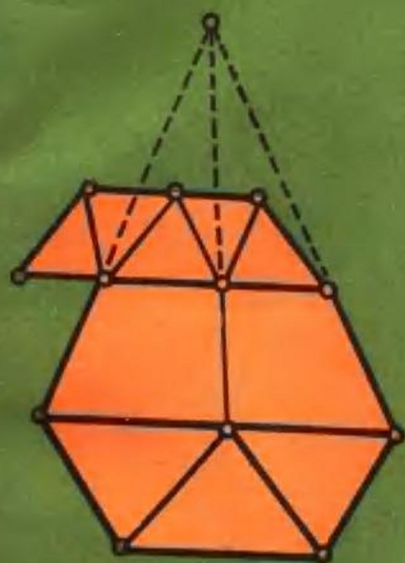


# C EBIANWANG HE BIANJIAOWANG DE PINGCHA

张作客 编  
周霞波  
朱成焯 审



## 测边网和边角网的平差

中国铁道出版社

# 测边网和边角网的平差

张 作 容 编  
周 霞 波  
朱 成 燐 审

中 国 铁 道 出 版 社

1 9 8 4 年 · 北 京

# 测边网和边角网的平差

张作容 编 朱成燊 审  
周震波

中国铁道出版社出版

责任编辑 于宗远

封面设计 翟 达

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本: 787×1092 $\frac{1}{16}$  印张: 6.125 字数: 138 千

1984年1月第1版 1984年1月第1次印刷

印数: 0001—4,500册 定价: 0.70 元

1984.1.1

## 内 容 简 介

本书介绍测边网和边角网的平差计算，包括几何方法和力学方法，后者是比较新的方法，土建类高年级学生容易掌握。为了使没有学过力学的测量人员能应用力学方法，书中编有简单力学知识一节。为了便于现场使用，编有典型图形平差算例。

本书供土建、测绘类教师及高年级学生以及从事工程测量的技术人员使用。

150492

## 前 言

只观测边长不观测角度的测量控制网称为测边网，既测边又测角（不一定全测）的测量控制网称为边角网，与测角网比较，测边网和边角网有外业工作量较小的优点。随着近代电磁波测距仪的完善与发展，测量控制网将由测角网逐步转向测边网和边角网。

平差的基本方法是条件观测平差和间接观测平差，对测边网而言，条件观测平差比间接观测平差有利，平差工作量较小，所以本书着重于条件观测平差。测边网与三角网的平差原理是相同的，都依据最小二乘法原理，即观测值的改正数平方之和为最小的原理，但平差工作却有很大的差别，本书仅论述与三角网平差有差别之处，初步具有最小二乘法原理知识的读者是很容易看懂的。

为了便于计算，通常将观测边长归化成投影平面的平面长度，使平差工作在投影平面上进行，因此，书中所用到的边长均指投影平面的平面长度。

本书内容包括测边网的几何性质、测边网和边角网的平差方法。由于测边网与结构力学中纯由拉压杆件所构成的杆件系统结构有许多共同的性质，所以书中用了力学的知识和成果。在测边网和边角网的条件观测平差中，用力学方法求解条件方程式中各改正数前面的系数，概念明确、计算简单而又有可靠的校核，对于独立网和附合网均适用，而且能用于极为复杂的图形，因而它是本书的重点。

