

大学物理自学丛书

郭士华主编

微积分基础

胡帅度 周康巍 编著

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

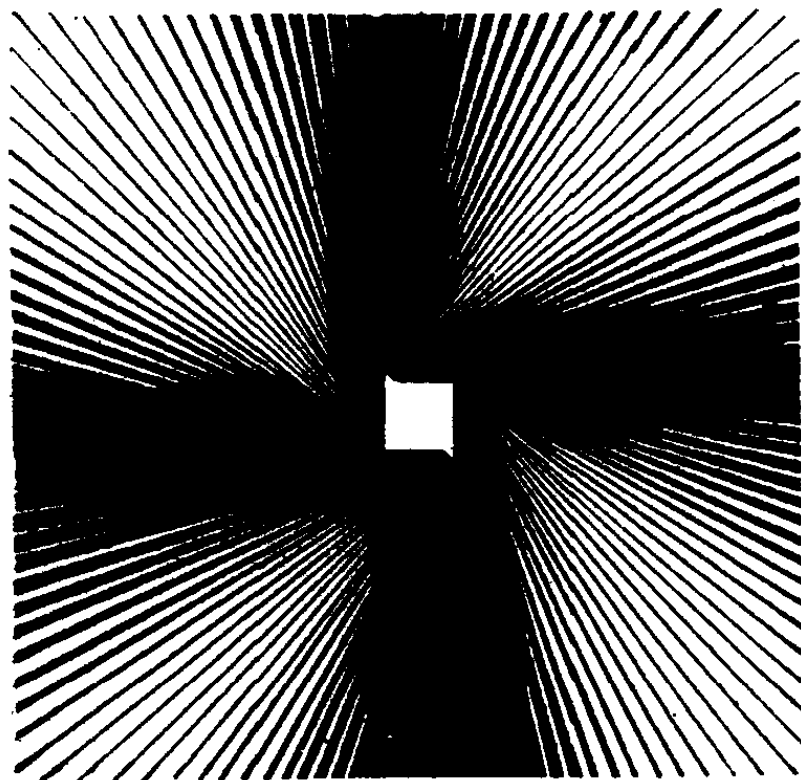


四川教育出版社

074304

大学物理自学丛书

微积分基础



四川教育出版社

一九八七年成都

责任编辑：陈卫平

封面设计：何一兵

版面设计：王 凌

微积分基础

胡师度 周康巍

四川教育出版社出版

(成都盐道街三号)

四川省新华书店发行

培风印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32

印张24.25 字数515千

1987年4月第一版

1987年4月第一次印刷

印数：1—2,500 册

书号：7344·523

定价：4.46 元

6F149/17

序 言

《大学物理自学丛书》是根据全国自学考试普通物理教学大纲编写的，可作为参加高等教育普通物理自学考试的广大青年的学习参考书。它有无师自通的特点。有的分册曾作为川大的夜大学讲义使用过。

本丛书共八册，依次为：《力学》、《热学与分子物理（包括题解）》、《电磁学》、《光学（包括题解）》、《原子物理（包括题解）》、《微积分基础（包括题及答案）》、《力学题解》、《电磁学题解》。凡具备高中文化程度的青年，只要认真阅读本丛书，并完成一定数量的作业，就能达到理科物理专业对普通物理的基本要求，获得通过普通物理单科考试的能力。

担任编写工作的同志都是在川大主讲有关课程多年，富有教学经验的教师。

本丛书有以下几个特点：

第一，内容简练。本丛书突出基本概念、基本理论、基本技能，以学以致用为原则。其行文简明准确，深入浅出，从中学物理起步，将大学普通物理的主要部分讲得详细透

物；并注意介绍最新成就。凡属可讲可不讲的内容，一般不选入。

第二，自带工具。物理分册的思考题、习题都有解答；所需要的数学知识都在《微积分基础》一书中讲到，读者无需它求。《微积分基础》例题多，实用性强，可收事半功倍的效果。因其是按数学系统编写的，先后次序不可能与物理的需要一致，故读者应根据各人的具体情况进行阅读。

