)$$

而轰炸弹道计算中常取

$$g = 9.806 \text{ 米/秒}^2.$$

且其方向总是看成为垂直于当地的水平面, 即在射程不很大的情况下重力场可看成是恒定不变的, 即 \bar{g} 为常向量。

§ 4 哥氏加速度

由理论力学知, 哥氏加速度 \bar{j}_c 按下式计算

$$\bar{j}_c = 2\bar{\Omega} \times \bar{v}.$$

其大小为

$$j_c = 2\Omega v \sin(\bar{\Omega}, \bar{v}),$$

而 $\sin(\bar{\Omega}, \bar{v})$ 最大值为 1, 当以 $v = 1350$ 米/秒代入得

$$j_c = 2 \times 7.292 \times 10^{-5} \times 1.35 \times 10^3 = 1.97 \times 10^{-1} \text{ 米/秒}^2$$

此时 $j_c/g = 2\%$ 。

因此, 在射程不大的情况下, 可以将哥氏加速度 j_c 忽略不计。

火箭弹质心运动向量方程可写成

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{a} + \bar{J} + \bar{g} \quad (1-15)$$

一般弹丸质心运动向量方程式则为

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{J} + \bar{g}. \quad (1-16)$$

§ 5 空气阻力和阻力加速度

弹丸在空气中运动, 其间存在相对运动。具有相对运动的弹丸与空气之间的相互作用力, 就是一般所说的空气阻力。

由于空气阻力是由弹丸在大气中运动而产生的, 因此, 首先需要介绍一下有关大气方面的知识, 然后再来研究空气对弹丸的作用, 即空气阻力。