力学中解决超静定结构杆件变形问题时，使用最小位能原理（或称最小势能原理），测量平差中求边长改正数用最

小二乘法原理，两者数学模型是一致的，所以书中用力学方法平差所得结果，满足最小二乘法原理，属于严格平差。

本书在编写过程中，经北方交通大学朱成麟教授审校，在此致以谢意。

编 者

1983年

# 目 录

|     |                |     |
|-----|----------------|-----|
| 第一章 | 几何方法平差         | 1   |
| § 1 | 面积闭合法条件平差      | 1   |
| § 2 | 角度闭合法条件平差      | 8   |
| § 3 | 边长闭合法条件平差      | 16  |
| § 4 | 测边网的间接观测平差     | 21  |
| 第二章 | 力学方法平差         | 26  |
| § 1 | 几何图形定点必须观测的数目  | 26  |
| § 2 | 力学方法平差简介       | 32  |
| § 3 | 简单静力学知识        | 35  |
| § 4 | 力学方法进行测边网平差的原理 | 42  |
| § 5 | 力学方法进行测边网平差的方法 | 52  |
| § 6 | 精度评定           | 81  |
| 第三章 | 边角网的平差         | 90  |
| § 1 | 条件方程式的组成       | 90  |
| § 2 | 不同类观测值的平差计算    | 95  |
| 第四章 | 算例（可作典型图形使用）   | 115 |
| § 1 | 独立网平差          | 116 |
| § 2 | 插点平差           | 148 |

# 第一章 几何方法平差

## § 1 面积闭合法条件平差

面积闭合法条件平差常用于较简单的图形。如图 1 是大地四边形，观测 6 条边  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$ 、 $l_4$ 、 $l_5$  和  $l_6$ ；根据面积闭合条件，可列出下面的等式：

$$[F_{ABD}] + [F_{BCD}] = [F_{ABC}] + [F_{ACD}] \quad (1)$$

(1) 式中： $[F_{ABD}]$  表示用平差后的边长计算所得的三角形  $ABD$  的面积；其余三个符号类推。

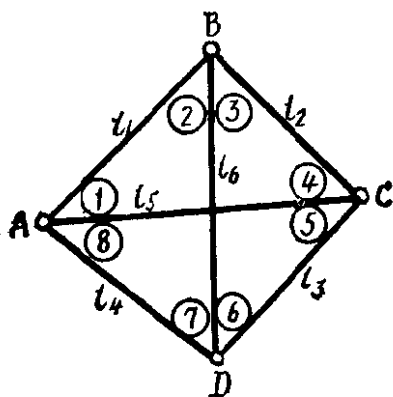


图 1

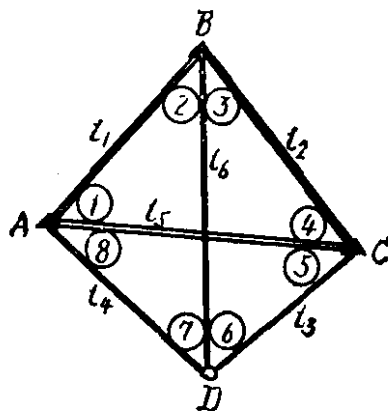


图 2

图 2 是三个固定点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  插入一个新点  $D$  的大地四边形，观测  $l_3$ 、 $l_4$ 、 $l_6$  (有一个多余观测) 同样可列出 (1) 式这样的条件方程式。

为了列出以边长改正数  $V$  表达的条件方程式，首先要研究边长改变与面积改变的数学关系。

### 一、边长改变与面积改变的数学关系

如图 3，设三角形  $ABC$  的面积为  $F$ ，则有

$$F = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$

$$= \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C$$

$$4F^2 = a^2 \cdot b^2 \cdot (1 - \cos^2 C)$$

由余弦定理:

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

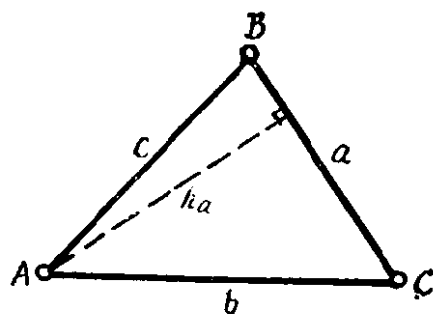


图 3

代入上式可得:

$$\begin{aligned} 4F^2 &= a^2 b^2 \left\{ 1 - \left( \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right)^2 \right\} \\ &= a^2 b^2 - \frac{1}{4} (a^4 + b^4 + c^4 + 2a^2 b^2 - 2b^2 c^2 - 2c^2 a^2) \end{aligned}$$

$$F^2 = \frac{1}{4} a^2 b^2 - \frac{1}{16} (a^4 + b^4 + c^4 + 2a^2 b^2 - 2b^2 c^2 - 2c^2 a^2)$$

