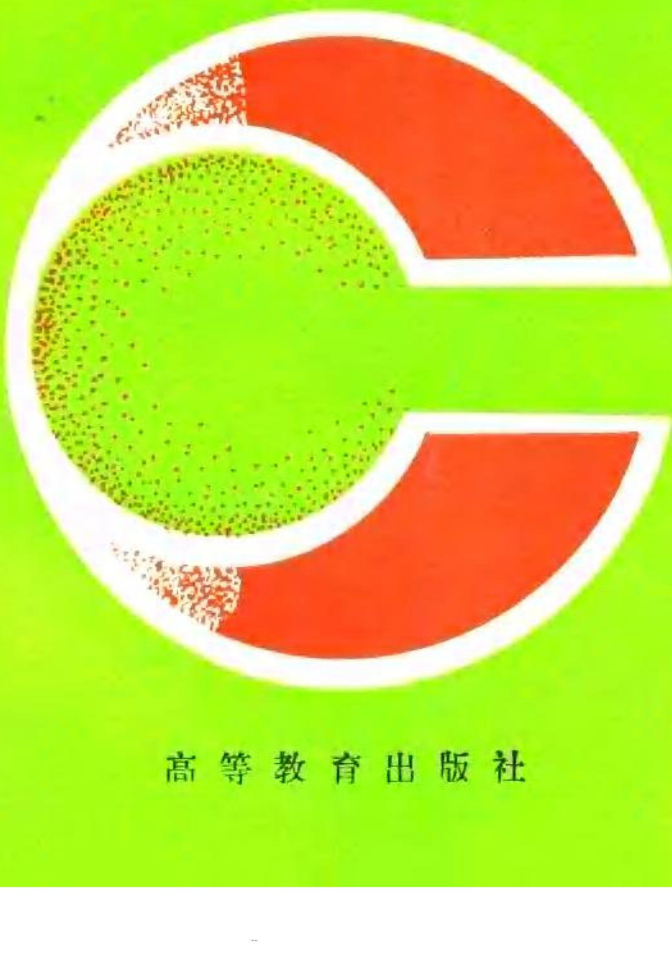
Heat Conduction

热传导

张 洪 济



高等教育出版社

热 传 导

张 洪 济

高等教育出版社

(京)112号

内 容 提 要

本书深入论述了导热的基本理论，阐明了求解一般导热问题的基本分析过程。全书共九章，系统地介绍了导热问题的各种求解方法：直接积分法、分离变量法、拉普拉斯变换法、热源法、近似分析法和数值法，以及它们在求解导热问题中的应用；对肋片传热、运动物体中的导热及相变导热等有实际意义的导热问题也给予了充分考虑。本书在加强基本理论的同时，十分注意物理概念的阐述，并突出了分析问题和解决问题的方法。书中适当反映了该领域内新的研究成果；选编了丰富的例题与习题，其中不少具有应用背景，以帮助读者巩固所学的内容，提高解决实际导热问题的能力。每章末有参考文献，书末有附录和索引。全书采用我国法定计量单位。

本书经高等工业学校传热学课程教学指导小组扩大会议审订，可作为热工类各专业和机械类动力机械专业等有关专业的研究生、高年级大学生选修课及师资提高班热传导课程的教学用书，也可供有关科技人员参考。

热 传 导
张洪济
*
高等教育出版社出版
新华书店总店北京科技发行所发行
民族印刷厂印装
*
开本 850×1168 1/32 印张 17.25 字数 440 000
1992年10月第1版 1992年10月第1次印刷
印数 0001—1 610
ISBN 7-04-003834-X/TH·308
定价 10.70 元

前　言

热传导是传热传质学科的一个重要分支，是深入学习与研究该学科其它分支的重要基础理论之一，在日常生活和工程上应用广泛。现代科学技术的迅速发展，不同学科之间的相互交叉和渗透，给传热传质学的研究以新的推动，使之成为当代技术科学中十分活跃的基础学科之一，发挥着越来越重要的作用。在我国的现代化事业中，广大科技工作者面临着赶超世界先进水平，推动科技进步，促进国民经济发展的重要任务。正是在这种形势下，为适应研究生培养的需要，从1980年开始，作者每年在重庆大学为研究生开设热传导课程，并编写了相应的试用教材。本书就是在试用教材的基础上，根据多年的教学实践，经过提炼加工编写成的。

