狭义相对论初步

梁昆淼　吴秀芳　编著

湖南教育出版社

狭义相对论初步

梁昆淼 吴秀芳 编著

责任编辑：董树岩

湖南教育出版社出版发行（长沙市展览馆路3号）

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷一厂印刷

787×1092毫米 32开 印张：7.75 字数：175000

1988年9月第1版 1988年9月第1次印刷

印数：1——1800

ISBN7—5355—0680—1/G·715

定价：1.90 元

内容简介

全书共分六章：1.狭义相对论的实验背景；2.相对论的基本原理；3.相对论运动学；4.相对论动力学；5.相对论与电磁学；6.电磁理论的四维矢量与张量表述。为便于读者自学，各章均安排有一定数量的例题和习题，书后并附提示和答案。

本书可作为高等院校物理专业或其他专业的教学参考书，也可作为物理专业高等教育自学考试参考书以及供对相对论有兴趣的读者阅读和参考。

目　录

引　言

在19世纪与20世纪交替之际，开耳芬勋爵（Lord Kelvin）对物理学的状况表示十分满意。他说，科学大厦已经基本建成，后辈物理学家只要作些零星的修补工作就行了。他的这段话可以说代表了当时绝大多数物理学家的观点。

不过，开耳芬也清醒地指出，在物理学晴朗天空的远处还有两朵小小的令人不安的乌云。他说的两朵乌云是当时尚未能解释的两个实验：迈克尔孙-莫雷实验检测不出地球相对于以太的速度；黑体辐射实验与古典统计物理的矛盾。但是，他没有料到这两朵"小小的"乌云却预示了20世纪物理学大变革：相对论的建立，以及经由量子论到量子力学的建立。

相对论极大地改变了人们的空间时间观念。古典物理学的空间时间观念与人们的日常观念完全一致。比方说，时间进程和尺子的长度都是绝对的，即与参考系无关。相对论却与此大相径庭。它断言空间和时间的性质是互相联系的，并且与运动着的物质有联系。相对论的种种推论，从日常观念看来似乎十分奇特，难以接受。其实，相对论并无不可理解之处。事实上，日常的观念来自对低速（与光速相比较而言）运动的观察，没有理由把它外推到高速运动的情况中去。相对论则既可处理高速运动，又在低速情况归结为古典物理理论。不过，日常观念在人们脑中可说根深蒂固，人们在初次学习相对论时往往对某些问题感到困惑，而仔细思索下来却原来是下意识中的日常观

念在其中作梗而已。

今天，相对论已成为物理学和许多门科学技术不可缺少的重要组成部分。本书希望为初学者提供初步的入门读物。

第一章　狭义相对论的实验背景

本章首先回顾古典空间时间观念、伽利略变换和古典力学所满足的伽利略相对性原理；然后介绍麦克斯韦电磁理论及以太概念；指出电磁规律不服从伽利略相对性原理；最后叙述几个有代表性的寻找以太参考系的实验，以及终于不得不抛弃以太概念。

§1　伽利略相对性原理

相对论的思想来源之一，是17世纪伽利略所建立的古典力学相对性原理。

1632年，伽利略观察了密闭船舱中发生的现象，写道："在这里（只要船的运动是匀速的），你在一切现象中都观察不出丝毫改变，也无法根据任何现象来判断船在运动还是停在原地：当你在船板上跳跃时，你跳过的距离和你在静止的船上跳过的距离完全相同；也就是说，当你向船尾跳去时，并不会——由于船在很快地运动——比向船头跳去时跳得更远，虽然当你跳起在空中时，你下面的船板正向着相反的方向奔驰；而且，你若要把一件东西抛给你的朋友，如果你的朋友靠近船头而你靠近船尾，你也不必比你俩调换位置后费更大的力气；从挂在天花板上的装水杯子中洒出的水滴，会竖直地落在船板上，而没有任何一滴水偏向船尾，虽然水滴尚在空中时船正向前进。苍蝇继续飞来飞去，在各个方向毫无不同，它们绝不会聚向船尾，