两边取微分, 可得:

$$\begin{aligned} 2F dF &= \left( \frac{1}{2} a b^2 - \frac{1}{4} a^3 - \frac{1}{4} a b^2 + \frac{1}{4} a c^2 \right) da \\ &\quad + \left( \frac{1}{2} a^2 b - \frac{1}{4} b^3 - \frac{1}{4} a^2 b + \frac{1}{4} b c^2 \right) db \\ &\quad + \left( -\frac{1}{4} c^3 + \frac{1}{4} b^2 c + \frac{1}{4} a^2 c \right) dc \end{aligned}$$

经整理后可得:

$$\begin{aligned} dF &= \frac{(b^2 + c^2 - a^2)}{8F} a \cdot da + \frac{(a^2 + c^2 - b^2)}{8F} b \cdot db \\ &\quad + \frac{(a^2 + b^2 - c^2)}{8F} c \cdot dc \end{aligned} \quad (2)$$

考虑到:

$$a^2 + b^2 - c^2 = 2a \cdot b \cdot \cos C$$

$$b^2 + c^2 - a^2 = 2b \cdot c \cdot \cos A$$

$$c^2 + a^2 - b^2 = 2c \cdot a \cdot \cos B$$

以及

$$F = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} c \cdot a \cdot \sin B$$

(2) 式可写成:

$$dF = \frac{a}{2} \operatorname{ctg} A da + \frac{b}{2} \operatorname{ctg} B db + \frac{c}{2} \operatorname{ctg} C dc \quad (3)$$

(2) 式和 (3) 式都是面积改变与边长改变关系的常用公式。

## 二、测边大地四边形条件方程式的建立

如图 1 的大地四边形应满足的条件是:

$$[F_{ABD}] + [F_{BCD}] - [F_{ABC}] - [F_{ACD}] = 0 \quad (4)$$

设以  $(F_{ABD})$ 、 $(F_{BCD})$ 、 $(F_{ABC})$ 、 $(F_{ACD})$  和  $V_{F_{ABD}}$ 、 $V_{F_{BCD}}$ 、 $V_{F_{ABC}}$ 、 $V_{F_{ACD}}$  分别代表  $\triangle ABD$ 、 $\triangle BCD$ 、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$  的面积及相应的改正数, 则 (4) 式可写成:

$$\begin{aligned} & (F_{ABD}) + V_{F_{ABD}} + (F_{BCD}) + V_{F_{BCD}} - (F_{ABC}) \\ & - V_{F_{ABC}} - (F_{ACD}) - V_{F_{ACD}} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

设:

$$(F_{ABD}) + (F_{BCD}) - (F_{ABC}) - (F_{ACD}) = f_F \quad (6)$$

(6) 式中的  $f_F$  是面积闭合差。

(5) 式减去 (6) 式可得:

$$V_{F_{ABD}} + V_{F_{BCD}} - V_{F_{ABC}} - V_{F_{ACD}} + f_F = 0 \quad (7)$$

设以  $V_1$ 、 $V_2$ 、 $V_3$ 、 $V_4$ 、 $V_5$ 、 $V_6$  代表  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_3$ 、 $l_4$ 、 $l_5$ 、 $l_6$  的改正数, 则 (7) 式中的面积改正数与边长改正数的关系如下:

$$V_{F_{ABD}} = \frac{l_1}{2} \operatorname{ctg} \textcircled{7} V_1 + \frac{l_4}{2} \operatorname{ctg} \textcircled{2} V_4 + \frac{l_6}{2} \operatorname{ctg} (\textcircled{1} + \textcircled{8}) V_6$$

$$V_{F_{BCD}} = \frac{l_2}{2} \text{ctg} \textcircled{6} V_2 + \frac{l_3}{2} \text{ctg} \textcircled{3} V_3 + \frac{l_6}{2} \text{ctg} (\textcircled{4} + \textcircled{5}) V_6$$

