

数学史海揽胜

卢介景 编著

π

密率 = $\frac{355}{113}$



一 二 三 四 五 六 七 八 九 十
一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{1}{1000}$



数学史海揽胜

卢介景 编著

煤炭工业出版社

内 容 提 要

数学史是一座蕴藏丰富的知识宝库。本书前三章分别简单介绍世界数学史、中国数学史和15门分支学科的历史；中间五章各自从问题、著作、数学家、算具、危机几个角度，精选典型事例；第九章探讨推动数学发展的主要力量；附录选编一份数学年表。

本书中外交融、点面结合、内容精炼，形式新颖。能帮助读者在短时间内粗知数学史的基本知识，以开阔眼界、活跃思维。可供高中学生、大学非数学专业学生及具有中等文化程度的读者阅读，也可供大中学校开设“数学史选讲”讲座参考。

责任编辑：陈 昌

数 学 史 海 撷 胜

卢介景 编著

*

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平里北街21号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

开本 $787 \times 1092\text{mm}^1/_{32}$ 印张 $5\frac{1}{2}$

字数 119千字 印数1—3,430

1989年3月第1版 1989年3月第1次印刷

ISBN 7-5020-0184-0/TD·174

书号 3033

定价 1.85元

序

数学的发展有数千年的悠久历史。在其发展历史的长河中，虽然有些暗淡的砂砾，但也有许许多多光辉灿烂、耀眼夺目的瑰宝。

所谓东方数学，是起源于实际，提高到理论以后，又转过来服务于实际。东方数学实际就是以中国数学为主体、以《九章算术》为代表的数学。它是以实际应用为特色，以计算为主的数学，在各种问题中具有十分明显的程序性，可以说东方数学具有机械化思想倾向。

所谓西方数学，也是起源于实际，但是在发展中，摆脱了实际应用，走向了由定义、假设、公理到定理的演绎方向。西方数学实际就是欧洲数学为主体、以欧几里得《原本》为代表的数学。它是以逐步严密的理论为基础，以演绎推理为上层建筑的数学，可以说西方数学具有公理化思想倾向。

东、西方数学各有千秋，各具特色，两相辉映，相辅相成，对于数学的发展都起到了巨大的作用。

近年来，在数学史领域内，国内、外出版了不少鸿篇巨著，但是，象卢介景同志在这两种倾向中，精选典型事例，以新颖的观点、流畅的文笔编写了这部通俗读物，为青年朋友介绍一些数学史的精萃，使之对数学的发展有进一步的了解，是非常必要的。因此，仅致数语以为序，并为此书的出版作贺。

白 尚 恕

1988年5月20日于

北京师范大学

前 言

数学史是研究数学发展进程与规律的一门学科。它涉及人类社会的几千年文明历史、数学科学的上百个分支学科，是一座蕴藏丰富的知识宝库。而数学史教材多为鸿篇巨著，洋洋洒洒近百万言。对于以数学为专业的青年来说，数学史是重要的必修课程。它指导人们在学习、研究、应用或传播数学知识的工作中，胸怀全局、思想敏锐、眼光深远、多出成绩。

对于非数学专业的青年来说，由于已经在中小学或大学学习过10年左右的数学课，而且在学习或工作中总少不了与数学打交道，所以粗知一些数学史的知识也是很有必要的。然而，在当今这个信息社会中，知识量正在飞速增长，人生的时间与精力显得更加宝贵。必要性与可能性之间的矛盾，又一次摆在我们面前。

很多青年朋友希望：能以最少的时间和精力，在非本专业方面高效率地涉猎，开阔眼界，受到启迪。作为教师和朋友，我充分理解与支持这种良好的愿望。

没有时间象园丁那样去亲手栽花，不妨当个观赏者“走马观花”。尽管体验不会那么深，但是，那些颜色最鲜艳的、气味最芳香的、造型最优美的姣姣者，却能久久地留在人们的记忆中。参观博物馆、展览会之后的感受，大体也类似。这些情形又使我联想到数学史。

