

散体单元法的基本原理 数值方法及程序

魏 群 著

国家自然科学基金资助项目

科学出版社

1 9 9 1

内 容 简 介

本书系统地介绍了散体单元法的基本原理、数值方法及在工程上的应用实例,汇集了作者近年来在这方面的研究成果。内容主要包括了块体散体单元法、颗粒散体单元法的概述、基本力学模型、数据结构与计算方法,讲述了散体元中的若干技术问题,如基岩渐近破坏的模拟技术、锚杆支护系统的模拟技术、任意形状颗粒组合体的计算机模拟技术、颗粒体变形特性模拟技术。书中还介绍了椭圆散体元以及散体元与边界元、有限元的耦合计算方法,给出了工程应用实例和具有实用价值的程序。

本书内容新颖、翔实,是应用非连续介质观点解决岩体与颗粒体的一本新著。可供水电、土木、采矿、铁道、军工等部门工程技术人员参考,也可供高等院校有关专业师生参考。

散体单元法的基本原理 数值方法及程序

魏 群 著

国家自然科学基金资助项目

责任编辑 林鹏 徐宇星

科学出版社出版

北京东黄城根 16 号

郑州市金水区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1991 年 7 月第一版 开本 787×1092 1/16

1991 年 8 月第一次印刷 印张 20.375

印数:0001—1500 字数: 482157

统一书号:ISBN7-03-002869-4/O·540

定价:18.00 元

目 录

第一篇 块体散体元法

第一章 总论	(3)
§ 1-1 本课题研究意义及现状.....	(3)
§ 1-2 散体元方法综述.....	(5)
§ 1-3 本书的主要内容	(6)
第二章 散体单元法的基本原理	(8)
§ 2-1 基本假定.....	(8)
§ 2-2 力-位移方程	(8)
§ 2-3 运动方程	(11)
§ 2-4 迭代及计算技术	(13)
§ 2-5 参数的选择与影响	(16)
第三章 数据结构与计算技术	(19)
§ 3-1 引论	(19)
§ 3-2 链表数据结构	(19)
§ 3-3 检索技术	(27)
§ 3-4 散体单元信息处理技术	(28)
§ 3-5 程序编制特点	(31)
第四章 计算实例与验证实验	(36)
§ 4-1 边坡稳定计算与验证实验	(36)
§ 4-2 隧洞周围岩体稳定分析中的应用及验证	(37)
§ 4-3 结语与讨论	(40)

第五章 基岩渐近破坏过程的模拟技术 (43)

§ 5-1 问题的提出 (43)

§ 5-2 基本理论与力学模型 (43)

§ 5-3 节理岩体的渐近失稳计算 (47)

第六章 锚杆支护系统的模拟技术 (53)

§ 6-1 引论 (53)

§ 6-2 端部锚固锚杆 (53)

§ 6-3 全长锚固锚杆 (56)

§ 6-4 支护单元 (57)

§ 6-5 对计算模型的要求及实施过程 (58)

§ 6-6 计算实例与验证实验 (60)

第二篇 颗粒体的散体元法

第七章 任意形状离散颗粒组合体的计算机模拟技术 (69)

§ 7-1 引论 (69)

§ 7-2 颗粒组合体的统计模型 (69)

§ 7-3 统计模型的建立方法 (71)

§ 7-4 蒙特卡洛方法的模拟原理 (72)

§ 7-5 颗粒组合体的模拟技术和程序设计 (74)

§ 7-6 本方法的应用价值及结论 (76)

第八章 颗粒组合体变形特性的散体元数值模拟技术 (78)

§ 8-1 引论 (78)

§ 8-2 颗粒介质的力学模型及计算方法 (78)

§ 8-3 颗粒组合体边界条件的模拟方法 (83)

§ 8-4 颗粒组合体应力应变的张量表达式 (85)

§ 8-5 三个力学张量的简化及在数值计算中的实施 (90)

§ 8-6 算例及验证实验 (93)

第九章 椭圆散体元..... (123)

§ 9-1 引论..... (123)

§ 9-2 椭圆散体元的力学模型及计算方法..... (123)

§ 9-3 颗粒散体元程序的数据结构..... (130)

§ 9-4 算例..... (140)

第三篇 散体元的发展及工程应用

第十章 散体元与其它数值方法的耦合应用 (143)

§ 10-1 引论 (143)

§ 10-2 散体元与边界元的耦合 (143)

§ 10-3 散体元与有限元的两种耦合方法 (148)

第十一章 散体元在五强溪水电站边坡稳定分析中的应用..... (160)

§ 11-1 五强溪边坡地质条件及工程问题 (160)