第三，例题精解。为了培养读者的解题能力，本丛书所选例题较多，对求解某些典型问题的方法和步骤，作了原则性的概括，以便使读者有法可循。

第四，便于自学。本丛书全部采用国际单位制（SI制）。每分册中附有常用单位的国际符号与中文符号对照表，以便检索。在结构上，每章均按前言、正文、小结、思考题安排。前言中扼要指出学习该章的目的和要求，便于自学后进行总结和检查。

尽管编写组的同志在主观上作了很大努力，但限于业务水平和时间关系，缺点和错误在所难免，恳切欢迎读者批评指正，以便得到改进。

郭士堃

1985年于四川大学物理系

致 读 者

数学是物理学的工具。就整个物理学科而言，涉及的数学的确是既深又广。但对大多数人来说，具有学习普通物理学所需要的数学知识就足够了。《微积分基础》一书，作为《大学物理自学丛书》的一个分册，就是专为自学普通物理而编写的，其取材以理科普通物理所需为准，内容精练，但仍保持数学自身的系统性，可自成一体。本书深入浅出，举例较多，且有大量习题（附有答案），便于自学。

学习数学，讲究“三基”，即基本概念，基本理论，基本运算能力，希读者牢记。

普通物理的学习，并非要等全部学完本书才能起步，实际上只需学完矢量代数、解析几何、微分、积分，便可学习力学部分；以后再根据进度，学习本书的其它章节。这样边学边用，相互促进，可能收效更大。

胡师度 周康巍

1986年8月

目 录

第一章 高等代数基础与空间解析几何初步

§ 1.1	直角坐标系	(1)
一	平面直角坐标系	(1)
二	空间直角坐标系	(2)
§ 1.2	矢量的合成与分解	(6)
一	矢量的概念	(7)
二	数乘矢量	(8)
三	矢量的加减法	(8)
四	矢量在轴上的投影	(10)
五	矢量的分解	(12)
§ 1.3	矢量的乘积	(19)
一	矢量的标积	(19)
二	标积的坐标表示法	(21)
三	矢量的矢积	(23)
四	矢积的坐标表示法	(24)
五	矢积的应用——力矩	(25)
六	矢量的混合积	(29)
§ 1.4	复数及其表示法	(35)

一	实数与复数	(35)
二	复数的几何意义	(36)
三	复数的三角式和指数式	(36)
四	共轭复数	(38)
§ 1.5	复数的运算	(39)
一	复数的加减法	(39)
二	复数的乘除法	(40)
三	复数的乘方和开方	(41)
§ 1.6	行列式的定义	(43)
一	预备知识	(44)
二	三阶行列式的定义	(45)
三	n 阶行列式的定义	(46)
§ 1.7	子行列式·代数余子式	(47)
§ 1.8	行列式的性质	(52)
§ 1.9	线性方程组	(64)
一	基本概念	(64)
二	克兰姆定理	(67)
三	线性齐次方程组	(69)
§ 1.10	消元法解线性方程组	(75)
§ 1.11	平面与空间直线	(85)
一	平面方程	(86)
二	空间的直线方程	(92)
§ 1.12	二次曲面	(99)
一	曲面方程与空间曲线方程	(99)
二	椭球面·球面	(102)
三	柱面	(104)
四	锥面·旋转曲面	(106)
五	椭圆抛物面	(108)

六	双曲面·····	(109)
第二章	一元函数的微分学	
§ 2.1	极限与连续·····	(113)
一	实数的基本性质·····	(113)
二	数列的极限·····	(118)
三	函数的极限·····	(139)
四	连续函数的概念及其重要性质·····	(165)
五	初等函数·····	(176)
§ 2.2	导数与微分·····	(183)
一	导数与微分的概念·····	(183)
二	微分法则·····	(194)
三	高阶导数·····	(210)
§ 2.3	微分学的基本定理·····	(219)
一	中值定理·····	(219)
二	泰勒定理·····	(230)
§ 2.4	导数的应用·····	(253)
一	函数的增减与极值·····	(253)
二	函数的凸性与拐点·····	(266)
三	曲线的概形·····	(271)
四	待定式的极限·····	(275)
第三章	一元函数的积分学	
§ 3.1	不定积分·····	(282)
一	不定积分·····	(282)
二	换元积分法·····	(287)
三	换元积分法(续)·····	(296)
四	分部积分法·····	(301)
五	有理函数的积分法·····	(305)
六	无理函数的积分·····	(312)