早期人类初识数时，只能分辨“一”、“二”，并且以“三”代“多”。人类学上关于原始民族的研究，加强了这个结论的可信程度。现代南非的布须曼族，除了一、二和多之

外，再没有别的数字。各种欧洲语言，几乎都带有这种痕迹。英文中的“thrice”和拉丁文的“ter”，同样的有双重意义：三倍和许多。在汉语中，也留下了印记，例如成语“三思而行”、“事不过三”中的“三”都有“多”的含义。在众多同类事物中，选择三个作为典型，至今仍为人们所喜闻乐见。在文艺、体育比赛中，常见的是评定“第一名、第二名、第三名”，或决出“金牌、银牌、铜牌”。在数学史中，亦不乏诸如“三位数学大师”之类的提法。我们也不妨在数学史的方方面面选择典型，用以解决在普及数学史知识中面临的上述矛盾。

这本小册子，力图从数学史的宝库中采集一些闪光的珍珠，再用九色的丝线使之三三成串，献给八九十年代的青年朋友们。愿它在课余、工后，带给你意外的收获和快乐！

本书写作过程中，得到白尚恕教授、何绍庚及郭书春副研究员、沈永欢及李兆华副教授的帮助与指导，李泽民同志为本书作了插图，在此一并致以衷心感谢。

卢介景

1988.1.

目 录

前 言

第一章	三个发展时期	1
第二章	三项世界纪录	23
第三章	三大核心领域	47
第四章	三道作图问题	67
第五章	三部古典名著	80
第六章	三位数学大师	94
第七章	三种计算工具	111
第八章	三次数学危机	125
第九章	三股推动力量	137
附 录	数学年表	152
参考文献		169

第一章 三个发展时期

在人类的知识宝库中，有三大类科学，即自然科学、社会科学、认识和思维的科学。自然科学又分为数学、物理学、化学、天文学、地理学、生物学、工程学、农学、医学等学科。数学是自然科学的一种，是其它科学的基础和工具。在几十卷百科全书中，它通常处于第一卷的地位。

从本质上看，数学是研究现实世界的数量关系与空间形式的科学。或简言之，数学是研究数与形的科学。对这里的数与形应作广义的理解，它们随着数学的发展，将不断取得新的内容。

数学来源于人类的生产实践活动，即来源于原始人计算猎获物和分配量、丈量土地和测量容积、计算时间和制造器皿等实践。它随着人类社会生产力的发展而发展。对于非数学专业的青年来说，可以从三个大的发展时期，来大致了解数学的简史。

一、初等数学时期

初等数学时期，从原始人时代到17世纪中叶，数学研究的主要对象是常数、常量和不变的图形。在这一时期，数学经过长时间的萌芽阶段，在生产的基础上积累了丰富的有关数和形的感性知识。到公元前6世纪希腊几何学这一转折点，从此由具体的、实验的阶段过渡到抽象的、理论的阶段，开始创立初等数学，经过发展和交流，最后形成了几何、算术、代数、三角等独立学科。这一时期的成果可以用