§ 11-2 计算条件 (161)

§ 11-3 计算成果分析 (163)

第十二章 散体元方法的评价及发展方向..... (191)

§ 12-1 对散体元方法的评价 (191)

§ 12-2 今后的发展方向 (192)

鸣 谢..... (193)

参考文献..... (194)

附 录

一、 第七章附录 统计模型试验 (199)

二、 第八章附录 应力张量计算 (202)

三、 散体元程序使用说明 (207)

四、 散体元源程序 (214)

第一篇
块体散体元法

第一章 总 论

§ 1-1 本课题研究意义及现状

为合理进行岩土工程及地下工程的设计和施工,必须确切了解岩土特性及其由于自重、外部荷载或边界条件的变化而引起的岩体应力、变形及破坏的发展规律,对岩体的稳定性做出正确的评价。大多数岩土介质均为非线性材料,其力学响应与金属、合金及聚合物的响应完全不同。这种差异主要由于岩土介质的微观结构包括孔隙、裂隙、颗粒排列、胶结作用、分层效应以及流体等因素所致。因而研究岩土问题,应以固体力学原理为基础,并充分考虑其多相构造、率性相关、路径相关、时间效应、温度效应、胶结性质、节理裂隙、各向异性等特殊性质,开展有效的岩土力学研究。几十年来,人们采用室内试验与现场测试相结合、理论分析与模型试验相结合、相互补充和验证的研究方法,使得岩土力学的理论及工程应用都取得了很大的进展。尤其是近三十年来,由于采矿、交通、水电工程及地下工程的发展,量测技术与其它学科的发展,特别是电子计算机技术的迅速发展,使岩土力学的研究进入了一个新的阶段。而数值计算方法已成为解决难以用解析方法表达的岩土力学问题的重要手段之一。

已经发展的一些近似数值分析方法中,最初常用的是有限差分法,它可以处理一些相当困难的问题。但对于几何形状复杂的边界条件,其解的精度受到限制,甚至发生困难。作为60年代最重要的科技成就之一的有限单元法,在理论和工程应用上都得到了迅速发展,几乎所有用经典力学解析方法难以解决的工程力学问题都可以用有限元方法求解。它将连续的求解域离散为一组有限个单元的组合体,解析地模拟或逼近求解区域。由于单元能按各种不同的联结方式组合在一起,且单元本身又可有不同的几何形状,因此可以适应几何形状复杂的求解域。有限元的另一特点是利用每一单元内假设的近似函数来表示全求解区域上待求的未知场函数。单元内的近似函数由未知场函数在各个单元结点上数值以及插值函数表达,这就使未知场函数的结点值成为新的未知量,把一个连续的无限自由度问题变成离散的有限自由度问题,只要结点未知量解出,便可以确定单元组合体上的场函数。随着单元数目的增加,近似解收敛于精确解。但是有限元方法常常需要很大的存贮容量,甚至大得无法计算;由于相邻界面上只能位移协调,对于奇异性问题(应力出现间断)的处理比较麻烦,这是有限单元法的不足之处。

70年代末期,得到发展的另一种重要的数值方法则是边界元法。工程中大多数力学问题大都可归结为 Laplace 方程或 Navier 方程,这两种偏微分方程解的特点在于,只要能找到满足给定方程又符合边界条件的函数,这个函数便是所求的唯一解,它一般可用积分方程获得。边界元方法是把求解区域的边界剖分为若干个单元,将求函数解简化为求单元结点上的函数值,通过求解一组线性代数方程实现求解积分方程。边界元法只需对边界离散和积分,使维数降阶,自由度减少,因而使得工作量比有限元大为减少,这一点在无限域或半无限域尤为明显。边界元的基本解本身就有奇异性,可比较方便地处理所谓奇异性问题,因此边界

元得到了人们的重视。边界元方法对于多种介质构成的计算区域,未知数要大为增加;当进行非线性或弹塑性分析时,为进行内部不平衡力的调整,也需在计算域内剖分单元,这时边界元就不如有限元方法灵活自如,这是其缺点所在。目前工程界,把边界元和有限元方法相互配合,以求更简便地解决一些复杂的工程问题。

上述两种数值方法的主要区别在于,边界元法是“边界”方法,而有限元法是“区域”方法,但都是针对连续介质而言,只能获得某一荷载或边界条件下的稳定解。对于节理裂隙发育的岩体或颗粒散体的处理则要麻烦得多,更无法进行大变形、分离、回转及塌落过程的模拟。这就使得人们去探索和寻求适合模拟节理岩体和颗粒散体运动变形特性的有效数值方法。