本书将以大学本科传热学为起点，深入论述导热的基本理论，阐明求解一般导热问题的基本分析过程，增加总的深度和广度，尽量避免简单的重复。此外，本书注意与传热传质学的其它分支和其它相关学科的联系与渗透，更新其内容。例如：把对固体中导热现象的分析扩大到流动介质，揭示了对流换热在传热机理上的导热本质；引入热力学第二定律，建立熵方程，导出熵产率的表达式，突出了导热过程的不可逆性。本书在加强基础理论的同时，十分注意物理概念的阐述；在论述上，采用结合典型对象，并严格遵循“物理模型——数学模型——求解方法”的模式，详细阐明基本原理和解决问题的思路。在内容编排上，注意了由浅入深，循序渐进，前后呼应，互为补充，层次分明，并且加强了系统性，以利于读者学习。

本书以求解导热问题的方法为主要线索，系统地介绍了直接积分法、分离变量法、拉普拉斯变换法、热源法、近似分析法和数值法；适当顾及了物理现象的类别，对肋片传热、运动物体中

的导热及相变导热等给予了充分的考虑；并对该领域内新的研究成果也作了适当反映，体系上有一定特色。本书内容丰富，包含的信息量大，读者根据具体情况省略部分章节，也不会影响内容的连贯性。

本书注重能力的培养与训练，除在内容取材上坚持结合典型对象外，还选编了适当数量的例题，并有丰富的习题，其中不少例题和习题有明确的应用背景。例题用以帮助读者巩固所学的内容，并起开阔视野的作用。习题注意选题质量，尽可能剔除死套公式的习题；部分习题有较大的难度，旨在促使读者进行解题训练的实践，并深化有关的内容，以提高分析问题和解决问题的能力。

本书对数值解法的内容给予了足够的重视，对导热问题的有限差分法作了比较系统的论述；注意了计算机在求解导热问题中的应用，并在附录Ⅷ、Ⅸ中分别给出了求解稳态和非稳态导热问题的简单计算机程序，供读者参考。

本书可作为热工类各专业和机械类动力机械专业等有关专业的研究生、高年级大学生选修课及师资提高班热传导课程的教学用书，亦可供从事和涉及传热研究与设计的科技人员参考。

1987年10月，高等工业学校传热学课程教学指导小组扩大会议对本书进行了评审，主审人郑万烈副教授及与会同志认真审阅了初稿，提出了许多很好的建设性意见，对于提高本书的质量起了很大的作用。作者根据评审会议的意见，对书稿内容作了较大的调整、修改和补充。在编写本书的过程中，得到了作者所在学校——重庆大学动力工程系前系主任雷亨顺教授的支持，以及教研室同仁的关心和鼓励。试用初稿的研究生亦提出过不少可取的建议。在本书即将出版之际，作者谨在此向所有曾经帮助、关心与鼓励过作者的同志表示诚挚的谢意。作者还要感谢自己的妻子，由于她的理解与支持，使本书的写作得以完成。

由于本书内容广泛而又要求比较系统深入，作者深感自己的

学识和经历与此要求不相适当，虽经努力，仍不够理想，书中错误和不妥之处在所难免，恳请读者批评指正，使其不断改进和完善。

张洪济

1990年8月于重庆大学

主要符号表

a 热扩散率（导温系数），m^2/s

A 横截面积、边界面积，m^2

b 厚度或宽度，m

c 比热容，J/(kg·℃)

C 热容，J/℃；热传播速度，m/s

d 直径，m

e 比内能，J/kg

f 纵截面积，m^2

g 重力加速度，m/s^2

h 比焓，J/kg；距离，m

H 拉梅系数；换热系数与导热系数之比，m^{-1}

K 热导，W/℃；传热系数，W/(m^2·℃)

l 长度，m

L 厚度、肋高，m；相变(凝固或熔化)潜热、烧蚀热，J/kg

p 压力（压强），Pa

P 周长，m

q 热流密度，W/m^2

Q 热流量，W

r 半径，m

R 热阻，℃/W；距离，m

s 比熵，J/(kg·K)；距离，m

S 肋表面积，m^2；导热形状因子，m；相界面位置，m

t 摄氏温度，℃

T 绝对温度，K；变换温度，℃

u,v,w 速度，m/s

V 容积，m^3

x,y,z　直角坐标

* * * * * *

α　换热系数，$W/(m^2 \cdot ℃)$

β　体积膨胀系数，K^{-1}；温度系数，$℃^{-1}$；肋化系数

δ　厚度，m

ε　变形率，s^{-1}；（相对）误差；小参数

ζ　坐标；无量纲变量

η　坐标；无量纲变量；效率

θ　过余温度，℃

Θ　无量纲过余温度

λ　导热系数（热导率），$W/(m \cdot ℃)$；矩阵特征值

Λ　各向异性介质的导热系数，$W/(m \cdot ℃)$；波长，m

μ　动力粘度，$kg/(m \cdot s)$；减弱系数，m^{-1}

ξ　坐标；无量纲变量

ρ　密度，kg/m^3

τ　时间，s

ϕ,φ　角度，rad 或(°)