$$V_{F_{ABC}} = \frac{l_1}{2} \text{ctg} \textcircled{4} V_1 + \frac{l_2}{2} \text{ctg} \textcircled{1} V_2 + \frac{l_5}{2} \text{ctg} (\textcircled{2} + \textcircled{3}) V_5$$

$$V_{F_{ACD}} = \frac{l_3}{2} \text{ctg} \textcircled{8} V_3 + \frac{l_4}{2} \text{ctg} \textcircled{5} V_4 + \frac{l_5}{2} \text{ctg} (\textcircled{6} + \textcircled{7}) V_6$$

将这些关系代入 (7) 式可得:

$$\begin{aligned} & (\text{ctg} \textcircled{7} - \text{ctg} \textcircled{4}) \frac{l_1}{2} V_1 + (\text{ctg} \textcircled{6} - \text{ctg} \textcircled{1}) \frac{l_2}{2} V_2 \\ & + (\text{ctg} \textcircled{3} - \text{ctg} \textcircled{8}) \frac{l_3}{2} V_3 + (\text{ctg} \textcircled{2} - \text{ctg} \textcircled{5}) \frac{l_4}{2} V_4 \\ & - \{ \text{ctg} (\textcircled{2} + \textcircled{3}) + \text{ctg} (\textcircled{6} + \textcircled{7}) \} \frac{l_5}{2} V_5 + \{ \text{ctg} (\textcircled{1} + \textcircled{8}) \\ & + \text{ctg} (\textcircled{4} + \textcircled{5}) \} \frac{l_6}{2} V_6 + f_F = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

设用改正数表示的标准方程式为:

$$a_1 V_1 + a_2 V_2 + a_3 V_3 + a_4 V_4 + a_5 V_5 + a_6 V_6 + f_F = 0 \quad (9)$$

两相比较可得改正数前的系数如下:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= (\text{ctg} \textcircled{7} - \text{ctg} \textcircled{4}) \frac{l_1}{2} \\ a_2 &= (\text{ctg} \textcircled{6} - \text{ctg} \textcircled{1}) \frac{l_2}{2} \\ a_3 &= (\text{ctg} \textcircled{3} - \text{ctg} \textcircled{8}) \frac{l_3}{2} \\ a_4 &= (\text{ctg} \textcircled{2} - \text{ctg} \textcircled{5}) \frac{l_4}{2} \\ a_5 &= \{ -\text{ctg} (\textcircled{2} + \textcircled{3}) - \text{ctg} (\textcircled{6} + \textcircled{7}) \} \frac{l_5}{2} \\ a_6 &= \{ \text{ctg} (\textcircled{1} + \textcircled{8}) + \text{ctg} (\textcircled{4} + \textcircled{5}) \} \frac{l_6}{2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

系数  $a_i$  值组成规律:  $a_i$  都是边长的一半乘两个对着  $l_i$  边

的角之差

的角的余切代数和，其正负号由该角所在的三角形在（4）式中的正负号决定，正号者为正，负号者为负。例如： $a_1$ ，它是 $l_1$ 所对的两个角（⑦和④）的余切的代数和，⑦在 $\triangle ABD$ 中，而 $\triangle ABD$ 在（4）式中是正的，所以 $\text{ctg}⑦$ 为正；④在 $\triangle ABC$ 中，而 $\triangle ABC$ 在（4）式中为负值，所以 $\text{ctg}④$ 是负的；又如 $a_8$ ， $l_8$ 的对角是两个组合角①+⑧和④+⑤，这两个角分别在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 中，而这两个三角形在（4）式中都带正号，所以 $\text{ctg}(①+⑧)$ 和 $\text{ctg}(④+⑤)$ 都是正号。