情况仿佛由于追逐急驶的船只而疲于奔命。”

伽利略上面这段话中所包含的思想，人们称之为**力学的相对性原理或伽利略相对性原理**。

这个原理现在常常表述为：在一个惯性系内部进行的任何力学实验都不能决定该参考系是处于静止状态还是处于匀速直线运动状态。从力学的角度来看，所有惯性系都是等效的。

这样，按照力学的相对性原理，谈论哪个参考系是静止参考系，这是完全没有意义的。

很容易补充一些关于力学相对性原理的例子。比方，拿一列静止火车的车厢与一列匀速直线运动的火车车厢（这当然是指没有颠簸的平稳情况，有颠簸就谈不上真正的匀速直线运动）作一比较：在两车厢中分别竖直向上抛出一个物体，物体都是落回原处；一个摆，不管在哪一车厢里，小振动的振动周期并无不同；同一根弹簧，依次放在这两车厢里，在一定的负载下的伸长相同。

§2 伽利略变换

现在考察一下，不同惯性系对同一“事件”的描述之间的变换关系式。所谓事件是指在一定地点和一定时刻发生的事情。

在一个特定的参考系里，我们可以用四个测量值，例如空间坐标x，y，z和时间坐标（所谓时间坐标指的是事件发生处的钟的读数）t来确定一个事件发生的地点和时间。可是为了描写同一客观事件，可以采用不同的参考系，而在不同的参考系中，同一事件对应着不同的空间坐标和时间坐标。那么，它们之间的变换关系是怎样的呢？

考虑两个相对作匀速直线运动的惯性参考系S和S'. 为简单起见，令它们的坐标轴x和x'轴重合，y和y'轴互相平行，z和z'轴也互相平行，S'系沿x-x'轴相对于S系以速度v作匀速直线运动. 设两参考系中的静止观测者都各自有自己的一套观测用的尺子和钟，都可以确定事件发生时的空间坐标和时间坐标. 设一事件发生在P点，S系中的观测者用他的测量工具测得事件的空间时间坐标为x，y，z和t；S'系观测者用他的测量工具测得该事件的空间时间坐标为x'，y'，z'和t'.

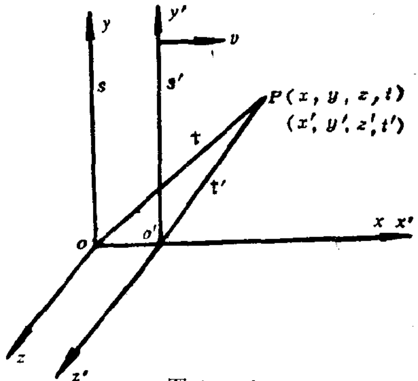

图 1—1

现在，我们要定量地给出x，y，z，t和x'，y'，z'，t'之间的关系. 设两个惯性系中观测用的米尺是相同的，所用的时钟也是可以校准彼此同步的. 为了公式的简洁，我们约定在S系和S'系的原点O和O'重合的瞬间，两个惯性系中的时钟读数均为零。

从图 1—1 显然可见

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - vt, \\ y' &= y, \\ z' &= z. \end{aligned}\right\} \qquad (1.1)$$

这就是空间坐标x，y，z和空间坐标x'，y'，z'之间的变换关系

式。此外，在古典力学中，时间是绝对的，就是说，在所有参考系内时间的流逝是相同的，时钟的运行是相同的，因而同一事件发生的时刻在S和S'系内是相同的，即

$$t' = t. \tag{1.2}$$

这样，同一事件在S系和S'系内的空间坐标和时间坐标之间的联系可表为方程组

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - vt, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= t. \end{aligned}\right\} \tag{1.3}$$

或者写成矢量形式：

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{r}' &= \mathbf{r} - \mathbf{v}t, \\ t' &= t. \end{aligned}\right\} \tag{1.3A}$$