Φ　耗散函数，W/m^3

ψ　角度，rad 或(°)

ω　角频率，rad/s

目　录

第一章　导热的理论基础

本章将围绕导热问题的数学描述展开讨论，并深入阐述导热的理论基础。为此，首先介绍导热的基本定律，应用热力学第一定律和第二定律建立导热的能量方程和熵方程；接着介绍基本方程在一般正交坐标系中的表达形式；最后讨论导热问题的单值性条件，并扼要介绍导热问题的各种求解方法。

§1-1　导热的基本定律

1．导热的基本定律

依靠物体内部分子、原子及自由电子等微观粒子的热运动而产生的热量传递过程称为热传导（或称导热）。在导热过程中，热量就地传递，各部分物质之间不发生宏观的相对位移。导热永远和物体内部温度分布的不均匀性联系在一起，例如：在物体内部，热量从温度较高的部分传递到温度较低的部分；在相接触的物体之间，热量从温度较高的物体传递到温度较低的另一物体。导热现象遵循傅里叶定律。在均匀、各向同性介质中，傅里叶定律的向量表达式为

$$\boldsymbol{q}=-\lambda \operatorname{grad} t=-\lambda \nabla t=-\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \boldsymbol{n} \qquad (1\text{-}1\text{-}1)$$

式中：$\boldsymbol{n}$ 表示单位法向向量；$\partial t/\partial n$ 表示温度在 n 方向上的导数；∇ 是 nabla 算子❶；λ 是比例系数，称为导热系数（或称热导率）；向量 $\boldsymbol{q}$ 是热流密度（或称热通量），沿等温面法线指向温度降低

❶ nabla 算子即过去常称的哈密尔顿（Hamilton）算子。

的方向，其大小等于单位时间内通过单位等温面面积的热量，记为 q，单位为W/m^2。对于 q，傅里叶定律表示为

$$q=-\lambda\frac{\partial t}{\partial n} \qquad (1\text{-}1\text{-}2)❶$$

$\boldsymbol{q}$ 在某一方向 l 上的分量 q_l 即为该方向上的热流密度，其大小表示单位时间内通过与该方向垂直的单位面积的热量，记为 q_l：

傅里叶定律又称导热基本定律，它揭示了导热量与温度分布不均匀性之间的联系，对于稳态温度场和非稳态温度场均适用。物体内的温度场一经确定，即可由傅里叶定律求得相应的热流密度。相反，给定了热流密度，温度场却不可能由傅里叶定律唯一地确定下来。因此，在导热问题的研究中，人们总是把注意力更集中于温度场方面。

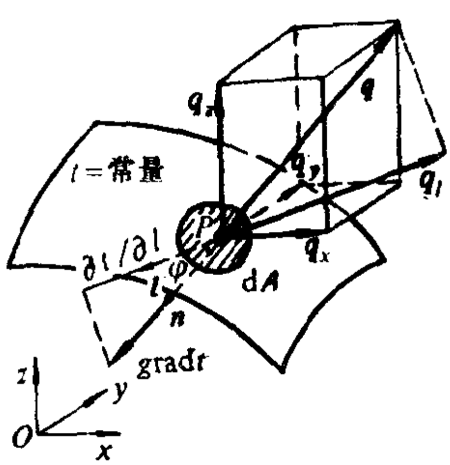


图 1-1 温度梯度与热流密度

式（1-1-1）定义了一个热流密度场（向量场），它与温度梯度场并存。每一点的 $\boldsymbol{q}$ 与该点的温度梯度(grad t)共线、反向，如图1-1所示。在直角坐标系中，温度梯度与热流密度分别由以下二式表示：

$$\text{grad}\, t=\frac{\partial t}{\partial x}\boldsymbol{i}+\frac{\partial t}{\partial y}\boldsymbol{j}+\frac{\partial t}{\partial z}\boldsymbol{k} \qquad (1\text{-}1\text{-}3)$$

$$\boldsymbol{q}=-\lambda\frac{\partial t}{\partial x}\boldsymbol{i}-\lambda\frac{\partial t}{\partial y}\boldsymbol{j}-\lambda\frac{\partial t}{\partial z}\boldsymbol{k}=q_x\boldsymbol{i}+q_y\boldsymbol{j}+q_z\boldsymbol{k} \qquad (1\text{-}1\text{-}4)$$

