大学物理自学丛书

郭士堃 主编

微积分基础

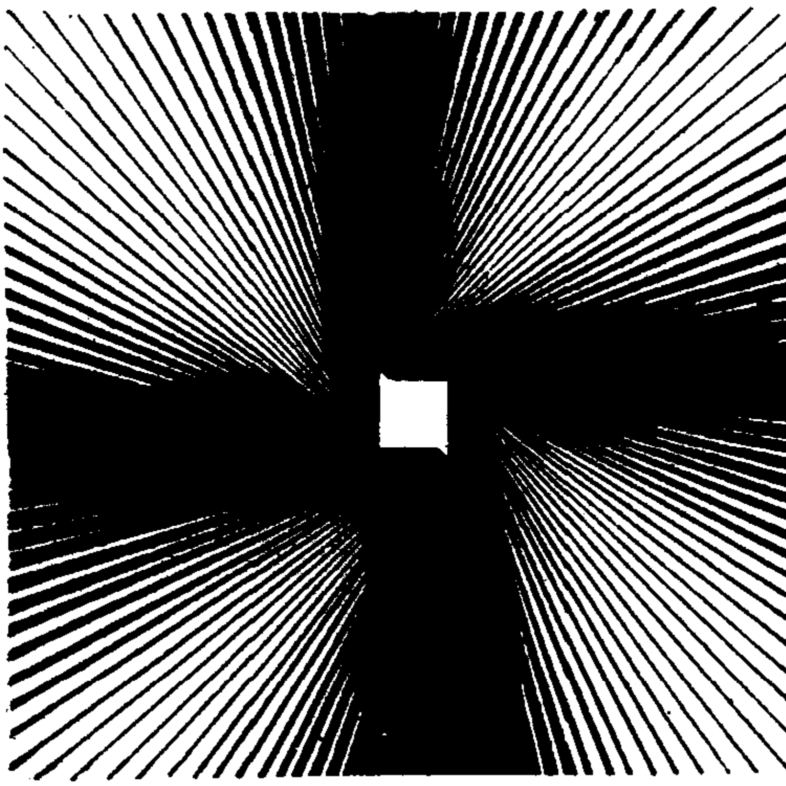
胡帅度 周秉巍 编著

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

四川教育出版社

大学物理自学丛书

微积分基础



四川教育出版社

一九八七年·成都

责任编辑：陈卫平

封面设计：何一兵

版面设计：王　凌

微积分基础　　胡师度　周康巍

四川教育出版社出版　（成都盐道街三号）

四川省新华书店发行　培风印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32　印张24.25 字数515千

1987年4月第一版　1987年4月第一次印刷

印数：1—2,500 册

书号：7344·523　定价：4.46 元

序 言

《大学物理自学丛书》是根据全国自学考试普通物理教学大纲编写的，可作为参加高等教育普通物理自学考试的广大青年的学习参考书。它有无师自通的特点。有的分册曾作为川大的夜大学讲义使用过。

本丛书共八册，依次为：《力学》、《热学与分子物理（包括题解）》、《电磁学》、《光学（包括题解）》、《原子物理（包括题解）》、《微积分基础（包括题及答案）》、《力学题解》、《电磁学题解》。凡具备高中文化程度的青年，只要认真阅读本丛书，并完成一定数量的作业，就能达到理科物理专业对普通物理的基本要求，获得通过普通物理单科考试的能力。

担任编写工作的同志都是在川大主讲有关课程多年，富有教学经验的教师。

本丛书有以下几个特点：

第一，内容简练。本丛书突出基本概念、基本理论、基本技能，以学以致用为原则。其行文简明准确，深入浅出，从中学物理起步，将大学普通物理的主要部分讲得详细透

物；并注意介绍最新成就．凡属可讲可不讲的内容，一般不选入。

第二，自带工具．物理分册的思考题、习题都有解答；所需要的数学知识都在《微积分基础》一书中讲到，读者无需它求。《微积分基础》例题多，实用性强，可收事半功倍的效果．因其是按数学系统编写的，先后次序不可能与物理的需要一致，故读者应根据各人的具体情况进行阅读。

第三，例题精解．为了培养读者的解题能力，本丛书所选例题较多，对求解某些典型问题的方法和步骤，作了原则性的概括，以便使读者有法可循。

第四，便于自学．本丛书全部采用国际单位制（SI制）。每分册中附有常用单位的国际符号与中文符号对照表，以便检索．在结构上，每章均按前言、正文、小结、思考题安排．前言中扼要指出学习该章的目的和要求，便于自学后进行总结和检查。