方程(1.3)或(1.3A)称为伽利略变换公式。

改变相对速度的符号，可以得到S系以速度$\mathbf{v}$相对于S'系运动的空间时间坐标变换公式

$$\left.\begin{aligned} x &= x' + vt', \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= t'; \end{aligned}\right\} \tag{1.4}$$

即

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{r}' + \mathbf{v}t, \\ t &= t'. \end{aligned}\right\} \tag{1.4A}$$

当我们研究两个事件1和2时，可将(1.3)式写为

$$\left.\begin{aligned} x'_1 &= x_1 - vt, \\ y'_1 &= y_1, \\ z'_1 &= z_1, \\ t'_1 &= t_1; \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} x'_2 &= x_2 - vt_2, \\ y'_2 &= y_2, \\ z'_2 &= z_2, \\ t'_2 &= t_2. \end{aligned}\right\}$$

由此得到

$$\left.\begin{aligned} x'_2 - x'_1 &= x_2 - x_1 \\ y'_2 - y_1' &= y_2 - y_1, \\ z'_2 - z'_1 &= z_2 - z_1, \\ t'_2 - t'_1 &= t_2 - t_1. \end{aligned}\right\} \tag{1.5}$$

引入两事件的空间距离，它在S'系中和S系中分别是

$$r'_{12} = \sqrt{(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2}$$

$$r_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

由（1.5）立刻得知

$$r'_{12} = r_{12}. \tag{1.6}$$

我们看到，在伽利略变换下，任意两个事件的空间距离是不变的。

（1.5）式的第四个方程表明，在伽利略变换下，两个事件的时间间隔是相同的。记$t'_{12} = t'_2 - t'_1, t_{12} = t_2 - t_1$，则

$$t'_{12} = t_{12} \tag{1.7}$$

以上的讨论说明了，空间距离和时间间隔是绝对的，它们在伽利略变换下保持不变。或者说，空间距离和时间间隔是伽利略变换下的不变量，简称伽利略不变量。

将（1.3）式对时间求导数，计及$\frac{d}{dt'} = \frac{d}{dt}$，得

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v,$$

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt},$$

$$\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt},$$

即

$$\left.\begin{aligned} u'_x &= u_x - v, \\ u'_y &= u_y, \\ u'_z &= u_z; \end{aligned}\right\} \quad (1.8)$$

或者写成矢量形式

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{v}. \quad (1.8A)$$

如果x，y，z，t和x'，y'，z'，t'分别是某一质点在S系和S'系中的坐标，则$\mathbf{u}$和$\mathbf{u}'$分别是该质点在系S和S'系中的速度；$\mathbf{v}$当然是S'系相对于S系的速度。这样，(1.8)式就成为伽利略速度变换公式，或伽利略速度合成公式。

将式(1.3）对时间t求两次导数，得

$$\frac{d^2x'}{dt'^2} = \frac{d^2x}{dt^2},$$

$$\frac{d^2y'}{dt'^2} = \frac{d^2y}{dt^2},$$

$$\frac{d^2z'}{dt'^2} = \frac{d^2z}{dt^2}.$$

即

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a}. \quad (1.9)$$

可见，质点的加速度是伽利略不变量。

在古典力学里，质量是绝对的，即质量与参考系的运动无关，

$$m' = m.$$

因此，乘积$m\mathbf{a}$对所有惯性系都相同。所以牛顿第二定律

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

在S'系也成立。

在伽利略变换下，牛顿第一定律和第三定律也是不变的。

另外，从力学中我们已经知道，力学中的各种守恒定律，例如能量守恒定律、动量守恒定律和角动量守恒定律都可以从牛顿定律推论出来。由此可知，在所有惯性参考系中，力学定律是相同的。这正是§1一开始就谈到的伽利略相对性原理。