式中：$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示 x、y、z 坐标轴上的单位向量。q_x、q_y、q_z 分别是 $\boldsymbol{q}$ 在 x、y、z 坐标轴上的投影，于是有

❶ 在本书其后的论述中，对 $\boldsymbol{q}$ 和 q 将不予严格区分。

$$q_x=-\lambda\frac{\partial t}{\partial x}\qquad q_y=-\lambda\frac{\partial t}{\partial y}\qquad q_z=-\lambda\frac{\partial t}{\partial z}\tag{1-1-5}$$

根据向量运算法则，热流密度 $\boldsymbol{q}$ 在某一方向 l 上的投影 q_l 为

$$q_l=\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{l}=-\lambda\frac{\partial t}{\partial n}\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{l}=q\cos\varphi=-\lambda\frac{\partial t}{\partial l}\tag{1-1-6}$$

式中，$\boldsymbol{l}$ 表示 l 方向上的单位向量，φ 是 $\boldsymbol{l}$ 与 $\boldsymbol{n}$ 之间的夹角。上式表明，任意方向上的热流密度与温度在该方向上的变化率成正比。根据式（1-1-1），热流密度与等温面垂直，所以表示热流方向的热流线必与等温线垂直相交。

单位时间内通过某一给定面积的热量称为热流量，记为 Q，单位为W。对于面积 A，有

$$Q=\int_A q_n\,\mathrm{d}A\tag{1-1-7}$$

式中，q_n 为面积 A 上法向 $\boldsymbol{n}$ 的热流密度。

根据傅里叶定律，当物体中某处存在热扰动而造成温度分布不均匀时，会立刻发生热量的传递，即使在离开扰动源无限远的地方，也能马上感受到扰动的作用。这表明，热扰动是以无限大的速度传播的。这一结论不仅在严格的理论意义上不能成立，而且在某些应用上也会出现明显的问题。由统计热力学理论可知，物体对热扰动会表现出一定的惯性和阻尼作用，它只能以有限的速度在物体内传播。因此，必须对傅里叶定律作适当的修正，此时式（1-1-1）变为[1]

$$\frac{a}{C^2}\frac{\partial \boldsymbol{q}}{\partial \tau}+\boldsymbol{q}=-\lambda\nabla t\tag{1-1-8}$$

式中：a 是材料的热扩散率（或称导温系数）；$C=\sqrt{a/\tau_0}$ 是热传播速度，τ_0 称为松弛时间，其数量级大致与分子二次碰撞间的时间间隔相当[2]。对于稳态导热，上式退化为式（1-1-1），傅里叶定律精确地成立。在大多数实际导热问题中，a 比 C^2 小 10 个数量级，热传播速度为有限值，其影响可以忽略不计，傅里叶定

律仍然适用。只有在深冷时，或在极短时间内，或在热负荷很高的情形下，C 为有限值的影响才变得重要起来[3]。例如，在 1.4 K的液氦Ⅱ中，$C=19\ \mathrm{m/s}$，此时式（1-1-8）中等号左边的第一项不能忽略。

2．熵流密度

导热过程是典型的不可逆过程，随着热量的转移，必然有表征过程不可逆性的熵的传递。熵流密度 $\boldsymbol{s}_\mathrm{f}$ 的定义为

$$\boldsymbol{s}_\mathrm{f}=\frac{\boldsymbol{q}}{T} \tag{1-1-9 a}$$

式中，T 是任意点处的绝对温度。可见，向量 $\boldsymbol{s}_\mathrm{f}$ 与热流密度 $\boldsymbol{q}$ 同向，其大小等于单位时间内经单位等温面面积传递的熵，记为 s_f

$$s_\mathrm{f}=\frac{q}{T} \tag{1-1-9 b}$$ ●

单位为W/(m²·K)。对于 s_f，则有

$\boldsymbol{s}_\mathrm{f}$ 在某一方向 l 上的分量 $\boldsymbol{s}_{\mathrm{f},l}$ 即为该方向上的熵流密度，其大小表示单位时间内经与 l 方向垂直的单位面积传递的熵，记为 $s_{\mathrm{f},l}$。

熵流密度场与热流密度场并存。对于熵流密度，可以写出类似于热流密度的一些表达式，例如

$$\boldsymbol{s}_\mathrm{f}=-\frac{\lambda}{T}\frac{\partial t}{\partial x}\boldsymbol{i}-\frac{\lambda}{T}\frac{\partial t}{\partial y}\boldsymbol{j}-\frac{\lambda}{T}\frac{\partial t}{\partial z}\boldsymbol{k} \tag{1-1-10}$$