七	超越函数的积分	(319)
§ 3.2	定积分	(330)
一	定积分的定义	(330)
二	微积分学的基本公式——牛-莱公式	(335)
三	定积分的基本性质	(339)
四	定积分的换元法与分部积分法	(347)
五	广义积分	(359)
§ 3.3	定积分的应用	(368)
一	元素法·平面图形的面积	(368)
二	旋转体的体积·平行截面面积为已知的立体的 体积	(377)
三	平面曲线的弧长与旋转面的表面积	(383)

第四章 无穷级数

§ 4.1	级数的概念与性质	(390)
一	无穷级数的概念	(390)
二	无穷级数的基本性质与收敛条件	(392)
§ 4.2	级数收敛性的判断	(397)
一	正项级数	(397)
二	绝对收敛级数	(402)
三	交错级数	(404)
§ 4.3	幂级数的收敛半径	(406)
§ 4.4	幂级数的运算	(409)
一	代数运算	(409)
二	幂级数的微分与积分	(410)
§ 4.5	泰勒级数	(412)
§ 4.6	初等函数的泰勒展开	(415)
一	直接方法	(415)
二	间接方法	(417)

§ 4.7	三角级数	(420)
§ 4.8	傅里叶级数	(422)
一	周期函数的傅里叶级数	(422)
二	傅里叶级数的收敛问题	(425)
三	奇函数和偶函数的傅里叶级数	(428)
四	定义在有限区间上的函数的傅里叶级数	(430)
§ 4.9	复数形式的傅里叶级数	(432)
第五章 微分方程初步		
§ 5.1	微分方程的概念	(436)
§ 5.2	一阶常微分方程	(438)
一	可分离变量的一阶常微分方程	(438)
二	一阶线性常微分方程	(441)
§ 5.3	常系数二阶线性齐次方程	(447)
§ 5.4	常系数二阶线性非齐次方程	(453)
§ 5.5	一维振动	(462)
一	简谐振动	(463)
二	阻尼振动	(465)
三	强迫振动	(468)
§ 5.6	微分方程的幂级数解法举例	(471)
第六章 多元函数的微分法		
§ 6.1	二元函数的极限与连续	(474)
§ 6.2	偏导数与全微分	(481)
一	定义与举例	(481)
二	复合函数的微分法	(495)
§ 6.3	偏导数的应用	(504)
一	空间曲线的切线与法平面 · 曲面的切平面与 法线	(504)

二	二元函数的泰勒展开.....	(512)
三	隐函数.....	(516)
四	极值.....	(525)

第七章 重积分

§ 7.1	二重积分	(539)
一	二重积分的定义.....	(539)
二	二重积分的计算.....	(544)
三	二重积分的计算(续)——二重积分中的变数 代换.....	(552)
四	二重积分的应用.....	(566)
§ 7.2	三重积分.....	(571)
一	三重积分的定义与计算.....	(571)
二	三重积分中的变数代换·柱坐标·球坐标.....	(578)
三	三重积分的力学应用.....	(586)

第八章 曲线积分与曲面积分

§ 8.1	第一型曲线积分的概念与计算	(591)
一	第一型曲线积分的定义.....	(591)
二	第一型曲线积分的计算.....	(594)
§ 8.2	第二型曲线积分的概念与计算	(601)
一	第二型曲线积分的定义.....	(601)
二	第二型曲线积分的计算.....	(603)
§ 8.3	格林公式及其应用	(611)
一	格林公式.....	(611)
二	平面上曲线积分与路径无关的条件.....	(620)
§ 8.4	第一型曲面积分	(628)
一	第一型曲面积分的概念.....	(628)
二	第一型曲面积分的计算.....	(629)

三	第一型曲面积分的计算 (续)	(637)
§ 8.5	第二型曲面积分	(646)
一	第二型曲面积分的定义	(646)
二	第二型曲面积分的计算	(652)
§ 8.6	高斯公式	(659)
§ 8.7	斯托克司公式	(666)

