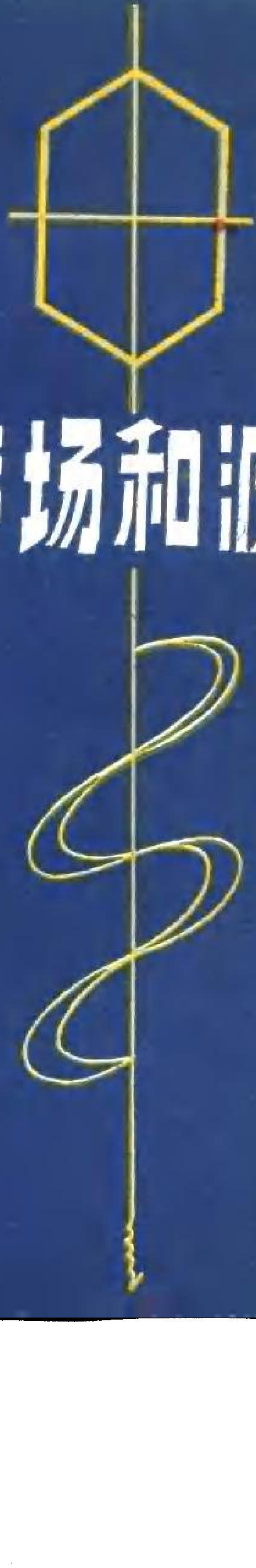
〔美〕B. A. 奥尔特 著

固体中的声场和波



科学出版社

固体中的声场和波

〔美〕B. A. 奥尔特 著

孙承平 译

杨训仁 校

科 学 出 版 社

1 9 8 2

内 容 简 介

本书从力学和电学的基本原理出发，采用声场方程和麦克斯韦电磁场方程平行表述的方法，逐步深入讨论各向同性和各向异性固体中的声场理论．全书共八章，每章都包含大量例题和习题．书末附录列出了材料特性表和内容广泛的有关平面波解一览表．阅读本书只要求读者具备初等的微积分、微分方程、矢量分析及矩阵理论知识．

本书可供从事固体材料、应用声学和理论声学方面的高等院校师生及有关科技人员阅读参考．

B. A. Auld

ACOUSTIC FIELDS AND WAVES IN SOLIDS

John Wiley, 1973

固体中的声场和波

〔美〕B. A. 奥尔特 著

孙承平 译

杨训仁 校

责任编辑 赵惠芝

科 学 出 版 社 出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1982 年 12 月第 一 版　开本：787×1092　1/32

1982 年 12 月第一次印刷　印张：13

印数：0001—4,400　字数：296,000

统一书号：13031·2054

本社书号：2807·13—3

定价：2.00 元

译　　者　　序

声在固体中传播的复杂性，一方面来源于固体的各向异性，另一方面来源于声波形式的多样性.在固体中传播的不仅有纵波，还有切变波以及与形状有关的兰姆波等. 了解和掌握固体不同方向上各种波型的激发和传播规律，对无损检测、压电换能、声全息、声表面波、声光相互作用、微波超声及量子声学等应用方面，都有实际指导意义.

本书系根据美国斯坦福大学为应用物理专业研究生开设的“固体中的振动和机械波”课程的讲义写成.全书分两册，第一册为固体中的声场理论，第二册为应用与近似方法. 本书译自第一册.

本书保持了讲义的特点，在系统地阐明基本概念、方法与理论同时，列举了大量例题与习题，以帮助读者加深理解.因此，它可直接用作理论声学或应用声学专业高年级学生和研究生的教材或教学参考书. 对从事这方面研究的教师、科技工作者也有参考价值. 附录中收集了石英、PZT、铌酸锂、钟化镓等主要压电材料的机械、电学及压电特性的数表以及各晶类平面波解的图表，以供查阅.

原书中有不少计算和排印错误，虽已尽力改正，但限于水平，译文中难免尚有错误和不妥之处，请读者批评指正.