大量的试验资料和研究结果表明,不连续岩体、颗粒组合体的应力、应变及破坏过程是极为复杂的。目前的计算岩土力学的模型和方法还不够成熟,仍是一个亟待重视和研究的问题。近些年来,国际岩石力学界专门召开了多次节理岩体和岩石数值计算的研讨会,国内也召开了三届岩石力学数值计算方法会议,发表了大量的论文,把节理岩体等非连续介质的变形研究提到了新的高度。从目前发展趋势来看,不连续岩体的研究有着两种途径,一种是沿用传统的连续介质力学的方法,寻求反映不连续岩体特点的本构关系,或把节理裂隙做为附加条件,利用有限元或边界元方法求解,例如 Salamon^[1],把成层岩体中的岩石看成均质、横向同性用均匀连续体表示的当量体法,Goodman^[2]等人提出单位代表当量体与真实岩体之间剪切变形与法向变形相同,略去节理厚度,来推求当量体与真实岩体之间的材料常数关系,Zienkiewicz 等人提出的多层模型^[3]等等,都属于这一途径上的努力。另一途径则是把岩体抽象成为被节理裂隙切割成的分离的块体体系,然后进行力学分析,例如 Goodman, R. E.^[4],Hoek 和 Bray, J. W.^[5]的块体极限平衡分析。王思敬、王建宇的块体力学分析^{[6]、[7]},以及水工结构上坝基岩体稳定分析常用的极限刚体平衡方法^[8]都属于这一类型的研究。Goodman 和石根华提出的“Key Block”理论^[9]也是比较新颖的块体力学分析方法。此方法能够根据岩体中实际存在的节理倾角和倾向,找出被这些节理切割且有可能移动的块体,据此可在隧道工程中确定岩石最小的移动范围。另外一种具有明显优点的块体分析方法是 Cundall, P. A. 1971 年首先提出的散体单元法(Discrete Element Method)(也有译做离散单元法,个体单元法),这种方法在欲考察的区域充分考虑到节理岩体的不连续性,以裂隙切割成的块体为基本单元——散体单元,它的几何形状取决于岩体中节理的空间位置与产状,每个单元都有可能相互作用,可以承受大范围的形变和回转运动,为节理岩体和颗粒体的变形和稳定计算提供了有效的方法,因而受到了人们的注意,并成为数值计算中突起的新军,这也是本书将详细阐述的内容。与岩石力学的状况相似,在研究土体或颗粒组合体的应力应变特性中也大致存在着两派不同的研究方法,一派是以 Roscoe, K. H. 为代表,把土体视为一种连续体;另一派以 Rowe, P. W. 为代表,把土体视为许多颗粒的集合体,他们的研究虽处于进一步完善的阶段,但有可能成为揭示应力应变特性的重要线索。在目前散体元的研究中发现,这种方法同样适用于土体、堆石等颗粒体变形与稳定分析,有着独到之处,是极有发展的研究方向^[10—12]。

§ 1-2 散体元方法综述

散体元方法最早是由 Cundall, P. A. 于 1971 年提出的^{[13], [14]}一种不连续数值方法模型, 这种方法明显的优点是适用于模拟节理系统或离散颗粒组合体在准静态或动态条件下的变形过程。散体单元法的基本原理不同于基于最小总势能变分原理的有限单元法, 也不同于基于 Betti 互等定理的积分方程, 而是建立在最基本的牛顿第二运动定律之上。实际上, 散体元的基本思想, 可以追溯到古老的超静定结构的分析方法上, 任何一个块体作为脱离体来分析, 总会受到相邻单元的力和力矩的作用, 正是在其合力和合力矩的作用下, 产生变形和运动, 这种经典的思维方式, 在计算机发展的今天, 可以容易地实现了。以每个单元刚体运动方程式为基础, 在建立描述整个破坏状态的显式方程组之后, 根据牛顿第二运动定律并结合不同的本构关系, 以动力松弛法进行迭代计算, 结合 CAD 技术, 可形象直观地反映岩体运动变化的力场、位移场、速度场等各力学参量的变化。散体元方法是一种很有潜力的解题手段。该方法具有如下三个特点:

- (1) 岩体或颗粒组合体被模拟成通过角或边的接触而相互产生作用。
- (2) 块体之间边界的相互作用可以体现其不连续性和节理的特性。
- (3) 使用显式的时步迭代算法, 对于岩基和节理块体, 允许有大的位移、转动和使用各种非线性本构关系。