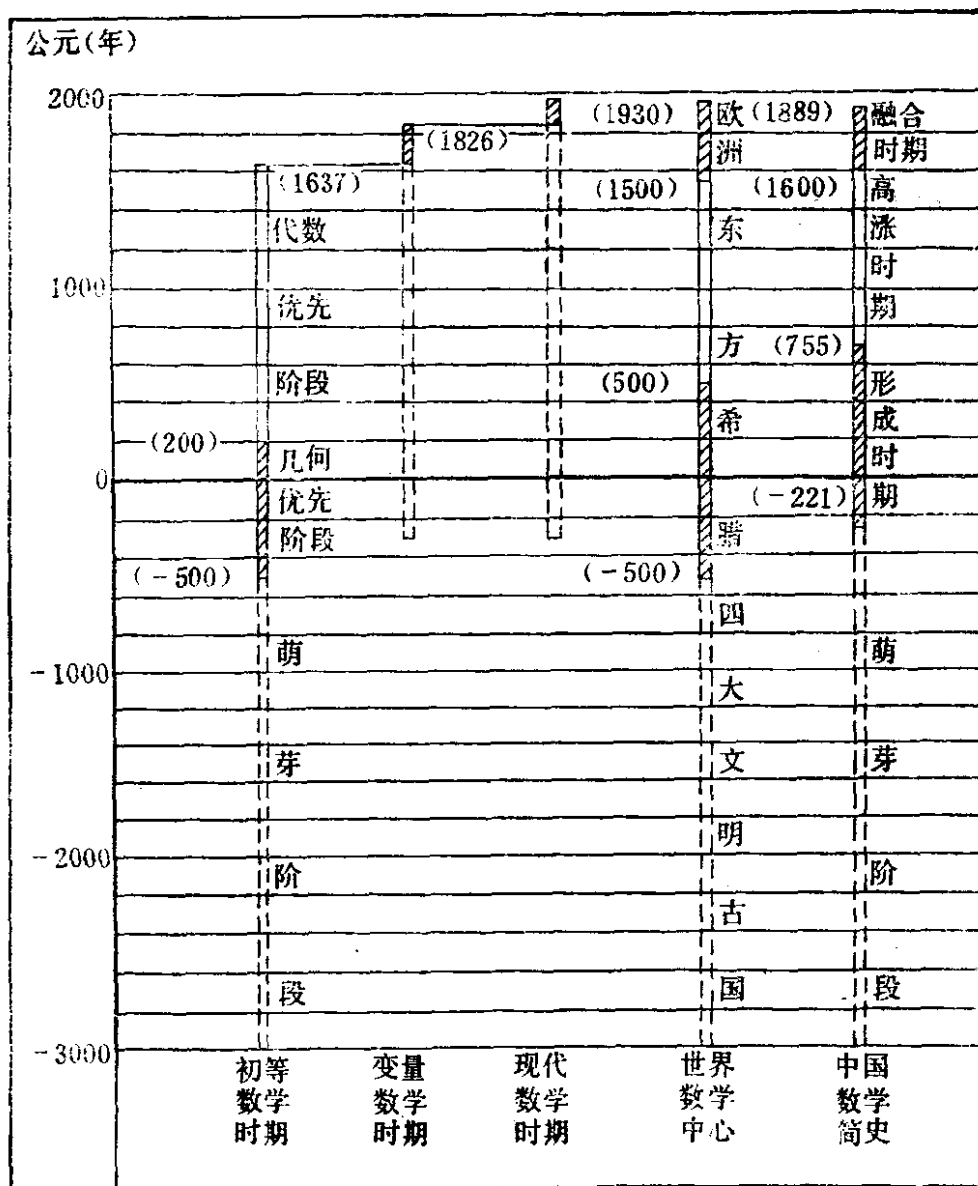


图 1-1 数学简史图

“初等数学”（即常量数学）来概括，它构成了中小学数学课的主要内容。

世界上最古老的几个国家都位于大河流域：黄河流域的中国；尼罗河下游的埃及；幼发拉底河与底格里斯河的巴比

伦*；印度河与恒河的印度。这些国家都是在农业的基础上发展起来的。从事耕作的劳动人民，日出而作，日入而息，他们必须掌握四季气候变迁的规律；游牧民族的迁徙，也要辨清方向，白天以太阳为指南，晚上以星月为向导。因此，在世界各民族文化发展的过程中，天文学总是发展较早的科学，而天文学又推动了数学的发展。

随着生产实践的需要，大约在公元前3000年左右，开始出现了巴比伦、埃及、中国、印度的萌芽数学。

对巴比伦古代数学的了解，主要根据巴比伦泥版。这些泥版是在胶泥还软的时候刻上字（早期是一种断面呈三角形的“笔”在泥版上按不同方向刻出楔形刻痕，叫楔形文字），然后晒干制成的。已经发现的泥版可以分为三组，上面载有数字表（约200件）和一批数学问题（约100件）。第一组大约制于公元前2100年，第二组大约从公元前1792年到公元前1600年，第三组大约从公元前600年到公元300年。这些数学书板表明：巴比伦自公元前2000年左右即使用60进位制记数法进行较复杂的计算了，并出现了60进位的分数，用与整数同样的法则进行计算；已经有关于倒数、乘法、平方、立方、平方根、立方根的数表；借助于倒数表，除法常转化为乘法进行计算。公元前300年左右，已得到60进位的达17位的大数；一些应用问题的解法，表明已具有解一次、二次（个别甚至有三、四次）数字方程的经验公式；已会计算简单直边形的面积和简单立体的体积，并且可能知道勾股定理的一般形式。巴比伦人对天文、历法很有研究，因而算术和代数比较发达。巴比伦数学具有算术和代数的特征，几何只是表达