译　者

1980 年 8 月

前　言

本书是根据为应用物理专业一、二年级研究生开设的"固体中的振动和机械波"课程的讲义写成的. 在物理学中，将晶体中的普通弹性运动称作声学模，本书即遵循这一常用惯例，在书名中采用了"声"(而不是"弹性")这一说明词. 这样就把声学模同包括晶胞中内自由度的光学模区别开来了. 这一书名也反映了从事研制雷达和通讯系统中弹性波器件的研究人员和工程师的通用术语. 这一技术领域受微波电磁学的基本原理、概念和技巧的影响很深，并已发展成称为微波声学的专门学科. 这样，采用"声"这个词就准确地说明了本书的目的和范围. 本书打算采用与应用物理学和电气工程学科同类的方法，从基本原理出发，对机械波和振动理论给出有条理的论述.

在第一册中，我们从力学和电学的基本原理开始逐步进行论述，因此只要求读者具备初等微积分、微分方程、矢量分析和矩阵理论方面的知识；但初步掌握一些声学的基本概念(如 L.E. Kinsler 和 A.R. Frey《Fundamentals of Acoustics》, Wiley, 1962 一书中表述的)，对读者将会很有帮助. 张量理论基础不是必需的，只在需要时简单地讲述了张量概念，但完全避开了高深的论题.

全书对声场量采用符号表示法，即矢量和张量变量都用黑体字母，而不用它们的分量，只是当求解某一具体问题时才直接采用分量. 对声场方程和麦克斯韦电磁场方程的表述是平行地进行的. 这样做有两个目的：第一，强调声学工程和

电气工程之间概念的相似性；第二，简化声场方程的运算，并使声场基本定理的表示更易于理解. 为了进一步强调声学和电磁学之间的联系，我们采用 MKS 单位制. 这种表示方式有助于电子学方面的工程师从微波电磁学的基础来探讨此课题. 然而，声学理论完全是自成系统的，所以，如果愿意的话，也可以不必采用电磁类比来进行研究.

因本书的部分目的是供课堂使用的，故在正文中包含了大量例题，每章末尾还附有习题. 正文中所选的例题是为了阐明概念和作为解题示范，性质上是循序渐进的，后面各章的例题常常是以前面各章例题的结果为基础的. 成套习题试图为掌握概念、分析新情况以及在某些情形下导出正文中所引用的结果而提供练习. 附录列出了材料特性表和有关平面波解的内容广泛的一览表.（下略）

B. A. 奥尔特

加里福尼亚，斯坦福

目　　录

第一章　质点位移和应变

1.1　质点位移和位移梯度

声学是研究材料介质中随时间变化的形变或振动的学科．所有物质都由原子组成，我们可以迫使这些原子在其平衡位置附近振动．在这一原子水平上，可以存在许多不同的振动方式．然而，这些振动方式大部分都与声学研究无关，因为声学所涉及的质点尽管很小，但仍包含有许多运动一致的原子．因此，声学理论只处理宏观现象，而在用公式表述时，把物质当作连续介质．仅当微观结构影响介质的宏观性质时，我们才对它有兴趣．

当介质质点偏离平衡位置时，出现内部恢复力．正是这些质点之间的弹性恢复力，与质点惯性结合在一起，使介质产生振动．这些振动可以是行波，也可以是局部化的振荡，要用数学公式描述这些振动，首先必须引进**质点位移、材料形变**和**内部恢复力的定量定义．**

形变介质中的质点位移可用图 1.1 所示的作图法来说明．黑点表示有规则排列的所选择质点的平衡位置，圈点表示这些质点位移后的位置．然后对每个质点从某一原点 O 指定一个平衡矢量 $\mathbf{L}$ 和一个位移矢量 $\mathbf{l}(\mathbf{L}, t)$．一般说来，位移矢量 $\mathbf{l}$ 是随时间变化的量，并可证明也是 $\mathbf{L}$ 的函数．平衡(或参考)矢量 $\mathbf{L}$ 仅用作识别质点的标记．$\mathbf{L}$ 和 $\mathbf{l}$ 都是连续变量，而不限于图中所示的离散值．

