高 等 数 学

电信各专业自学读本

上 册

北京邮电学院函授部编

人 民 邮 电 出 版 社

内 容 提 要

《高等数学》自学读本这一套书，是为读者自学或作函授教学用书而编写的。编者根据自学的需要向读者提示了一般学习方法，并在预篇中向读者介绍了学习高等数学所需要的一些预备知识。为了检验和巩固学习效果，除了每章都有要点总结外，每章、每节都有思考题和习题，并附有习题答案。本书可供工程技术人员和高中文化程度的读者阅读，大专院校有关专业的师生参考。

高 等 数 学

电信各专业自学读本

上 册

北京邮电学院函授部编

*

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

*

开本：$787\times1092\ 1/32$　　1979年4月第一版

印张：$14\ 24/32$　页数：236　　1979年4月北京第一次印刷

字数：338 千字　　印数：1—202,100 册

统一书号：15045·总2293-有5118

定价：1.15 元

前　言

本书是无产阶级文化大革命前北京邮电学院函授部数学教研组编写的。现请原编者胡恩植同志对全书作了校订，并增编了傅氏变换、拉氏变换和复变函数等章节。本书系高等数学自学读物。编写时比较注意地帮助读者克服自学上的一些困难，因而可供工程技术人员和具有高中文化程度的读者自学参考。

本书分上、中、下三册出版：上册为平面解析几何和一元函数微分法；中册为微分法应用、积分学、空间解析几何和多元函数微积分学；下册为级数、微分方程、复变函数、傅氏变换和拉氏变换。

由于编写、校订的时间比较仓促，书中可能有不少缺点和错误，恳切地希望广大读者批评指正。

有关本书的意见请寄北京邮电学院函授部。

绪　论

高等数学这门课程主要包括解析几何、微积分和微分方程中最基本的内容。这门课程的任务，主要是培养读者分析问题和解决问题的能力，即培养一定的抽象思维和逻辑推理的能力、初步的建立简单数学模型的能力、比较熟练的运算能力以及较强的自学能力。这四方面的能力提高了，进一步学习数学和其它学科以及进行科学研究就有了比较坚实的基础。

在开始学习高等数学这门课程的时候，首先对数学研究的对象及其特点，它与生产实践的关系等，有一个初步了解是必要的，这不仅能帮助我们对数学有一个正确的认识，而且也有助于今后的学习。下面我们就来谈谈这些问题。

一、数学研究的对象及其特点

数学是研究现实世界中的空间形式和数量关系的科学。

一些通常叫做初等数学的课程，如过去学过的代数、几何、三角等，它们的研究对象不外是空间形状和数量关系。高等数学仍然以这两者为研究对象。不过，也有区别，初等数学以研究常量和不变的图形为主；而高等数学则以研究变量、变量与变量之间的关系以及图形的变化为主。

数学研究的对象，决定了它的两个基本特点，即高度的抽象性和应用的广泛性。数学的抽象性表现在它暂时撇开事物的具体内容而单纯从抽象的量的关系来考察。例如，质点作直线运动的瞬时速度、线密度、电流强度等等是截然不同的物理量，

但我们撇开这些物理概念的具体内容，可以单纯从量的关系概括出导数的概念。这样，导数就是一种抽象的数学概念，表现出抽象的形式。如果我们了解到这种抽象形式的形成过程，也就不难理解这些抽象形式的实际内容。数学的抽象性和它的另一个特点——应用的广泛性是紧密地相连的。某一数学方法，它不但能解决某一个实际问题，而且往往可以解决某一类实际问题，例如同一个微分方程，既可以描述一个力学问题，也可以描述一个电学问题，换句话说，掌握了一种方法，就能解决许多类似的问题。

二、数学和生产实践的关系

数学的发展归根到底依赖于人类生产实践。正如恩格斯所说："和其它一切科学一样，数学是从人的需要中产生的；是从丈量土地和测量容积，从计算时间和制造器皿产生的。"① 例如，自从人类需要比较事物的多少、计算劳动果实的数量，就产生了数的概念和简单的量的关系；由于量地的需要，就产生了几何学；由于力学的需要，在十七世纪就诞生了微积分学；近几十年来，由于核子物理、火箭技术、自动化等一系列新科学技术的发展，就不但使原有的一些数学分支如微分方程、计算数学、概率统计等增加了新的内容，而且不断地产生新的数学分支，如规划论、信息论等等。由此可见，生产实践是数学知识的泉源。生产的发展给数学提供日益丰富的研究材料，开辟日益广阔的研究领域，促进了数学新理论、新方法的建立。

