

Original Title: Even More Mathematical Activities
Copyright © 1987 by Cambridge University Press
Copyright © 1998 Simplified Chinese characters edition
by Zhejiang Science & Technology Publishing House
Published by arrangement with BARDON-Chinese Media Agency

数学乐园·趣味盎然

著 者 Brian Bolt
译 者 林杰斌
责任编辑 徐东辉
封面设计 孙 菁
出 版 浙江科学技术出版社
审核登记号 图字 11-1998-50 号
印 刷 淳安千岛湖环球印务有限公司
发 行 浙江省新华书店
开 本 850×1168 1/32
印 张 6
字 数 15 万
版 次 1999 年 1 月第 1 版第 1 次印刷
ISBN 7-5341-1216-8/G · 227
定 价 9.80 元
版权所有 不得翻印

出版说明

从传统的应试教育向现代素质教育转变,是我国教育改革的必然趋势,也是数学教学改革的方向。教育界的有识之士一再呼吁:在数学教学中,不应该只是在课堂上向学生灌输数学知识,不应该把他们困在“题海”中机械地解题、答题,更重要的是用各种生动活泼的教学形式,培养学生对数学的兴趣,培养他们的想象力、创造力和独立思考的能力。

有鉴于此,我社从英国剑桥大学出版社引进了《数学乐园》丛书,包括《茅塞顿开》、《趣味盎然》、《老谋深算》、《举一反三》、《触类旁通》5种,旨在为广大中小学学生和教师提供一套完全不同于解题指南、试题汇编的趣味数学读物。

丛书以谜题、游戏、趣味题、小课题等形式引出各类数学问题,以激发学生的学习兴趣;通过巧妙的解答、深入浅出的分析和引人入胜的讨论,引导他们探索奇妙的数学世界;避开繁琐的数字计算与冗长的形式化推导,注重问题的分析、数学本质的把握、数学方法的运用、数学想象力与创造性思维的培养;注意从学生的兴趣和~~生活~~生活经验出发,研究各种实际问题,鼓励学生运用数学工具更加深入地了解现实世界。

这套颇具特色的丛书是英国数学家针对传统的数学教学方式所存在的缺陷,为配合中小学数学教学改革而精心编写的,深受读者欢迎,多次再版。它给我们的启示是:数学不是抽象、枯燥的课本知识,而是充满魅力和灵性、与现实生活息息相关的活动;数学教学给学生带来的不应是知识灌输、“题海”大战之后的厌倦,而应是讨论、钻研、发现之余的喜悦和无穷的求知欲;数学教学的目的不是培养学生的应试技巧,而是培养学生运用数学知识解决实际问题。

题的能力。

我们希望,丛书能得到我国中小学学生的喜爱,同时能在教学改革和课外数学兴趣活动中为教师们提供借鉴。

浙江科学技术出版社

1999 年 1 月

序 言

由于许多中小学教师对笔者先前撰写的数学活动书籍感到很有兴趣，促使笔者将一些为激发儿童数学思考能力而编写的趣味数学题第三度汇集出版。

解决问题一直是数学的核心，《柯克劳夫特报告》与数学教学研究组织的论文 *Mathematics from 5 to 16* 中，对此均特别强调。所有的 GCSE（中学教育一般鉴定考试）提案，也都具有调查研究与专题讨论的特色，因此越来越多的教师认识到需要以崭新的方式来教学。为此，本书提供了丰富的谜题、游戏、专题和应用问题，旨在吸引读者探索奇妙的数学世界。

从本书中，读者可以学习到史前石柱的数学知识；拓展力学的知识；分析拼缀的形式；学会玩许多有趣的游戏；制作出富勒（Buckminster Fuller）设计的精巧结构；了解许多与网络有关的问题；解决一大堆谜题，并学会解许多巧妙的数字问题。

“讨论与解答”是本书很重要的一部分，除了解答之外，通常还会提供参考资料并建议后续活动。

“数学必须是能使学生获得愉悦与满足的经验”，笔者衷心同意这种观点，而本书即为笔者坚持这种观点所得的成果。虽然我不能保证书中每一个游戏都能让读者有所启发，但相信本书不会让读者毫无所获。