按照图 1.1 平衡矢量为 $\mathbf{L}$ 的质点的位移由下式确定：

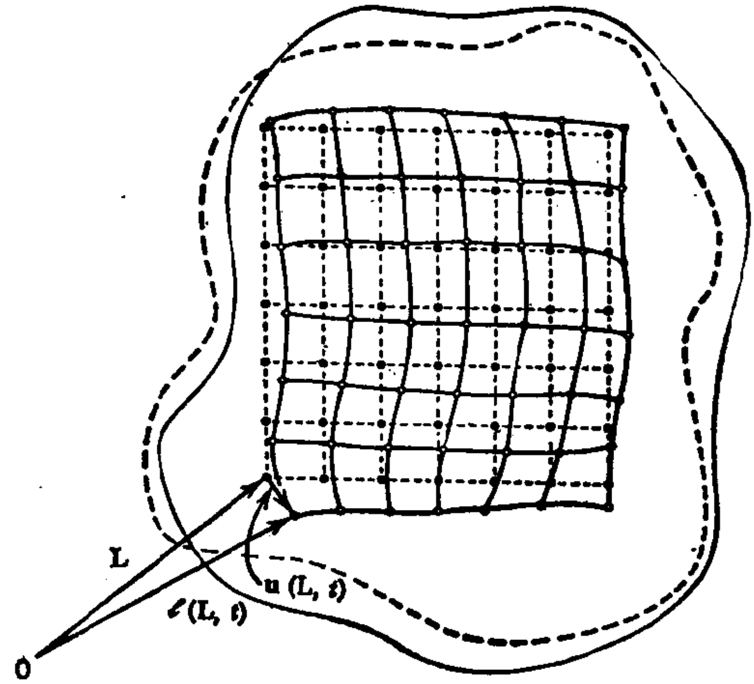
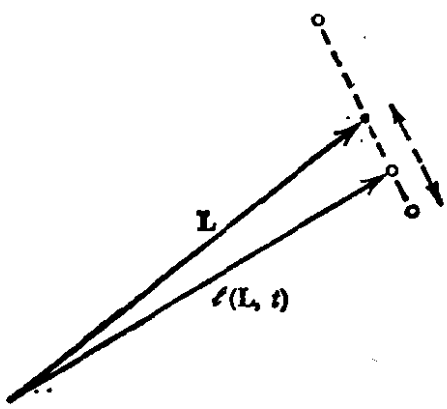
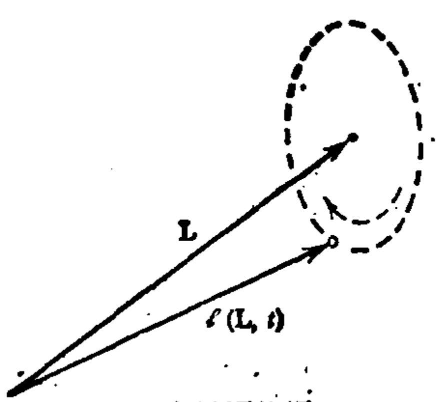


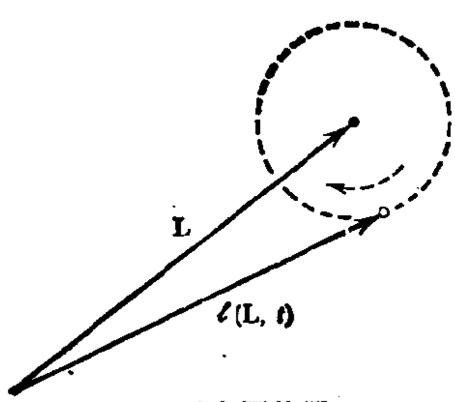
图 1.1 固体处于平衡状态和形变状态时的质点位置



(a) 线偏振



(b) 椭圆偏振



(c) 圆偏振

图 1.2 不同类型的质点位移偏振

$$\mathbf{u}(\mathbf{L}, t) = \mathbf{l}(\mathbf{L}, t) - \mathbf{L}. \tag{1.1}$$

这样，质点位移场 $\mathbf{u}$ 就是描述介质内全部质点振动的连续变量．如果单一频率 ω 的振动是时间的正弦函数，则每个质点有三种可能的运动方式．质点可能沿着直线路径移动，每一来回通过平衡位置两次，

$$\mathbf{u}(\mathbf{L}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{L}) \sin \omega t. \tag{1.2}$$