§3 电磁定律不遵守伽利略相对性原理

历史上，电和磁曾作为两种互相独立的现象进行探索。到了18世纪以后，在工业生产发展的推动下，电学和磁学得到了较快的发展，人们热心地寻找着联系这两个领域的桥梁，但在很长时期内没有什么成就。直到1820年，奥斯特发现，电流能够产生磁。同年，毕奥和萨伐尔发现了这一现象的定量规律（毕奥一萨伐尔定律）。由此很自然地想到磁能否产生电。法拉第精心地实验研究了10年，终于在1831年发现电磁感应现象，1851年建立电磁感应定律，并提出场的思想。至此，电现象和磁现象不再是彼此分离的，而是作为统一的电磁现象被人们认识。麦克斯韦（Maxwell）总结了前人的成果，并在此基础上加以发展，提出了“涡旋电场”和“位移电流”的概念，于1864年把电磁规律总结为麦克斯韦方程组。在真空中，麦克斯韦方程组取如下形式：

$$
\begin{aligned}
&\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t},\\
&\nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}, \qquad (1.10)\\
&\nabla\cdot\mathbf{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0},\\
&\nabla\cdot\mathbf{B}=0,
\end{aligned}
$$

式中**E**、**B**为电场强度和磁感应强度，ρ和J为自由电荷密度和传导电流密度。

麦克斯韦方程组概括了各个电磁学实验定律。事实上，(1.10)式的第一个方程即法拉第电磁感应定律，第二个方程即计及位移电流的安培环路定律，第三和第四个方程即电场的高斯定理和磁场的高斯定理。麦克斯韦方程组不仅概括了电磁学的实验定律，同时又远远超过了已有的认识，升华为具有普遍性的完整的电磁理论。麦克斯韦首先根据这个方程组从理论上预言了电磁波的存在。事实上，如果我们假定在真空中某一区域内存在着一种迅速变化的电荷电流分布，而在这区域以外的空间中，电荷及电流密度处处为零，则在此空间中麦克斯韦方程组可写为

$$
\begin{aligned}
&\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t},\\
&\nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t},\\
&\nabla\cdot\mathbf{E}=0,\\
&\nabla\cdot\mathbf{B}=0.
\end{aligned}
\tag{1.11}
$$

由(1.11)的第一式和第二式消去**B**，就可得到关于**E**的偏微分方程。为此，在第一式两边取旋度，并利用第二式得

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E})=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\times\mathbf{B}\right)=-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}.$$

利用矢量分析公式

$$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{E})=\nabla(\nabla\cdot\mathbf{E})-\nabla^2\mathbf{E},$$

及(1.11)的第三式，整理后得

$$\nabla^2\mathbf{E}-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0.$$

同理，在（1.11）的第一、二式中消去 $\mathbf{E}$，利用（1.11）的第四式整理可得关于 $\mathbf{B}$ 的偏微分方程

$$\nabla^2\mathbf{B}-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2}=0.$$

令

$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}},\tag{1.12}$$

则 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 的方程可以写为

$$\nabla^2\mathbf{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0,\tag{1.13}$$

$$\nabla^2\mathbf{B}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2}=0.$$

在物理学的许多领域中，都会遇到此种类型的方程。容易验证，这类型的方程代表波动。事实上，以线偏振的平面波为例，

$$\mathbf{E}=\mathbf{E}_0\cos(\omega t-k_x x-k_y y-k_z z).$$

其中 $\mathbf{E}_0$ 是振幅，ω 是振动的角频率，而 k_x、k_y 和 k_z 是波矢量 $\mathbf{k}$ 的直角坐标分量，波矢量沿着波传播方向，其值 $k=2\pi/\lambda$，λ 为波长。以此表达式代入（1.13）的左边，得

$$\left[-(k_x^2+k_y^2+k_z^2)-\frac{1}{c^2}\left(-\omega^2\right)\right]\mathbf{E}_0\cos(\omega t-\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})=0$$

即

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}-k^2\right)\mathbf{E}_0\cos(\omega t-\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}).=0$$

由此看出，如

$$c=\frac{\omega}{k}=\frac{2\pi\nu}{2\pi/\lambda}=\nu\lambda=\text{波速},$$