许多教师对本书作出了贡献，有些人推荐他们发现的成功的活动，有些人则对前面已出版的几本书做出了积极的回应，并鼓励笔者再出续集。在此还要特别感谢为了书内的构思被我当作天竺鼠的同学们，以及剑桥大学出版社的文编与美编，他们在本书的制作过程中表现出高度的敬业精神。纽威尔（Susan Newell）将

我的手写草稿整理成工整的打字稿，在此特别致谢。我太太忍受我长时间独处书房，专心于本书的构思与写作，她实在应该获得一枚勋章。

Brian Bolt

艾克塞特大学教育学院

目 录

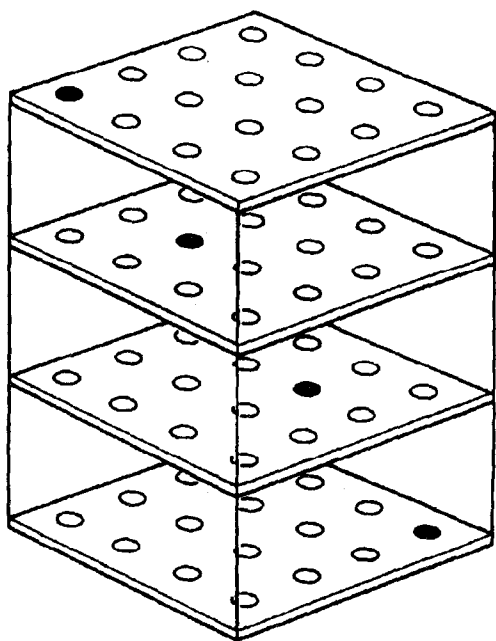
1. 三维圈叉游戏	1
2. 可拼出哪些长方形	2
3. 八边形练习	3
4. 分割问题	5
5. 平行四边形的面积	8
6. 60° 角折叠法	10
7. 巨石数学	11
8. 位数问题	15
9. 数字的形式	16
10. L形游戏	16
11. 曼卡拉	19
12. 捡石子	20
13. 相交的直线	22
14. 拼出长方形	23
15. 机械装置	24
16. 拼缀图案	28
17. 趣谈减法	33
18. 猜数字	34
19. 追踪单词	35
20. 质数鸿沟	36
21. 截尾质数	36
22. 生日巧合	37
23. 认识正八面体	37
24. 邮票册研究	45

25. 设计直尺	47
26. 一招三式	47
27. 勾股定理再探	49
28. 马尔他十字机制	53
29. 旋转式泵的几何学	55
30. 月历的排列	59
31. 推销员的旅程问题	62
32. 半球的体积	67
33. 寻找宝藏	68
34. 平行线的限制	69
35. 盒子游戏	70
36. 自行车的齿轮	72
37. 透视立体图形	78
38. 回文数的终点	80
39. 反转	80
40. 循环	81
41. 透视正二十面体	82
42. 苏拉卡塔棋	85
43. 追踪路径	88
44. 协助石块制造商	89
45. 拼出正方形	90
46. 测量球的反弹高度	91
47. 眼见为实	95
48. 平面几何作图	96
49. 史威兹的推测	99
50. 密码谜题	101
51. 造出 6 个质数	102
52. 交通工程	103

53. 船桅的距离	103
54. 9 个棋子的舞蹈	104
55. 矩阵演习	106
56. 设计图	107
57. 思考时间	107
58. “大富翁”游戏中的概率问题	108
59. 自行车越野赛	111
60. 任性的计算器	112
61. 功能受限的计算器	112
62. 软式网球赛	112
63. 填空	113
64. 乘法方块	113
65. 加强数线概念	114
66. 汽车雨刷	116
67. 相交圆	117
讨论与解答	118