为了求 $a_i$ 值和闭合差 $f_F$ ，先要根据边长观测值用余弦定理理解四个三角形，求出8个单角和4个组合角。

例一：某测边大地四边形，各边长观测值见第1表第2栏，求平差值。

解题过程如下：

1. 根据边长观测值，用余弦定理解算各角值（见第2表）。

2. 求面积闭合差 $f_F$

$$F_{ABD} = \frac{1}{2} l_1 \cdot l_4 \cdot \sin(① + ⑧) = 627266.8936 \text{ m}^2$$

$$F_{BCD} = \frac{1}{2} l_2 \cdot l_3 \cdot \sin(④ + ⑤) = 542009.7917 \text{ m}^2$$

$$F_{ABC} = \frac{1}{2} l_1 \cdot l_2 \cdot \sin(② + ③) = 644954.5283 \text{ m}^2$$

$$F_{ACD} = \frac{1}{2} l_3 \cdot l_4 \cdot \sin(⑥ + ⑦) = 524317.4374 \text{ m}^2$$

$$f_F = F_{ABD} + F_{BCD} - F_{ABC} - F_{ACD} = +4.7196 \text{ m}^2$$

$$= +4.7196 \times 10^{-6} (\text{km}^2)$$

3. 求各系数 $a_i$ 值， $l_i$ 以km为单位，按（10）式计算，将计算结果列入第1表第3栏。

4. 成立法方程式，解算联系数 $k_a$ ，及计算各边长改正数。

表 1

| 边号    | 观测值       | c 值       | V      | 平差值        | 草图 |
|-------|-----------|-----------|--------|------------|----|
| 1     | 2         | 3         | 4      | 5          |    |
| $l_1$ | 1054.321m | -0.128836 | +2.9mm | 1054.3239m |    |
| $l_2$ | 1225.347m | -0.173286 | +4.0mm | 1225.3510m |    |
| $l_3$ | 888.536m  | -0.154570 | +3.5mm | 888.5395m  |    |
| $l_4$ | 1212.793m | -0.182302 | +4.2mm | 1212.7972m |    |
| $l_5$ | 1660.357m | +0.242750 | -5.5mm | 1660.3515m |    |
| $l_6$ | 1444.953m | +0.210085 | -4.8mm | 1444.9482m |    |

表 2

| 三角形 | 角号  | 角值           | 三角形 | 角号  | 角值            |
|-----|-----|--------------|-----|-----|---------------|
| ABD | ②   | 55°26'06".75 | ABC | ①   | 47°27'52".51  |
|     | ⑦   | 45°42'56".15 |     | ④   | 39°20'48".69  |
|     | ①+⑧ | 78°50'57".10 |     | ②+③ | 93°11'18".80  |
| BCD | ③   | 37°45'06".89 | ACD | ⑤   | 45°18'00".34  |
|     | ⑥   | 57°35'57".92 |     | ⑧   | 31°22'59".25  |
|     | ④+⑤ | 84°38'55".19 |     | ⑥+⑦ | 103°19'00".41 |

法方程式为:  $[aa]k_a + f_F = 0$

$$[aa] = 0.206816;$$

$$k_a = \frac{-f_F}{[aa]} = \frac{-4.7196 \times 10^{-6}}{0.206816} = -22.8203 \times 10^{-6}$$

按  $V_i = a_i \cdot k_a$  计算各边长改正数及改正后的边长, 列在第 1 表的第 4 栏和第 5 栏。

图 2 的大地四边形边和角的编号与图 1 的一致, 所不同的是图 2 中的  $A$ 、 $B$ 、 $C$  是固定点,  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_5$  是固定边, 固定边没有改正数。

当  $l_3$ 、 $l_4$ 、 $l_6$  是等权观测时, 可令  $l_3$ 、 $l_4$ 、 $l_6$  的权  $P_3$ 、 $P_4$ 、 $P_6$  为 1, 而固定边  $l_1$ 、 $l_2$ 、 $l_5$  的权  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_5$  为无穷大。

此时:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{aa}{P} \right] &= \frac{a_1^2}{P_1} + \frac{a_2^2}{P_2} + \frac{a_3^2}{P_3} + \frac{a_4^2}{P_4} + \frac{a_5^2}{P_5} + \frac{a_6^2}{P_6} \\ &= a_3^2 + a_4^2 + a_6^2 \end{aligned}$$