尽管编写组的同志在主观上作了很大努力，但限于业务水平和时间关系，缺点和错误在所难免，恳切欢迎读者批评指正，以便得到改进。

郭士堃

1985年于四川大学物理系

致 读 者

数学是物理学的工具．就整个物理学科而言，涉及的数学的确是既深又广．但对大多数人来说，具有学习普通物理学所需要的数学知识就足够了．《微积分基础》一书，作为《大学物理自学丛书》的一个分册，就是专为自学普通物理而编写的，其取材以理科普通物理所需为准，内容精练，但仍保持数学自身的系统性，可自成一体．本书深入浅出，举例较多，且有大量习题（附有答案），便于自学．

学习数学，讲究“三基”，即基本概念，基本理论，基本运算能力，希读者牢记．

普通物理的学习，并非要等全部学完本书才能起步，实际上只需学完矢量代数、解析几何、微分、积分，便可学习力学部分；以后再根据进度，学习本书的其它章节．这样边学边用，相互促进，可能收效更大．

胡师度　周康巍

1986年8月

目　　录

第一章　高等代数基础与空间解析几何初步

§1.1　直角坐标系

本章1—3节讲述矢量代数．矢量代数是物理学中常用的数学工具之一．它包括矢量的合成、分解、数乘、标积、矢积和混合积等内容．在讲矢量代数之前，我们先复习一下直角坐标系．

一　平面直角坐标系

平面上任一点 P的位置，可用平面直角坐标系xOy（图1.1—1）中两个坐标$(a,\ b)$确定．a、b分别是点$P(a,b)$在x、y轴上的**投影**（即**垂足**）的**坐标**．任意两点$P_1(x_1,\ y_1)$和$P_2(x_2,\ y_2)$间的**距离**记为$|P_1P_2|$，其值恒正．由图1.1—2可得

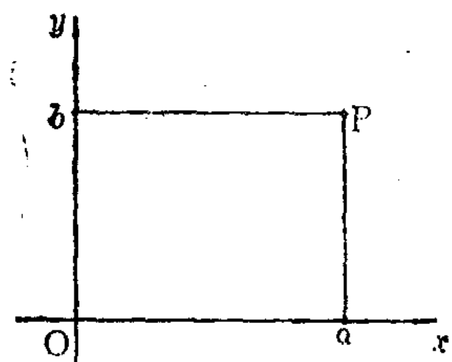
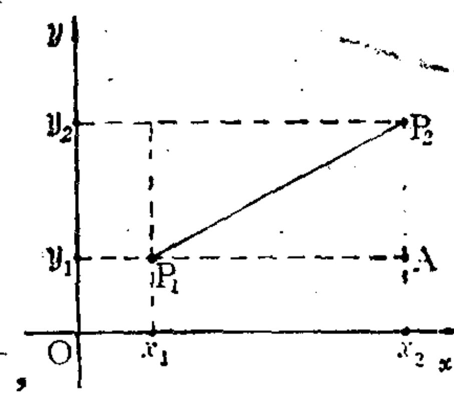


图 1.1—1



$$|P_1P_2| = \sqrt{|P_1A|^2 + |P_2A|^2},$$

即　$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}.$$

图 1.1—2

二　空间直角坐标系

要确定空间某一点的位置，可建立一个空间直角坐标系 $O\text{-}xyz$（图1.1—3），它的三个坐标轴 x、y、z 过原点 O 且两两**正交**（即垂直）。坐标轴正方向的选取通常按**右手法则**，即当 x 轴的正向按右手四指握拳方向以 $\pi/2$ 的角度转向 y 轴正向时，拇指的指向就是 z 轴的正向。因此，我们说 x、y、z 轴构成**右手系**。

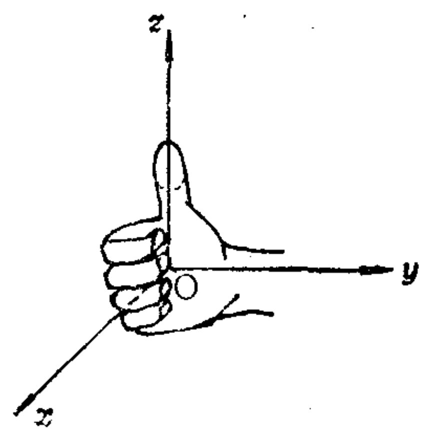


图 1.1—3

过 x 轴与 y 轴的平面称为 xOy 平面。类似地有 yOz 平面和 xOz 平面。此三**坐标面**两两垂直，且将空间分成八个**卦限**（图1.1—4）。Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ卦限占据 $z>0$ 的半个空间；Ⅴ、Ⅵ、Ⅶ、Ⅷ卦限占据 $z<0$ 的半个空间。（对比：平面直角坐标系的两个坐标轴把平面分成四个象限。）