1. 三维圈叉游戏

市面上有一些三维的圈叉游戏商品，最常见的一种有4层透明塑料板，每一层有 4×4 形式的洞。两人玩时轮流把有颜色的棋子放入空着的洞中，最先将4个同色的棋子连成一条线的人赢。连线的方式有许多种，可以是水平的、垂直的，或是有角度的。右图所示为棋子连成对角线的情形。



先玩的人通常会将棋子下在8个角落中的一个。通过一个角落可以有几条直线？将这个数目与通过其他位置的可能直线数目做个比较。

4个棋子可以连出多少条不同的直线？

在玩这个游戏的时候，你应该在连自己的线的同时也防止你的对手连出一条线。你是否曾经想过，要使得所有可能的直线都至少包含一个你的棋子，你最少需要多少个棋子？

试试看你能否解答这个问题，并定出棋子该如何放置。

如果你没有此种棋盘，可用硬卡片纸自行制作。

(答案见118页)

2. 可拼出哪些长方形

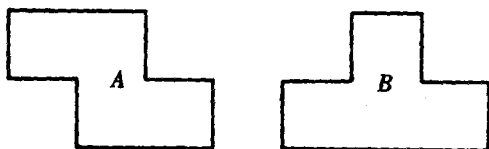


图 1

一家木质地板制造厂为了使其产品更为多样化, 决定增加如图 1 所示的两种崭新形状的设计。

每一种形状都可以看成是由 4 个单位正方形所组成, 而拼在一起的方式可以有多种。如果使用 4 块 B 形状的产品, 很容易就能组合出如图 2 所示的 4×4 正方形。

是否可以用这两种产品拼出更小的正方形?

请说明如何拼出面积为 5×4 、 6×4 、 7×4 与 9×4 , 而且须包含 A 、 B 两种形状的长方形。

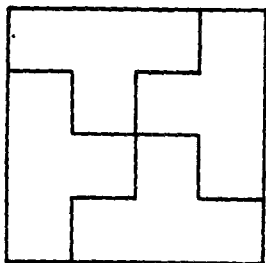


图 2

为什么无法用这两种形状拼出 5×3 或 6×5 的长方形? 你能用这两种形状拼出面积为 210 平方单位的正方形吗? 请进一步研究还可以拼出以及无法拼出的长方形。

(答案见 120 页)