即: 在  $[aa]$  中不考虑固定边的系数, 而且  $V_1 = V_2 = V_5 = 0$ 。

例二: 在固定点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  中, 构成大地四边形, 示意图见第 3 表中的草图, 固定边长度见第 3 表第 1 栏, 观测边长在第 2 栏, 等权观测, 试按面积闭合法平差, 求各边的改正数。

解: 1. 按固定边长和观测边长计算各角值:

$$\angle BAD = 96^\circ 19' 44''.85; \quad \angle BCD = 109^\circ 06' 07''.63;$$

$$\angle ABC = 82^\circ 23' 40''.99; \quad \angle ADC = 72^\circ 10' 31''.38.$$

2. 求面积闭合差  $f_F$

$$F_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot l_1 \cdot l_4 \cdot \sin \angle BAD = 0.8759894217 \text{ km}^2$$

$$F_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot l_2 \cdot l_3 \cdot \sin \angle BCD = 0.6926668100 \text{ km}^2$$

表 3

| 固 定 边<br>(m)         | 边长观测值<br>(m)         | $\alpha$ 值 | 改 正 数  | 草 图 |
|----------------------|----------------------|------------|--------|-----|
| 1                    | 2                    | 3          | 4      |     |
| $l_1 =$<br>1275.9686 | $l_3 =$<br>1305.8620 | +0.304548  | +3.5mm |     |
| $l_2 =$<br>1122.6757 | $l_4 =$<br>1381.4780 | +0.254756  | +2.9mm |     |
| $l_5 =$<br>1584.0835 | $l_6 =$<br>1981.2170 | -0.452944  | -5.2mm |     |

$$F_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \sin \angle ABC = 0.7099488745 \text{ km}^2$$

$$F_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot l_3 \cdot l_4 \cdot \sin \angle ADC = 0.8587115099 \text{ km}^2$$

$$\begin{aligned} f_F &= F_{ABD} + F_{BCD} - F_{ABC} - F_{ACD} \\ &= -4.1527 \times 10^{-6} (\text{km}^2) \end{aligned}$$

3. 按 (10) 式求各观测边的  $\alpha$  值, 计算结果列入第 3 栏。

4. 求各边长的改正数

$$\text{法方程式为: } [aa]k_a + f_F = 0$$

$$k_a = \frac{-f_F}{[aa]} = \frac{+4.1527 \times 10^{-6}}{0.362808} = 11.44600 \times 10^{-6}$$

按  $V_i = a_i \cdot k_a$  计算各边长改正数, 列入第 4 栏。

从 (10) 式可以看出: 当大地四边形  $ABCD$  接近正方形时, 所有  $\alpha$  值都接近 0, 平差工作不好进行, 这也是面积闭合法条件平差的缺点之一。

## § 2 角度闭合法条件平差

### 一、角度改正数与边长改正数间的关系

按角度闭合法平差首先要找出角度改正数与边长改正数

间的关系。如图 4，根据余弦定理：

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos A$$

两边进行微分可得：

$$2a da = (2b - 2c \cdot \cos A) db + (2c - 2b \cdot \cos A) dc \\ + 2b \cdot c \cdot \sin A dA$$

$$dA = \frac{a}{b \cdot c \cdot \sin A} \left( da - \frac{b - c \cdot \cos A}{a} db \right. \\ \left. - \frac{c - b \cdot \cos A}{a} dc \right)$$

由图 4 可以看出

$$\frac{b - c \cdot \cos A}{a} = \cos C$$

$$\frac{c - b \cdot \cos A}{a} = \cos B$$

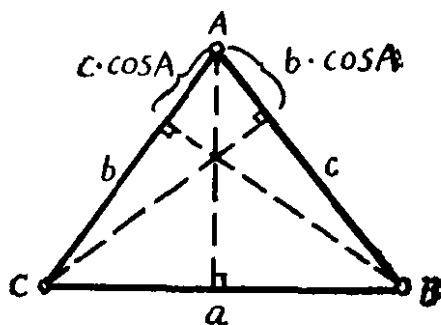


图 4

$$dA = \frac{a}{b \cdot c \cdot \sin A} (da - \cos C db - \cos B dc) \quad (11)$$