这种位移称为线偏振质点位移[图 1.2 (a)]．如质点同时参与偏振状态互相垂直，而时间位相相差 90° 的两个直线运动[图 1.2 (b)]，则位移场为

$$\mathbf{u}(\mathbf{L}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{L}) \sin \omega t + \mathbf{B}(\mathbf{L}) \cos \omega t. \tag{1.3}$$

在这种情形，质点沿围绕平衡位置的椭圆路径运动：

$$u(\mathbf{L}, t) = \{A^2(\mathbf{L})\sin^2\omega t + B^2(\mathbf{L})\cos^2\omega t\}^{1/2}, \tag{1.4}$$

这种位移称为椭圆偏振位移．对于式 (1.4) 中 $A = B$ 的特殊情形，质点轨迹是一个圆[图 1.2 (c)]．这称为圆偏振位移．

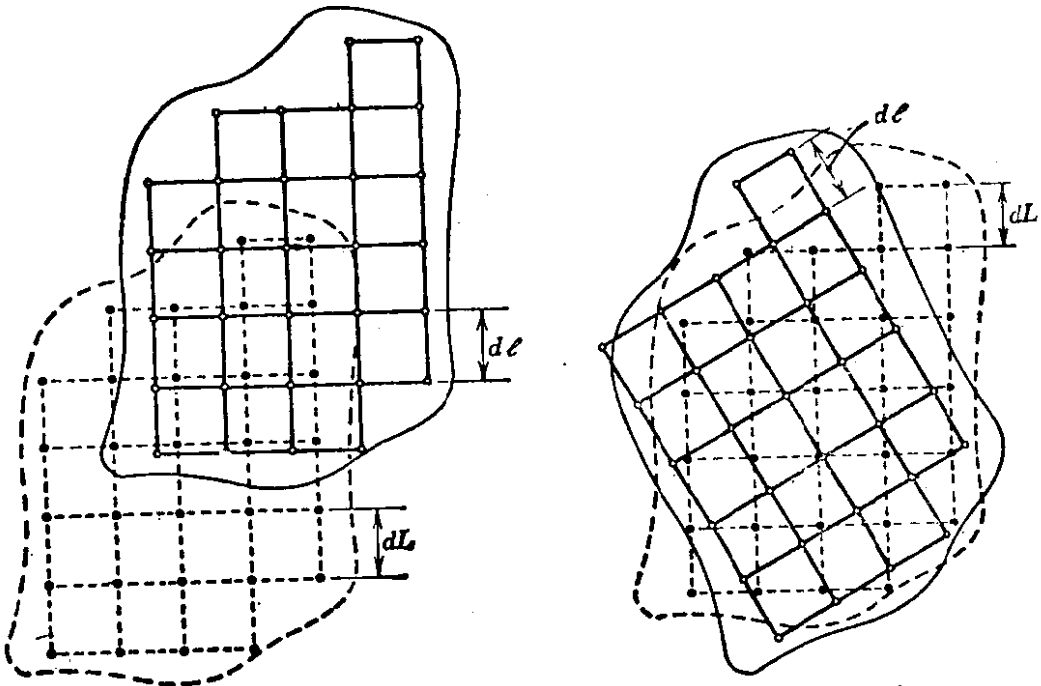
不用说，材料形变只适用于介质的质点彼此之间发生相对位移的情形．在刚性平动和刚性转动中，物体所有质点都保持其相对位置不变(图 1.3)，所以就没有形变．因为对所有这样的刚性运动，式 (1.1) 中的质点位移场 $\mathbf{u}$ 都不等于零，所以 $\mathbf{u}$ 本身不足以用来量度材料形变．考虑到 t 为常数时对式 (1.1) 求微分：

$$d\mathbf{u}(\mathbf{L}, t) = dl(\mathbf{L}, t) - d\mathbf{L}, \tag{1.5}$$

就可以消去刚性平动位移．上述关系式的物理意义可用图 1.4 来阐明，其中示出了两个相邻质点 a 和 b 在某一特定瞬间位移后的位置．如果介质经历一刚性平动，图中的两个位移矢量 $\mathbf{u}(\mathbf{L}, t)$ 和 $\mathbf{u}(\mathbf{L} + d\mathbf{L}, t)$ 就相等，从而式 (1.5) 中的微分位移 $d\mathbf{u}$ 等于零．