最初的散体元基于刚性体的假设, 由于抓住了节理岩体变形的关键之处在于裂隙的变形, 因而可较好地解决节理岩体的变形分析。Maini, T., Cundall, P. A. 等人针对刚体单元没有考虑岩块自身变形的缺点, 利用差分方法提出了考虑岩石自身变形的改进的散体单元法^[15], 编制了通用的散体元程序 UDEC (Universal Discrete Element Code), 将散体元推广到模拟岩块破碎和爆炸的运动情况, 推动了散体元的进一步发展^[16]。Lorig, L. J., Brady, B. H. G. 和 Cundall, P. A. 等人, 将散体元法与边界元耦合计算^[17]用于洞室研究中, 洞室近场的岩石可能产生很大的变形, 散体单元法可较好地模拟由于节理表面的滑移、岩块平移和旋转而成的变形, 而远场岩石仅有微小变形, 因而用边界元方法模拟其弹性变形是合理的。对这种耦合算法, Choi, S. K. 等人做了一些应用研究^[18]。Willame, J. R., Hocking, G. 等人又探讨了散体单元法的理论基础^[19]。日本学者 Kawai 在散体元计算上也做了一些努力, 他们提出了固体力学模型中新的离散模型, 这个模型中的刚性单元用弹簧单元相连结, 可用来进行二维和三维的任意边界条件下裂缝附近弹塑性应力场分析^[20]。Nakazawa 和 Kawai 还将这种模型用于非线性问题的研究^[21]。还有些国外学者将散体元试图用于散体动力分析^[22]和边坡稳定的动力分析^[23]。散体元方法最初只限于节理岩体的变形研究, 但人们发现它也非常适用于颗粒介质(或颗粒组合体)变形特性的分析^[24]。近年来 Cundall 等人也开展了三维散体元的研究^[25]。

我国学者也相继开展这方面的研究, 王泳嘉将散体元用于放矿方面的研究^[26], 剑万禧在井壁分析中也做了简单的计算^[27]。本书作者近年来则专门致力于散体元的研究和应用, 充实完善和发展了散体元的理论和应用, 这将在下节中详述。综观以上可以看出, 散体元近年来有了较快的发展, 是一种有效的新技术, 具有广泛的应用前景。

§ 1-3 本书的主要内容

寻求合理有效的分析节理岩体和颗粒组合体的变形和稳定,是目前岩土力学和工程界关注的问题,也是本书研究的主要内容。几年来,作者在已有的散体元理论和方法上,着重进行了散体元基本理论、数值方法和模型实验验证的工作,对散体元进行了充实、完善和发展,主要可概括为

1、对散体元的基本理论和数值方法进行了系统的研究,在计算方法和数据结构上做了较大的改进,使现在散体元方法既可用于节理宏观的预报预测,又可对散体进行微观机理的研究^{[28],[29]}。

2、考虑到岩体失稳破坏是一个渐近破坏过程,是由局部发展到整体,由静态发展到动态的过程,作者提出了模拟坝基岩体渐近破坏的散体单元法,可以模拟基岩的“静力抗衡”阶段和“失稳破坏”阶段的全过程^[30]。

3、利用散体单元法,对岩体中锚杆支护系统的模拟技术进行了研究和改进,提出了全长锚固锚杆,端部锚固锚杆的计算模型,并由模型实验验证了该法的正确性^[31]。

在散体元的研究中,作者发现,散体元在颗粒组合体的力学特性计算中,有着独到之处,并得到以下的研究成果:

4、作者利用计算机模拟产生任意形状离散颗粒组合体的最新研究成果。对于土体、泥沙、砾石、卵石以及粉煤灰等大量的离散颗粒组合体,可以用实验方法求出其颗粒级配曲线,这包括了颗粒形状、尺寸和颗粒密度以及所占百分比等主要统计参数,但是颗粒在实际空间的分布却是随机的。作者利用蒙特卡洛方法,直接从随机性出发,产生满足给定分布的随机数,可在任意形状的边界内产生圆形、多边形、椭圆形等任意形状离散颗粒骨架结构,颗粒数目可以任意给定,根据不同的需要,可分别满足均匀分布、正态分布或泊松分布,这为应用散体单元法模拟颗粒组合体,在自重或外荷作用下受力及运动过程提供了基本条件。作者提出的方法可在岩土力学及其它领域得到广泛的应用^[32]。

5、作者在解决了任意边界内产生任意形状颗粒组合体问题的基础上,阐述了颗粒组合体的散体元数值模拟方法,进一步完善和改进了颗粒体应力应变数值计算模型,可以模拟在不同边界条件下的应力应变状态和发展过程,利用作者编制的程序计算结果与云纹法测试颗粒体的变形结果有着较好的一致性,为颗粒体内部应力计算提供了一种可行的新方法^{[33],[34]}。