第九章 矢量分析

§ 9.1	矢量对标量的导数和积分	(673)
一	矢量对标量的导数	(673)
二	矢量对标量的积分	(680)
§ 9.2	标量场 · 等值面 · 梯度	(681)
一	标量场	(681)
二	标量场的等值面与梯度	(681)
9.3	矢量场 · 流线 · 环量 · 通量	(689)
一	矢量场 · 流线	(689)
二	矢量的曲线积分 · 环量	(691)
三	矢量场的通量	(694)
§ 9.4	矢量场的散度 · 高斯公式	(697)
§ 9.5	矢量场的旋度	(703)
§ 9.6	矢量场的分类	(708)
一	有散场和无散场	(708)
二	有旋场和无旋场	(709)
三	谐和场	(712)
四	一般矢量场的分解	(713)

附录

一	代数	(714)
二	三角	(720)

三	几何	(723)
四	导数和微分	(735)
五	不定积分	(737)
六	定积分	(755)
七	Γ 函数 (欧勒积分)	(757)
八	初等函数的幂级数展开式	(758)
九	重要平面曲线	(761)

第一章 高等代数基础与 空间解析几何初步

§ 1.1 直角坐标系

本章1—3节讲述矢量代数。矢量代数是物理学中常用的数学工具之一。它包括矢量的合成、分解、数乘、标积、矢积和混合积等内容。在讲矢量代数之前，我们先复习一下直角坐标系。

一 平面直角坐标系

平面上任一点 P 的位置，可用平面直角坐标系 xOy (图 1.1—1) 中两个坐标 (a, b) 确定。 a 、 b 分别是点 $P(a, b)$ 在 x 、 y 轴上的**投影** (即**垂足**) 的**坐标**。任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2)$ 间的**距离** 记为 $|P_1P_2|$ ，其值恒正。由图 1.1—2 可得

$$|P_1P_2| = \sqrt{|P_1A|^2 + |P_2A|^2},$$

$$\text{即 } |P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad \text{图 1.1—2}$$

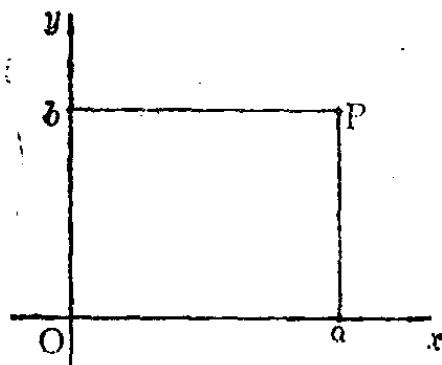
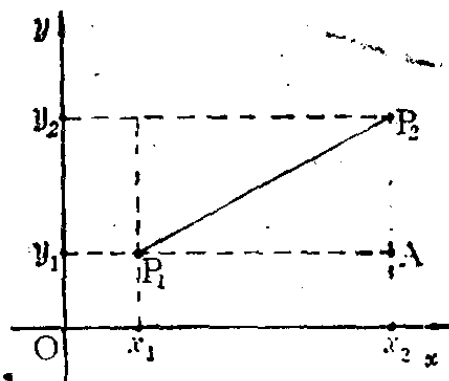


图 1.1—1



二 空间直角坐标系

要确定空间某一点的位置，可建立一个空间直角坐标系 $O-xyz$ (图1.1—3)，它的三个坐标轴 x 、 y 、 z 过原点 O 且两两正交（即垂直）。坐标轴正方向的选取通常按 **右手法则**，即当 x 轴的正向按右手四指握拳方向以 $\pi/2$ 的角度转向 y 轴正向时，拇指的指向就是 z 轴的正向。因此，我们说 x 、 y 、 z 轴构成 **右手系**。

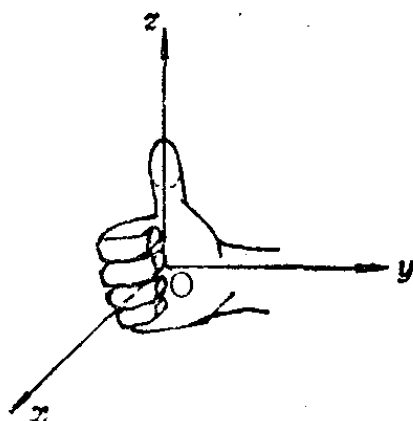


图 1.1—3

过 x 轴与 y 轴的平面称为 xOy 平面。类似地有 yOz 平面和 xOz 平面。此三 **坐标面** 两两垂直，且将空间分成八个 **卦限** (图1.1—4)。I、II、III、IV 卦限占据 $z > 0$ 的半个空间；V、VI、VII、VIII 卦限占据 $z < 0$ 的半个空间。（对比：平面直角坐标系的两个坐标轴把平面分成四个 **象限**。）