3. 八边形练习

只要用圆规与量角器就可以很容易地作出正八边形。

先用圆规画一个圆。然后用量角器将圆分成 8 个 45° 的扇形。

最后如图 1 所示连接相邻半径的端点，即形成正八边形。

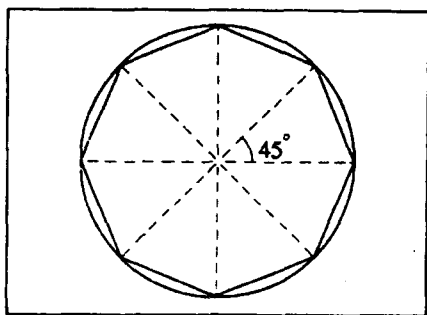


图 1

即使没有圆规和量角器，你也可以做出很好的正八边形。

将纸以图 2 所示的方法折叠，很容易就可以折出互成 45° 角

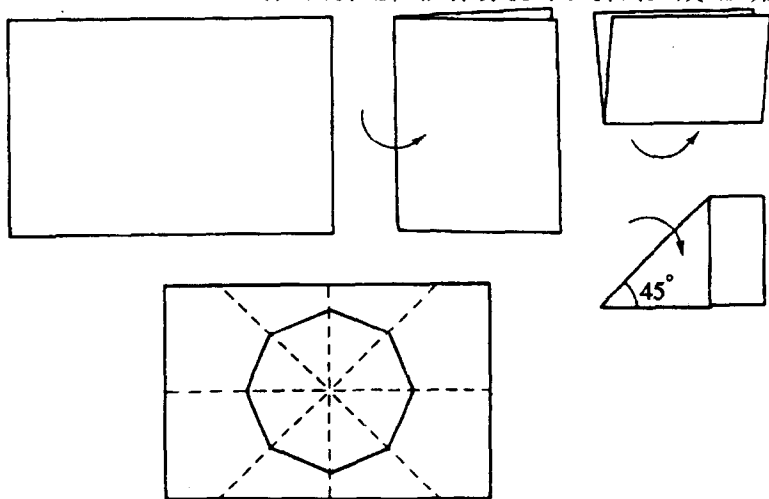


图 2

的直线。

在折出 45° 区间的折线之后，用直尺在这些直线上取与中心等距的点，即可轻易地画出正八边形。

请以折叠的方法做出一个正八边形，并把它剪下来。

请问正八边形有多少条对称线？

有人曾以正八边形为基础出了一些有趣的分割谜题。第一道题如下（参见图 3）：将八边形分成 8 个如阴影部分所示的三角形，以及中央 1 个小的八边形。

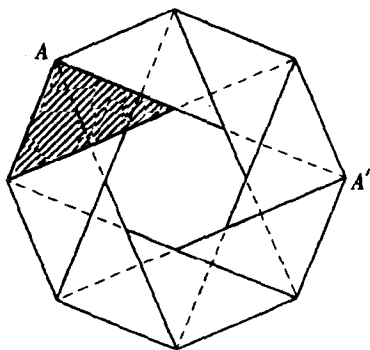


图 3

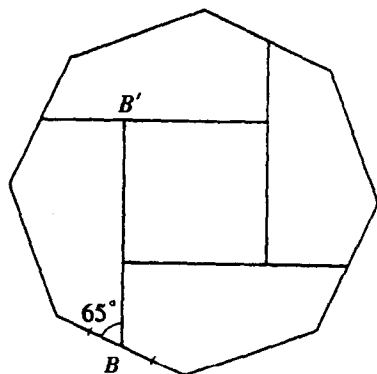


图 4

这道题是要用所得的这 9 个部分拼出如图 3 所示的八边形或一个八角星。

可以用以下的方法制作这道题的道具。先在卡片纸上画一个正八边形（如果你已经在纸上画了一个正八边形，可以把它作为样板，用针尖将顶点的位置点在卡片纸上即可），然后以顺时针方向从每一个顶点到第三个顶点用铅笔轻轻地画出如 AA' 的直线，然后再用圆珠笔将中央的八边形与其周围的 8 个三角形清楚地画出来。现在将各部分剪开，并试着拼出一个八角星。

第二道题是将正八边形分割成 4 个五边形和 1 个正方形，参

见图 4。它们可以重新组合成一个较大的正方形。

如前所述，先在卡片纸上画一个正八边形，然后间隔地从边的中点作一条与边成 65° 角的直线，如 BB' 所示，如此即可在中央形成正方形与周围的 4 个五边形。

现在将 5 个部分剪下，试着将它们重新组合成一个正方形。

(答案见 121 页)

4. 分割问题

许多谜题书籍中都会有一些谜题是要将一种形状分割成至少几部分，再重新组合出其他形状。典型的谜题是将希腊十字形分成 4 部分而重新组合成 1 个正方形，如图 1 所示。如果十字形是由 5 个单位正方形所组成，则十字形变形之后得到的正方形也应具有相当于 5 个平方单位的面积。

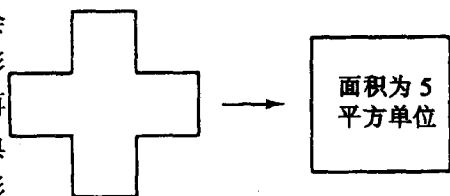


图 1

此谜题的两种答案如图 2 与图 3 所示，但到底是如何完成的呢？

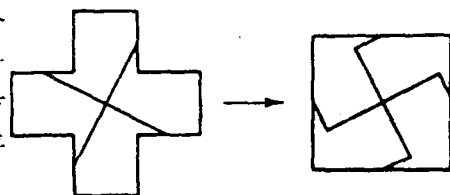


图 2

运用镶嵌图案的方法可以得到一种答案，如图 4 所示。将希腊十字形排列成镶嵌图案，然后连接相邻十字形的中心，可形成面积为 5 平方单位的正方形镶嵌图案。

这样即可清楚地看出如何由十字形分割出组成斜线部分正方形的4个部分。斜线部分正方形的边长为 $\sqrt{5}$ 单位，也就是 2×1 长方形的对角线长，利用勾股定理很容易求出这个