单位时间内通过某一给定面积的熵流称为熵流量，记为 S_f，单位为 W/K。对于面积 A，有

$$S_\mathrm{f}=\int_A s_{\mathrm{f},\mathrm{n}}\,\mathrm{d}A \tag{1-1-11}$$

式中，$s_{\mathrm{f},\mathrm{n}}$ 为面积 A 上法向 $\boldsymbol{n}$ 的熵流密度。

3．导热系数

导热系数是表征材料导热能力的物性量，单位为 W/(m·℃)。

● 像对 $\boldsymbol{q}$ 和 q 一样，对 $\boldsymbol{s}_\mathrm{f}$ 和 s_f 亦不予严格区分。

傅里叶定律的数学表达式（1-1-1）也就是导热系数的定义式，即

$$\lambda = -\frac{q}{(\partial t/\partial n)n} \qquad W/(m\cdot℃) \qquad (1\text{-}1\text{-}12)$$

其数值等于单位温度梯度时所传导的热流密度。不同材料的导热系数差别极大，十分悬殊。一般地讲，纯金属的导热系数最大，气体和蒸气的导热系数最小，绝热材料和无机液体的导热系数介于它们之间。为了对各种材料导热系数的大小有一个数量级的概念，表 1-1 列出了一些材料导热系数值的典型变化范围。有关导热系数性质的更进一步的资料，可参阅文献[1,4,5]。

表 1-1 材料导热系数值的典型变化范围

材料种类	金　属	合　金	非金属液体	绝热材料	大气压下的气体
λ，W/(m·℃)	50～415	12～120	0.17～0.7	0.03～0.17	0.007～0.17

热物性学的现代理论提供了对导热过程微观机理的解释，并有助于物质热物性宏观测试值的整理。但这些理论尚不够完善，还不能用于预测材料的导热系数值。因此，物质导热系数值的确定仍然要依赖于实验。工程计算采用的各种物质导热系数的数值都是用专门实验测定的。测试方法原则上分为稳态法和非稳态法两大类。稳态法的发展历史较长，一直被广泛应用。它原理简单，准确度较高，但测试的周期较长。非稳态法具有测试速度快、周期短的优点。近年来，除继续采用一些稳态测量方法外，非稳态测量方法有了很大发展[6]。无论稳态法还是非稳态法，都属于导热反问题方法的范畴。关于导热反问题将在本章 § 1-7 作扼要介绍。一些常用材料的导热系数值参见附录 I，更多的实验资料可查阅文献[7,8]。

§ 1-2 各向异性介质中的导热

各个方向上导热系数都相同的均匀物质，称为各向同性介质。此外，还有许多天然和人造材料，它们在各个方向上的结构不同，因而不同方向上的导热系数也不相同，这样的物质称为各向异性介质，例如晶体、木材、石墨、天然沉积岩、强化结构纤维等都是典型的各向异性材料。晶体的导热系数随晶格的不同排列方向而变化；木材沿纤维方向、垂直于木纹方向以及环绕木纹方向上的导热系数各不相同。有的材料虽然本身是各向同性的，但从实际应用的角度看，却往往表现出各向异性的特征，例如由硅钢片叠合而成的变压器铁芯、电机的定子等，沿叠层方向的 λ 值小于垂直于叠层方向的 λ 值。式（1-1-1）所示的傅里叶定律只适用于各向同性材料。此时，由于导热系数与方向无关，如前所述，各向同性材料中的热流密度处处与等温面垂直相交。各向异性材料导热系数的方向性必然对热流密度与温度场之间的关系产生影响，使其表现出不同的特征，从而具有不同的规律[1,9,10]。

温差是导热过程的驱动力。在均匀各向同性材料中，某一方向上的热流密度仅与该方向上的温度变化率有关，即某一方向上的温度变化只在该方向上引起热量的传递。在各向异性材料中情况不完全相同。根据不可逆过程热力学的基本原理，许多不可逆过程都是物质某种性质的不均匀所引起的输运过程，其中导热是因为温度分布的不均匀性引起的热能输运过程。此外，在有多种不均匀性存在的情形下，会发生交叉作用现象。对于导热过程，这种交叉现象表现为某一方向上的热流密度不仅与该方向上的温度变化率有关，而且还受其它方向上的温度变化率的影响，但不同方向上的温度变化率对热流密度影响的程度不同。在直角坐标系（x_1,x_2,x_3）中，沿三个坐标轴方向的热流密度一般地可表示