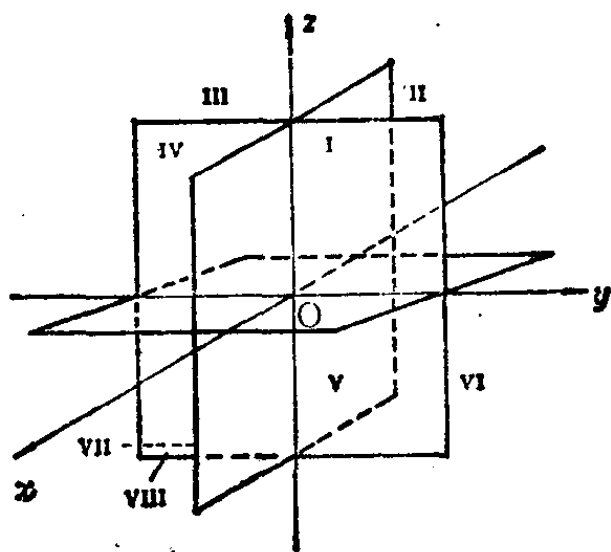


图 1.1—4

空间内任一点 P 的位置，可用三个①坐标 (a, b, c) 确定(图1.1—5)。 a 、 b 、 c

① 这样的空间称为三维空间，而平面和直线则分别称为二维和一维空间。

分别是点 P 在 x 、 y 、 z 轴上的投影的坐标，同时也是过点 P 分别垂直于 x 、 y 、 z 轴的平面与 x 、 y 、 z 轴的交点的坐标。图1.1—5中还画出了点 P 在 xOy 平面上的投影（即垂足） P' 。显然， P' 在 x 、 y 轴上的投影就是 a 、 b 所代表的两点。

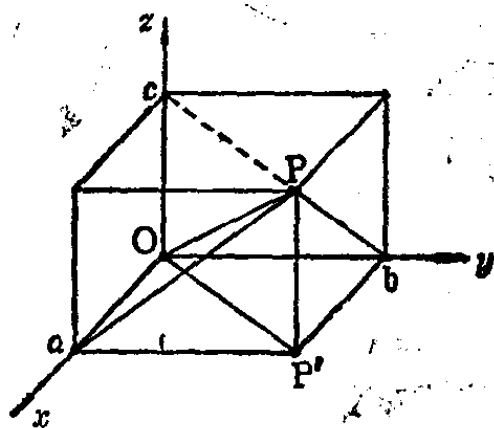


图 1.1—5

我们来求任意两点 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 间的距离 $|P_1P_2|$ 。如图1.1—6，过 P_1 、 P_2 分别作平行于坐标面的平面，组成一长方体，它的棱与坐标轴平行。因为

$$|P_1A| = x_2 - x_1,$$

$$|AB| = y_2 - y_1,$$

$$|BP_2| = z_2 - z_1.$$

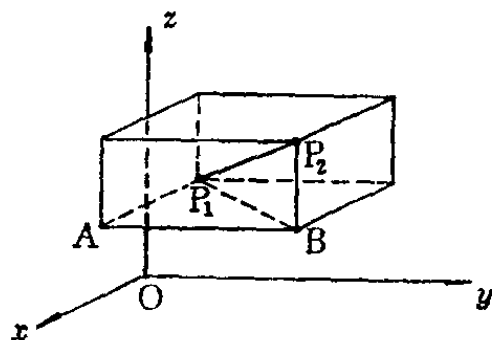


图 1.1—6

$$\begin{aligned} \text{所以 } |P_1P_2| &= \sqrt{|P_1B|^2 + |BP_2|^2} \\ &= \sqrt{|P_1A|^2 + |AB|^2 + |BP_2|^2}, \end{aligned}$$

$$\text{即 } |P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

(1.1—1)

此即两点间的距离公式。它表明：两点间距离的平方等于这两点的坐标差之平方和。

由(1.1—1)式得点 $P(x, y, z)$ 到原点 $O(0, 0, 0)$ 的距离为

$$|OP| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$