6、作者提出了一种新式模拟颗粒材料组合体的力学特性的方法——椭圆散体单元法。椭圆单元较之已有的多边形单元、圆单元的优点在于能更切实际地模拟砾石、卵石等堆石体的受力传递过程和变形特性,利用 CAD 技术可以直观地得到颗粒组合体的整个运动过程^[35]。

7、作者将以上的计算模型和数值方法用 FORTRAN 语言编制了相应的程序,配备有较强的前后处理功能和 CAD 动态显示技术,并实现人机对话³⁶。

作者的研究特点与创新之处在于,应用非连续介质的理论研究节理岩体或颗粒组合体的受力变形过程和稳定分析,结合不同的本构关系,即可用于宏观的预报预测,又可用于微观的颗粒内部力学机理的研究,在岩石力学、土力学等多个领域中有广泛的应用前景。作

者已有的研究成果已进入该研究领域的前沿内容,为进一步细致深入的研究打下了良好的基础。有人预言,散体元将与有限元、边界元一起成为数值计算的三大主力。

作者相信,本书中的研究成果将会为推动岩土工程的应用发挥作用。

第二章 散体单元法的基本原理

§ 2-1 基本假定

将岩体视为非连续介质,各个块体按照岩体的裂隙相互嵌嵌排列,在空间有其固定的位置,处于平衡状态,当所考虑范围内的作用力系或边界约束条件发生变化时,某些块体在重力及外力的作用下产生一定的加速度及相应的位移,使块体的空间状态发生变化,位移后的块体与所接触的块体产生“叠合”,根据力-位移关系,产生新的作用力系状态,使更多的块体由于作用力的传递,产生运动和位移。在迭代计算过程中,各个时步的结果模拟了块体位移和转动的全部过程,采用适于岩体的破坏准则,可判断出岩体的开裂程度及破坏范围。计算过程中,遵循如下假定:

(1)在各个计算步骤中认为块体为理想刚体,各个块体只是空间位置的平移或转动,而其本身的形状和大小不变(本章仅讨论此种情况,块体变形的讨论将在第十章中论述)。

(2)所有块体的接触,当为面接触时,假定其只有两个点接触,若为非面接触时,只有一个点接触(图 2-1)。

散体单元法的计算过程可简单表示成图 2-2 的形式。

图中的各个环节需要以下的各节中叙述的关系和方程。

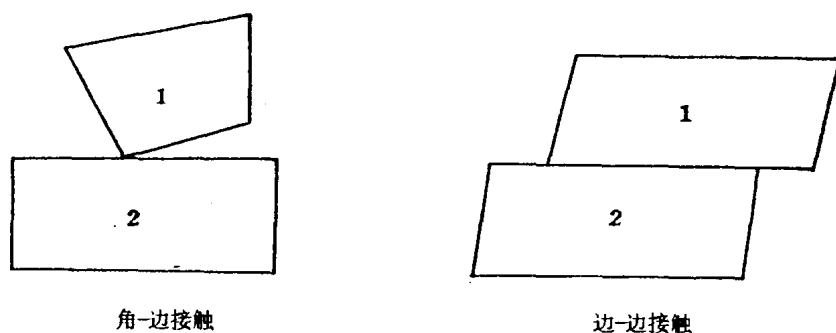


图 2-1 块体接触假定

§ 2-2 力-位移方程

散体元采用了最简单的力-位移关系,并且认为这个关系是可逆的。两块体相互作用的力与接触块体之间的叠合量有关(图 2-3)。

图 2-4 为接触点处的力-位移关系曲线,由上两图可知,法向力 F_n 正比于法向“叠合”位移 u_n ,即

$$F_n = K_n \cdot u_n \quad (2-1)$$

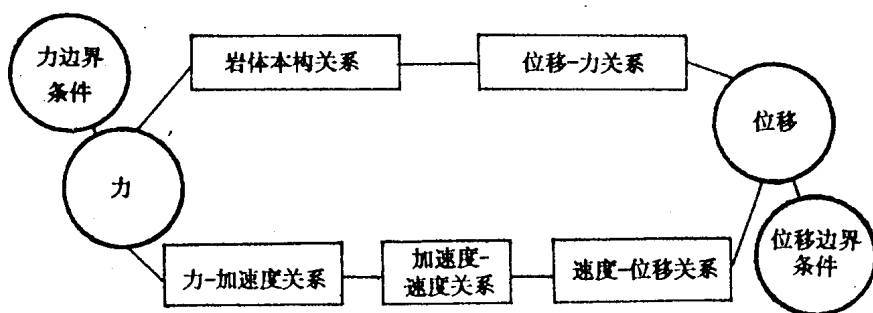


图 2-2 计算循环过程

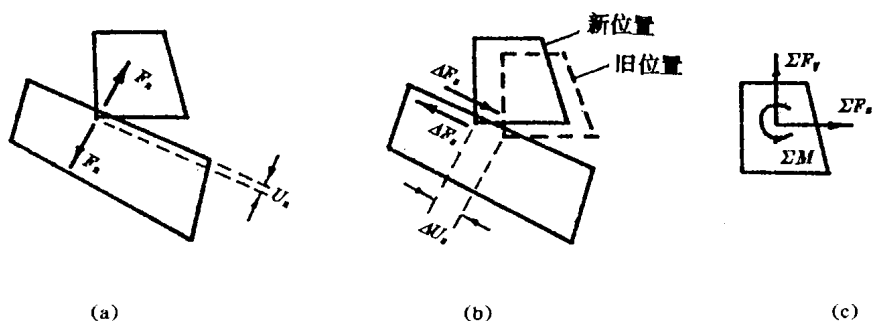


图 2-3 叠合量与作用力关系图

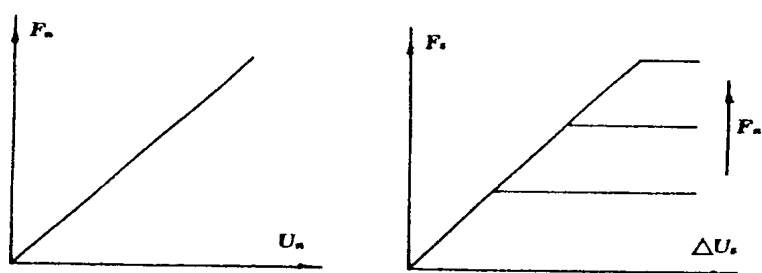


图 2-4 力-位移关系曲线

对于切向力 F_s ，由于与运动状态和加载历史有关，所以宜用增量的形式表达

$$\Delta F_s = K_s \cdot \Delta u_s \quad (2-2)$$

$$F_s = F_s^{old} + \Delta F_s \quad (2-3)$$

由 Mohr - Coulomb 准则可知，最大切向力

$$|F_s| \leq C + F_n \cdot \tan \varphi \quad (2-4)$$

式中， K_n, K_s ——接触点法向和切向的刚度系数；(量纲为力/位移单位)

u_n ——为总的法向叠合量；(量纲为位移单位)

Δu_n ——剪切位移增量；(量纲为位移单位)

C ——接触点的粘结力；(量纲为力单位)

φ ——接触点的摩擦角；(无量纲)

由于块体之间不能承受拉力,所以当有拉力发生时,将置法向力、切向力为零。在上列各式中所用刚度是点接触的刚度,这是数值计算中的一个假定的量,将它乘上一个比例系数,作为切向力、法向力的一个度量,例如增大 K_n 而将 u_n 取得很小,也将表示相同的法向力,而且计算结果表明,在收敛的前提下, K_n , K_s 对最终计算结果不会有太大的影响,这与通常岩石力学中所定义的刚度不同。应该注意的是,合适的 K_n , K_s 将对计算的模拟过程有着重要的关系。

实验研究表明,实际的节理特性,是要比这里假定的线性关系、无拉力的法向力-位移关系、弹塑性剪切力-位移关系要复杂得多,但散体元法显式计算的优点,使得任何复杂的本构关系,也有可能用微小增量的方法在计算中实现。例如节理中糙度和残余剪切强度(residual shear strength)可用下列方法与散体元的数值计算耦合。