生产实践推动着数学的发展，反过来，数学的发展又促进了科学技术的前进，促进社会生产的发展。

---

① "反杜林论" 35 页

应当指出，数学上的新理论、新方法都是在原有的基础上建立起来的。例如最近十多年来在通信技术中由于数字化的需要，创建了多种“离散变换”的数学方法（如Z变换、离散的傅氏变换、快速傅氏变换等等），然而它们都是在原有的拉氏变换、傅氏变换的基础上发展起来的。实际上，它们都是原有的概念和方法在适应新情况下的一种新的表现形式。由此可见，为了充分适应不断发展的现代通信技术的要求，通晓数学中的一些最基本的概念和方法就显得更为必要了。

目　　录

第二篇　一元函数的微积分学

一般学习方法提示

一、自　学

使用本书以自学为主。在学习高等数学的过程中，不仅要把数学知识学到手；而且还要在这过程中逐步炼出刻苦自学、独立钻研、循序渐近、坚韧不拔的自学习惯和自学能力，以便学好后面的各科专业读物。

二、阅　读

1．在阅读每一章之前，应当根据自己的业余时间，参照本书内容订出自学计划。

自学计划必须严格执行，才能逐渐地使自己善于抓时间、合理安排时间进行不间断地学习。要注意，只有挤出更多的时间来钻研，才有可能将知识学到手。

2．本书应当仔细阅读，循序渐进。不要着急，不要贪多图快；应力求懂得每一句话、每一个推演步骤；必须依照本书已编排好的顺序，认真地做完思考题和习题。

要注意，任何一本书，都是按照一定的系统、一定的顺序来讲述的。因此，要学好后面的内容，就必须完全掌握前面的主要内容〔至于某些个别的句子或推演步骤实在看不懂时，可记下来，以便请人解答〕。

3．每学一部份不仅要仔细地阅读，而且要反复地进行。

只有多看几遍，才能比较深刻地领会其中的内容。

4．多思考，要有钻研的态度。阅读并不是单纯的看，要多加思考。特别是遇到看不懂的地方，就须要加以分析，并且联系上下文反复思考。实在不能解决时，可以请人帮助解答。

5．在阅读时要手脑并用。应当自己动手来核实其中的推演步骤（包括那些因简单而略去以及某些有意留给读者自己去独立完成的在内）；**复制书中所有说明概念的图形**（特别是空间的立体图）。

这样，就可以加强对内容的理解，也可以加强运算能力。

6．要特别注意基本概念的定义。应当对这些概念有清楚的了解，否则，就不可能理解有关的逻辑推理过程，学不好数学。要仔细思考书中对某些定义所举的例子。

7．在阅读教材的同时作笔记——摘要——是很有益的。

8．应该记住，每一个定理都是由假设、结论与证明所组成的。所有的假设在证明中都必须利用到。要能准确地指出定理中每一项假设在证明中的什么地方被利用到。作复杂定理的证明的概要是有益的。

三、思考题

在每一章或某些节之后附有思考题，它是根据中心内容、基本概念、特别是不易弄清的问题给出来的。因此，必须认真回答这些思考题。

解答时最好不要先去翻书，只有在回答不出或对答案感到怀疑时才去查阅。

解答思考题应当是有根据的，确切知道自己的解答是正确的。

四、习　题

习题对学习的内容起着巩固和深化的作用。

必须防止两种极其有害的倾向：

1．单动脑不动手。如果不作一定数量的基本题，所学的内容就不巩固；不作一定数量的基本题来积累一些基本技巧，某些综合性的习题也就做不出来。

过去有很多读者，在开始学习时没有认识到这一点，阅读时，只是浏览一遍，运算不推导，习题做得少，以致后来阅读的困难越来越多，动手做更是困难，学习上化的时间不少，学习效果还是不好。这种现象说明对前面的知识学得不巩固，没有学到手。