从质点位移场 $\mathbf{u}(\mathbf{L}, t)$ 计算式 (1.5) 中的质点微分位移 $d\mathbf{u}$ 时，可用偏微商关系：

$$d\mathbf{u}(\mathbf{L}, t) = \frac{\partial}{\partial L_1}\mathbf{u}(\mathbf{L}, t)dL_1 + \frac{\partial}{\partial L_2}\mathbf{u}(\mathbf{L}, t)dL_2 + \frac{\partial}{\partial L_3}\mathbf{u}(\mathbf{L}, t)dL_3, \tag{1.6}$$



(a) 刚性平动　　(b) 刚性转动

图 1.3　固体的刚性运动

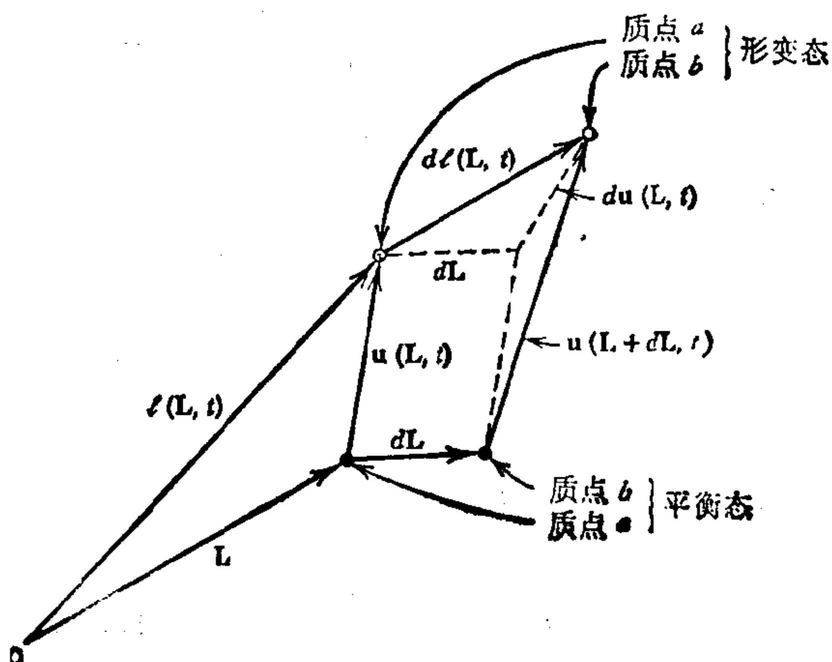


图 1.4　形变介质中质点微分位移的确定

其中 dL_1, dL_2, dL_3 是 $d\mathbf{L}$ 对某正交坐标系的分量，由于是在恒定时间下求微分位移的，所以

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{u}(\mathbf{L},t)dt$$

这一项已被省略．在笛卡儿直角坐标系中，

$$\mathbf{u}(\mathbf{L},t)=\hat{\mathbf{x}}u_x(\mathbf{L},t)+\hat{\mathbf{y}}u_y(\mathbf{L},t)+\hat{\mathbf{z}}u_z(\mathbf{L},t), \quad (1.7)$$

由于单位矢量 $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$, $\hat{\mathbf{z}}$ 都是常数[1]，式 (1.6) 就变为

$$\begin{aligned} d\mathbf{u}=\hat{\mathbf{x}}&\left(\frac{\partial u_x}{\partial L_x}dL_x+\frac{\partial u_x}{\partial L_y}dL_y+\frac{\partial u_x}{\partial L_z}dL_z\right)\\ +\hat{\mathbf{y}}&\left(\frac{\partial u_y}{\partial L_x}dL_x+\frac{\partial u_y}{\partial L_y}dL_y+\frac{\partial u_y}{\partial L_z}dL_z\right)\\ +\hat{\mathbf{z}}&\left(\frac{\partial u_z}{\partial L_x}dL_x+\frac{\partial u_z}{\partial L_y}dL_y+\frac{\partial u_z}{\partial L_z}dL_z\right) \end{aligned}$$