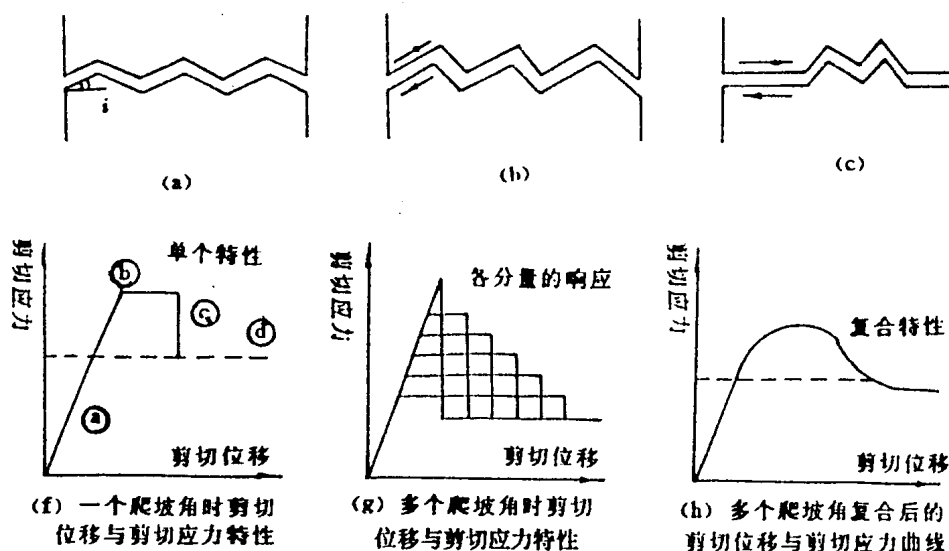


图 2-5 考虑糙度及爬坡角影响的本构模型

节理糙度在节理的力学特性中起着重要的作用,然而糙度影响并非一个常量,它的值随着节理表面的磨损或破坏而变化,考虑图 2-5(a)的一个简化节理岩体模型,首先只考虑一个爬坡角受剪到破坏的情况,在某一固定的法向荷载状态下,理想的剪切应力与剪切位移的基本曲线如图 2-5(f)所示。

曲线中,(a)段——弹性变形,没有滑动;(b)段——在破损面上滑动,这时的摩擦角为表现摩擦角值, $\varphi = \varphi_0 + i$ (φ_0 为材料的基本摩擦角, i 为摩擦角);(c)段——节理面爬坡角被切断,剪切应力下跌;(d)段——爬坡角剪断面在破损面上滑动。

在实际的节理中,存在着许多不同尺寸的爬坡角,在剪切变形中,将不同程度地发挥作用,所以节理面上应力-位移曲线,将是象图 2-5(f)中一个爬坡角的基本曲线的合成(见图

2-5(g),光滑以后的曲线为图 2-5(h)的形式。基于这一分析,考虑糙度和爬坡角影响的本构关系可按如下形式表述:

在初始的弹性阶段,切向力和法向力的增量可以写为

$$\begin{aligned}\Delta F_n &= K_n \cdot \Delta u_n \\ \Delta F_s &= K_s \cdot \Delta u_s\end{aligned}\quad (2-5)$$

当剪切力达到由 Mohr - Coulomb 准则确定的最大值时,发生塑性剪切破坏。不连续岩体剪切强度由于糙度的影响,可由节理基本摩擦角 φ 加上修正角度值 i 来表现(i 是节理表面不平度与沿节理滑动方向之间的平均角度),对于无粘结力节理, Mohr - Coulomb 准则可以写成

$$|F_s| \leq F_n \cdot \operatorname{tg}(\varphi + i) \quad (2-6)$$

在这种情况下发生滑动,是在节理的粗糙面或膨胀影响下的“浮动”,因此节理法向力的增量可以表示为

$$\Delta F_n = K_n(\Delta u_s \cdot \operatorname{tg} i + \Delta u_n) \quad (2-7)$$

随着切向的连续性和不平度被剪断破坏,剪切力跌落为它的残余值

$$|F_s| \leq F_n \cdot \operatorname{tg} \varphi \quad (2-8)$$

§ 2-3 运动方程

每个块体的运动方式由作用在其上的不平衡的合力及合力矩所决定,这表现为块体的平移和围绕其形心的转动,考虑一单个块体受到变化的力 F 的作用而产生的运动,可用牛顿第二运动方程描述

$$\partial \dot{u} / \partial t = F / m \quad (2-9)$$

上式的左边用中心差分格式在时间 t 可表达为

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial t} = \frac{\dot{u}^{(t+\Delta t/2)} - \dot{u}^{(t-\Delta t/2)}}{\Delta t} \quad (2-10)$$

将(2-10)代入(2-9)式中并整理为

$$\dot{u}^{(t+\Delta t/2)} = \dot{u}^{(t-\Delta t/2)} + F(t)/m \cdot \Delta t \quad (2-11)$$

上式中半个时步点的速度又可以用位移的形式写出:

$$u^{(t+\Delta t)} = u^{(t)} + \dot{u}^{(t+\Delta t/2)} \cdot \Delta t \quad (2-12)$$

由于力的产生依赖于位移,所以力-位移的计算在同一时步内同时进行,这个循环前进的过程可用图 2-6 的网络表示。

块体在多个力及重力作用下,其速度方程变为

$$\dot{u}_i^{(t+\Delta t/2)} = \dot{u}_i^{(t-\Delta t/2)} + ((\Sigma F^{(t)}/m) + g_i) \Delta t \quad (2-13)$$

$$\dot{\theta}_i^{(t+\Delta t/2)} = \dot{\theta}_i^{(t-\Delta t/2)} + (\Sigma M^{(t)}/I) \Delta t \quad (2-14)$$