读者应当及时做完书中规定的习题。

2．只做题，不钻研的倾向也必须防止。

做习题并不是学习的最终目的，它主要还是作为巩固和深化书中基本内容的一种手段。

不弄清基本理论与方法，就不能做好习题、不能很好地达到做题的目的。

因此，**在做习题以前，要弄清楚书中的内容，彻底理解书中所举的例题；作题要从所述的原理、方法出发，必须确切知道自己解题的每一步骤的根据。**

另外，做题时能注意到下面几点是有益的。

1．引用公式时，最好试试能否回忆出该公式，只有在回忆不出的时候才去查书。这样，有助于记忆。

2．做习题时，不要先看答案，最好做到完全不依靠答案。

如果只靠核对答案来证实自己做得是否正确，那末，独立

工作能力必将受到很大的损害，限制了独立工作能力的发展。

应当自己来检查演算中的每一步骤是否合理，并设法来核实所得的结果确实是正确的。

五、笔　记

1．记笔记——摘要——对培养独立工作有很大的意义。建议在第一遍阅读本书时，在笔记本中记下定义、定理的表述，定理的证明，公式和例题的解法。

在笔记本的边上空白处标出问题，以便在反复阅读的过程中加以解决或请人帮助解决。

2．书写的修饰工作有很重要的意义。笔记本的书写必须清楚、整洁并有条理。这不仅使自己习惯于有秩序地工作（这对任何工作都是很必要的）并且还可以使得避免许多错误，这些错误都是由于潦草紊乱的书写而发生的。

3．建议作笔记时，在以公式的形式所得的结论下打上重点记号或画上一小框，以便在复习时能一望而知，且能更好地记住这些公式。

预　篇

我们准备在这一篇里向读者介绍一些预备知识：部分分式、行列式、实数、区间和绝对值等。

第一章所讲述的部分分式将首先在第二篇不定积分一章中要用到。

第二章讲述行列式。行列式不仅能用来解决有关线性方程组的问题，而且在其它许多问题中，也带来了很大的方便。在本书中我们将多次用到它。

第三章讲述实数、数轴、区间和绝对值等。虽然其中大部分内容读者可能已学过，但由于它们是学习数学分析必须具备的知识，所以我们在这一章里顺便地将它们作一扼要的叙述。

经常用到的一些初等数学公式以及希腊字母表，均附于书末以供读者查阅。

第一章　部分分式

多项式

$$P(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$$

也叫做**有理整式**；两个有理整式 $P(x)$和 $Q(x)$[$Q(x)$ 不恒为零]的商

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

叫做**有理分式**。

在有理分式中，如果分子 $P(x)$的次数低于分母 $Q(x)$的次数，则称有理分式为**真分式**；否则，称为**假分式**。

例如

$$\frac{2}{x^2-1},\ \frac{x-5}{x^3-3x^2+x+4}$$

是真分式；而

$$\frac{x-1}{x+1},\ \frac{x^3-x+3}{x^2+1}$$

是假分式。

如果有理分式的分子和分母没有公因子，则称有理分式是**既约的**。上述四个例子都是既约的有理分式。

既约的真分式有时还能化成一些最简单的真分式之和，例如$\frac{2}{x^2-1}$可化成

$$\frac{2}{x^2-1}=\frac{1}{x-1}+\frac{-1}{x+1}$$

（请读者将右端通分、求和，来验证上式两端是恒等的）。

下列四类真分式叫做最简分式：

$$\frac{A}{x-a},\quad \frac{A}{(x-a)^n},\quad \frac{Mx+N}{x^2+px+q},\quad \frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^n},$$

其中 A、M、N、a、p、q 都是实数，n 是正整数，而且二次三项式 x^2+px+q 只有复数根，即 $p^2-4q<0$。

把既约真分式化成最简分式之和，叫做把既约真分式分解成部分分式。把既约真分式分解成部分分式有很大的现实意义。

本章的目的就是向读者介绍如何把既约真分式化成最简分式之和的方法。

分解既约真分式

$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

为部分分式，最关键的一步是：根据分母 $Q(x)$ 所含的因式来决定分解后的结构（由怎样一些最简分式来组成）。决定分解后的结构，其要点如下：

1. 如果分母 $Q(x)$ 中含有因子 $(x-a)^k$——a 是实数、k 是正整数，则分解后有下列 k 个真分式之和

$$\frac{A_k}{(x-a)^k}+\frac{A_{k-1}}{(x-a)^{k-1}}+\cdots+\frac{A_1}{x-a}。$$

其中 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ 都是常数。特别，如果 $Q(x)$ 仅含 $x-a$ 的一次因子（$k=1$），则分解后有

$$\frac{A}{x-a}。$$

2. 如果分母 $Q(x)$ 含有因子 $(x^2+px+q)^k$，而且其中的二次三项式没有实根，则分解后有下列 k 个最简分式之和