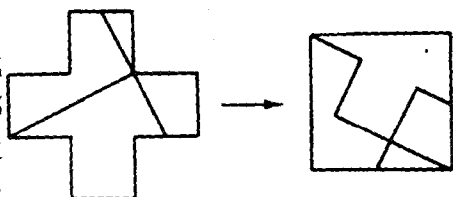


图3

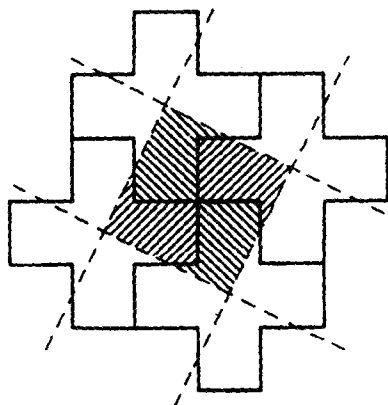


图4

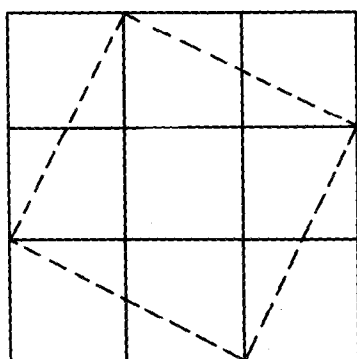


图5

值，如图5所示。

如果边长为 $\sqrt{5}$ 的正方形的镶嵌图案是画在半透明的描图纸上的，那么就可以在十字形的镶嵌图案上移动位置，即可得到如图3所示的另一种答案。

画出一个十字形的镶嵌图案（最好是用方格纸），然后将对应于图3的正方形镶嵌图案置于其上。

运用镶嵌图案的方法，将图6所示的3种形状分割成能够重新组合成正方形的部分。

另一种分割谜题是以图6中的H形为基础，要将之分割成4

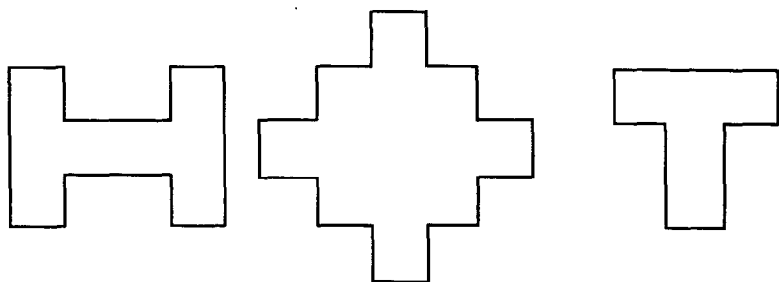


图 6

个相同的部分而能重组成两个 H 形。

如果一个长方形能用一条直线分割为两个部分，同时这两个部分能组成一个正方形，那么这究竟是个怎样的长方形呢？

已知一长方形边长为 16cm 与 9cm，试证明可将此长方形分成能够组合在一起形成正方形的两个部分（图 7）。

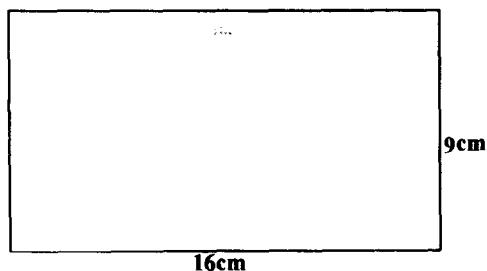


图 7

到目前为止的分割问题都是与转换成正方形的形状有关，

但由著名的美国谜题家罗以德（Sam Loyd）所提出的一个分割问题即是从正方形开始，以图 8 所示的一个分割正方形开始，要求设法将 5 个部分重新组合为：

- (1) 一个长方形；
- (2) 一个直角三角形；
- (3) 一个平行四边形；
- (4) 一个希腊十字形。

在画这个分割图形时，请特别注意正方形内的每一条直线，如果将它们延长，都会通过顶点与正方形一边的中点。

(答案见 121 页)