式中, $\dot{\theta}$ ——块体对于其形心的角速度;

I ——块体的惯性矩;

g_i ——块体的重力加速度分量;

$\dot{u}_i$ ——块体形心的速度分量; ($i=x, y$)

根据(2-13), (2-14)得出的新速度可以由下式确定出块体的新位置

$$x_i^{(t+\Delta t/2)} = x_i^{(t)} + \dot{u}_i^{(t+\Delta t/2)} \cdot \Delta t \quad (2-15)$$

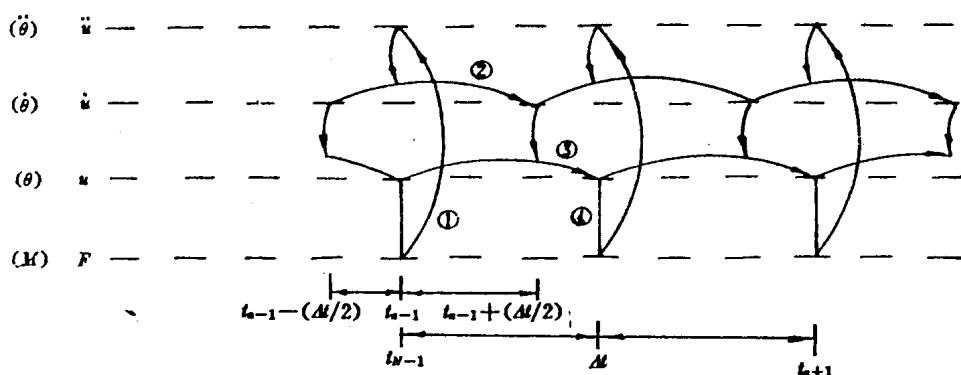


图 2-6 计算流程图

$$\theta_i(t+\Delta t/2) = \theta_i(t) + \dot{\theta}_i(t+\Delta t/2) \cdot \Delta t \quad (2-16)$$

式中, θ ——块体绕其形心的转动量; x_i ——块体形心的坐标分量($i=x, y$); 这样每一个迭代过程中产生块体的新位置都导致产生新的接触力。合力与合力矩产生线加速度和角加速度, 块体的速度和位移可由整个时步增量的积分获得, 这个循环过程一直继续到获得平衡状态或破坏状态时为止。

在前述的运动方程中没有包括使问题收敛于稳定解所需要的粘性阻尼, 为此需要引入粘性阻尼, 用其吸收动能, 使系统收敛于稳定状态, 否则系统将导致不定的振荡, 但这时的“时间”术语已不具有实际意义, 只是出于解题和讨论的需要而保留了“时步”这一概念。

在散体单元法中应用了两种类型的粘性阻尼: 质量阻尼和刚度阻尼。质量阻尼可以被认为是一系列的粘性阻尼器通过各个块体的形心将各个块体联结起来, 阻尼器产生与块体速度相反, 但与块体速度和质量成正比的力, 减少块体的绝对运动, 使其成为吸收块体动能的阻尼系统。刚度阻尼实质上等效于通过接触点阻止刚体间相对运动的阻尼器。(图 2-7)包括了粘性阻尼之后的运动方程可改为

$$\ddot{u}/\alpha = F/m - \alpha \dot{u} + g \quad (2-17)$$

式中的 α 为阻尼常数, 将上式写为时间的差分形式:

$$\frac{\dot{u}(t+\Delta t/2) - \dot{u}(t-\Delta t/2)}{\Delta t} = \frac{F}{m} - \alpha \cdot \frac{\dot{u}(t+\Delta t/2) + \dot{u}(t-\Delta t/2)}{2} + g \quad (2-18)$$

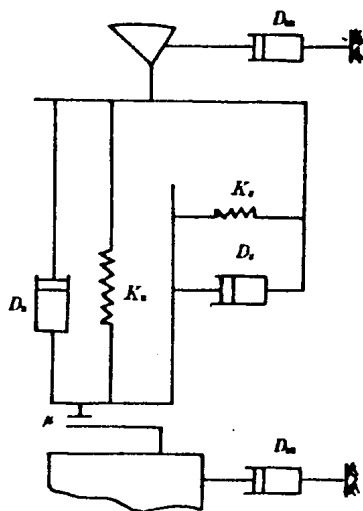


图 2-7 接触的力学模型