或写成：

$$dA = \frac{\sin A}{\sin B \cdot \sin C} \frac{da}{a} - \operatorname{ctg} C \frac{db}{b} - \operatorname{ctg} B \frac{dc}{c} \quad (12)$$

写成改正数的形式：

$$V_A = \frac{\sin A}{\sin B \cdot \sin C} \frac{V_a}{a} - \operatorname{ctg} C \frac{V_b}{b} - \operatorname{ctg} B \frac{V_c}{c} \quad (13)$$

(12) 式中的  $dA$  和 (13) 式中的  $V_A$  单位都是弧度，若以秒为单位还必须乘上 206265''。

## 二、条件方程式的建立

图 5 是一个测边大地四边形，有一个多余观测，可以列出一个条件方程式。设建立以  $A$  为顶点的三个角为条件，并

以 $\overline{①}$ 、 $\overline{⑧}$ 、 $\overline{⑨}$ 分别代表平差后的角值；以 $①$ 、 $⑧$ 、 $⑨$ 代表由边长观测值用余弦定理解算所得的角值，即

$$① = \cos^{-1} \frac{l_1^2 + l_5^2 - l_2^2}{2 \cdot l_1 \cdot l_5}$$

$$⑧ = \cos^{-1} \frac{l_4^2 + l_5^2 - l_3^2}{2 \cdot l_4 \cdot l_5}$$

$$⑨ = \cos^{-1} \frac{l_1^2 + l_4^2 - l_5^2}{2 \cdot l_1 \cdot l_4}$$

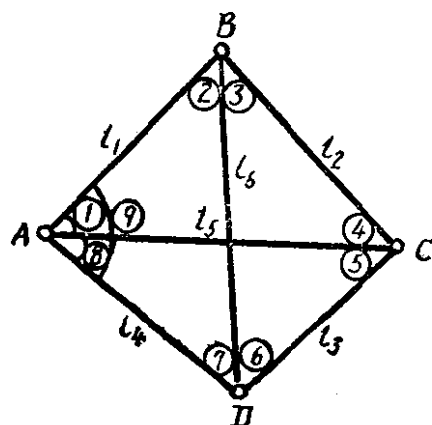


图 5

以 $V_①$ 、 $V_⑧$ 、 $V_⑨$ 表示角的改正数，则有

$$\overline{①} + \overline{⑧} - \overline{⑨} = 0$$

$$① + V_① + ⑧ + V_⑧ - ⑨ - V_⑨ = 0 \quad (14)$$

而  $① + ⑧ - ⑨ = f''_{\beta}$  (15)

(14) 式减 (15) 式可得：

$$V_① + V_⑧ - V_⑨ + f''_{\beta} = 0 \quad (16)$$

(15) 及 (16) 式中的 $f''_{\beta}$ 是角度闭合差；(15) 式是计算角度闭合差的公式；(16) 式是以角度改正数表示的条件方程式。

按 (11) 式的规律，并将 (11) 式中的微分符号改为改正数，可写出：

$$V_① = \frac{l_2}{l_1 \cdot l_5 \cdot \sin ①} (V_2 - \cos ④ \cdot V_5 - \cos (② + ③) \cdot V_1)$$

$$V_⑧ = \frac{l_3}{l_4 \cdot l_5 \cdot \sin ⑧} (V_3 - \cos ⑤ \cdot V_5 - \cos (⑥ + ⑦) \cdot V_4)$$

$$V_⑨ = \frac{l_6}{l_1 \cdot l_4 \cdot \sin ⑨} (V_6 - \cos ⑦ \cdot V_4 - \cos ② \cdot V_1)$$

把这些结果代入 (16) 式可得：