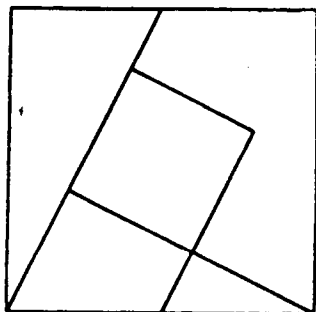


图 8 罗以德的分割问题

5. 平行四边形的面积

图 1 所示的视觉辅助模型制作容易，而且的确能帮助孩子们了解平行四边形与长方形面积之间的关系。

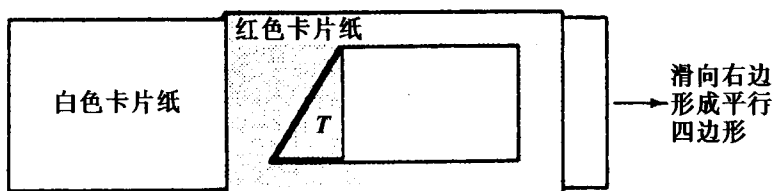


图 1

制作模型时，先在 $9\text{cm} \times 10\text{cm}$ 的彩色长方形卡片纸上切去一块不规则四边形 $ABCD$ ，其中 $\angle C$ 、 $\angle D$ 为直角， BC 和 AD 与卡片纸边缘平行（图 2）。

沿图 2 所示的虚线将斜线部分的卡片纸往后折。

用不同颜色的卡片纸裁成一个大约 $20\text{cm} \times 6\text{cm}$ 的长方形，

这个长方形的“滑动卡”必须能恰好插入另一张卡片纸折起的部分之内，而且能轻易地滑动（图3）。

将滑动卡尽可能地移向左方，然后粘上三角形 T ，这是从第一张卡片纸切去的不规则四边形上剪下来的，所以应能与空洞密合，使得露出的滑动卡部分成为

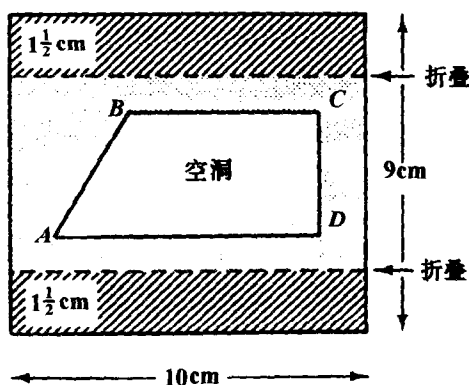


图2

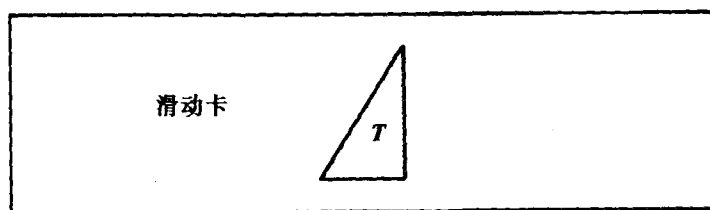


图3

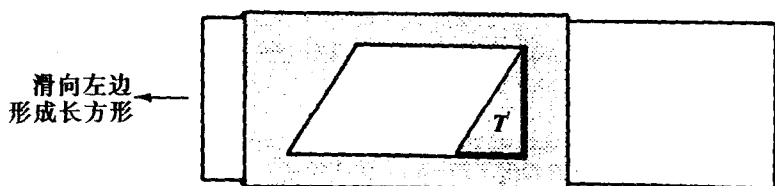


图4

一长方形（图4）。当滑动卡移向右边且三角形触及 CD 时，则出