可用矩阵形式写为

$$\begin{bmatrix} du_x(\mathbf{L},t)\\ du_y(\mathbf{L},t)\\ du_z(\mathbf{L},t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\partial u_x}{\partial L_x}&\frac{\partial u_x}{\partial L_y}&\frac{\partial u_x}{\partial L_z}\\ \frac{\partial u_y}{\partial L_x}&\frac{\partial u_y}{\partial L_y}&\frac{\partial u_y}{\partial L_z}\\ \frac{\partial u_z}{\partial L_x}&\frac{\partial u_z}{\partial L_y}&\frac{\partial u_z}{\partial L_z}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}dL_x\\ dL_y\\ dL_z\end{bmatrix}. \quad (1.8)$$

式 (1.8) 中的矩阵[2]

$$[\mathscr{E}(\mathbf{L},t)]=\begin{bmatrix}\frac{\partial u_x(\mathbf{L},t)}{\partial L_x}&\frac{\partial u_x(\mathbf{L},t)}{\partial L_y}&\frac{\partial u_x(\mathbf{L},t)}{\partial L_z}\\ \frac{\partial u_y(\mathbf{L},t)}{\partial L_x}&\frac{\partial u_y(\mathbf{L},t)}{\partial L_y}&\frac{\partial u_y(\mathbf{L},t)}{\partial L_z}\\ \frac{\partial u_z(\mathbf{L},t)}{\partial L_x}&\frac{\partial u_z(\mathbf{L},t)}{\partial L_y}&\frac{\partial u_z(\mathbf{L},t)}{\partial L_z}\end{bmatrix} \quad (1.9)$$

称为位移梯度矩阵．利用它和关系式 (1.8)，对任何两个相

1) 在柱坐标和球坐标系中，必须考虑坐标矢量的微商(附录 1).

2) 表示矩阵的符号用方括号括起来.

邻质点间的微分位移 $d\mathbf{u}$ 都可从图 1.4 中它们的平衡间隔 $d\mathbf{L}$ 算出. 因此，位移梯度矩阵 $[\mathscr{S}(\mathbf{L},t)]$ 是形变介质中质点微分位移的一种量度.

例 1 为了说明声形变理论的基本概念，考查与时间无关的，即静态场的问题，常常是方便的. 考虑一根固体棒，它在 x 方向受到均匀压缩，同时还受到一种制约，使沿 y 和 z 方向的质点位移分量等于零（图 1.5）. 如果把棒在 $x=0$ 一端固定，则此端所有的质点位移都为零. 而在棒的另一端上，所有质点都产生一段位移：

$$\mathbf{u}(D)=-\hat{\mathbf{x}}(D-D'),$$

其中 D 和 D' 分别为形变前后的棒长. 对于棒中间部分的点，位移与形变前距棒固定端的距离 L_x 成正比，因而

$$\mathbf{u}(L_x)=-\hat{\mathbf{x}}(D-D')\frac{L_x}{D}=-\hat{\mathbf{x}}(1-D'/D)L_x \tag{1.10}$$

在这种情形，位移梯度矩阵(1.9)与 x 无关，

$$[\mathscr{S}]=\begin{bmatrix}-(1-D'/D) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}, \tag{1.11}$$

而式 (1.8) 简化为标量方程

$$du_x=-(1-D'/D)dL_x. \tag{1.12}$$

因此，质点微分位移在整根棒内是一致的.

假定这同一根棒再次受到压缩，长度从 D 变到 D'，但中点保持刚性固定. 在这种情形，质点位移场为

$$\mathbf{u}(L_x)=-\hat{\mathbf{x}}(1-D'/D)(L_x-D/2). \tag{1.13}$$

它与式 (1.10) 的区别仅在于正 x 方向的刚性平移 $D/2$. 因质点微分位移不变，故质点位移梯度矩阵仍由式 (1.11) 给出.

1.2 应　　变

作为材料形变的一种量度，位移梯度矩阵 (1.9) 尚有一