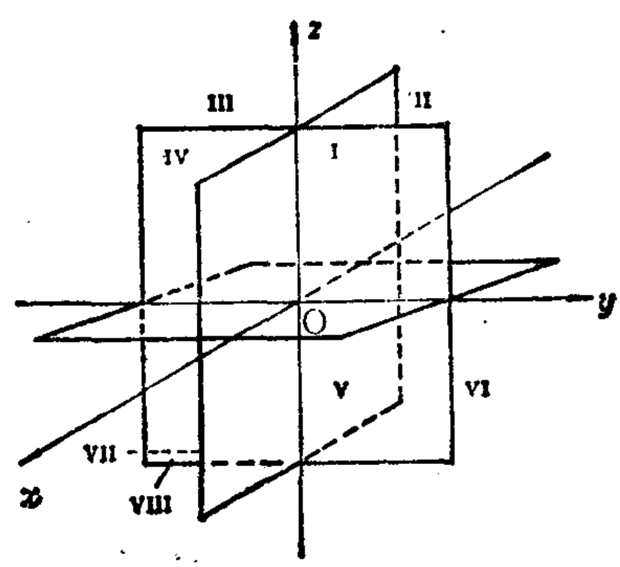


图 1.1—4

空间内任一点 P 的位置，可用三个① 坐标 (a, b, c) 确定（图1.1—5）。a、b、c

---

① 这样的空间称为三维空间，而平面和直线则分别称为二维和一维空间。

分别是点P在x、y、z轴上的投影的坐标，同时也是过点P分别垂直于x、y、z轴的平面与x、y、z轴的交点的坐标。图1.1—5中还画出了点P在xOy平面上的投影（即垂足）P'。显然，P'在x、y轴上的投影就是a、b所代表的两点。

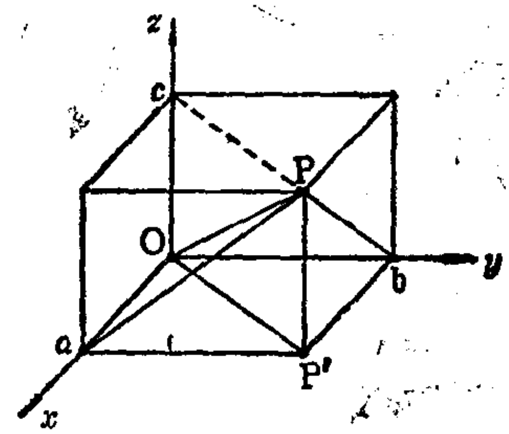


图 1.1—5

我们来求任意两点$P_1(x_1, y_1, z_1)$和$P_2(x_2, y_2, z_2)$间的距离$|P_1P_2|$。如图1.1—6，过P_1、P_2分别作平行于坐标面的平面，组成一长方体，它的棱与坐标轴平行。因为

$$|P_1A| = x_2 - x_1,$$
$$|AB| = y_2 - y_1,$$
$$|BP_2| = z_2 - z_1.$$

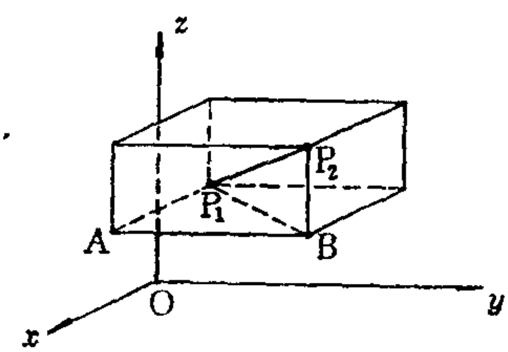


图 1.1—6

所以 $$|P_1P_2| = \sqrt{|P_1B|^2 + |BP_2|^2}$$
$$= \sqrt{|P_1A|^2 + |AB|^2 + |BP_2|^2},$$

即 $$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \tag{1.1—1}$$

此即两点间的距离公式。它表明：两点间距离的平方等于这两点的坐标差之平方和。

由（1.1—1）式得点$P(x, y, z)$到原点$O(0, 0, 0)$的距离为

$$|OP| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$