* 巴比伦，古代美索不达米亚的一个古国，地理位置相当于现在的伊拉克一带。

代数问题的一种方法。没有数学的理论。

对埃及古代数学的了解，主要根据两卷纸草书。纸草是尼罗河下游的一种植物，把它的茎制成薄片压平后，用“墨水”写上文字（最早的是象形文字）。同时，一般是把许多张纸草纸粘在一起连成长幅，卷在杆干上，形成卷轴。已经发现的一卷约写于公元前1850年，包含25个问题（叫“莫斯科纸草文书”，现存莫斯科）；另一卷约写于公元前1650年，包含85个问题（叫“莱因德纸草文书”，是英国人莱因德于1858年发现的）。从这两卷文献中，可以看到：采用10进位制的记数法，但不是位值制，而是所谓的“累积法”。正整数运算基于加法，乘法是通过屡次相加的方法运算的。除了几个特殊分数之外，所有分数均被化为分子是1的“单位分数”之和，分数的运算独特而又复杂。许多问题是求解未知数，而且多数相当于现在的一元一次方程应用题。利用了三边比为3:4:5的三角形测量直角。埃及人的数学兴趣是测量土地，几何问题多是讲度量法的，涉及到田地的面积、谷仓的容积和有关金字塔的简易算法。但是由于这些算法是为了解决尼罗河泛滥后土地测量和谷物分配、容量计算等日常生活中必须解决的课题而设想出来的，因此并没有出现对公式、定理、证明加以理论推导的倾向。埃及数学的一个主要用途是天文研究，也在研究天文中得到发展。

中国古代数学将在第二章作专门介绍。

印度在7世纪以前缺乏可靠的数学史料，在此略去不论。

总的说来，萌芽阶段是数学发展过程的渐变阶段，积累了最初的、零碎的数学知识。

由于地理位置和自然条件，古希腊受到埃及、巴比伦这

些文明古国的许多影响，成为欧洲最先创造文明的地区。在公元前775年左右，希腊人把他们用过的各种象形文字书写系统改换成腓尼基人的拼音字母后，²³文字变得容易掌握，书写简便多了。因此，希腊人更有能力来记载他们的历史和思想，发展他们的文化了。古代西方世界的各条知识支流在希腊汇合起来，经过古希腊哲学家和数学家的过滤和澄清，形成了长达1000年的灿烂的古希腊文化。从公元前6世纪到公元4世纪，古希腊成了数学发展的中心。希腊数学大体可以分为两个时期。

第一个时期始于公元前6世纪，结束于公元前4世纪末，称为古典时期。泰勒斯开始了命题的逻辑证明。毕达哥拉斯学派对比例论、数论等所谓“几何化代数”作了研究，据说非通约量也是由这个学派发现的。进入公元前5世纪，爱利亚学派的芝诺提出了四个关于运动的悖论。研究“圆化方”的希波克拉茨最初开始编辑《原本》。从此，有许多学者研究“三大问题”。有的试图用“穷竭法”去解决化圆为方的问题。柏拉图强调几何对培养逻辑思维能力的重要作用。亚里士多德建立了形式逻辑，并且把它作为证明的工具。德谟克利特把几何量看成是由许多不可再分的原子所构成。公元前4世纪，泰埃特托斯研究了无理量理论和正多面体理论，欧多克斯完成了适用于各种量的一般比例论。这一时期并没有留下较为完整的数学书稿。“证明数学”的形成是这一时期希腊数学的重要内容。

第二个时期自公元前4世纪末至公元4世纪，称为亚历山大里亚时期。这一时期有许多水平很高的数学书稿问世，一直流传到现在。当时学术中心从雅典转移到亚历山大里亚。公元前3世纪，欧几里得写出了平面几何、比例论、数

论、无理量论、立体几何的集大成的著作《原本》，第一次把几何学建立成为演绎体系，成为数学史乃至思想史上一部划时代的名著。遗憾的是，人们对欧几里得的生活和性格知道得很少，甚至连他的生卒年月和地点都不清楚。估计他大约生于公元前330年，很可能在雅典的柏拉图学园受过数学训练，后来成为亚历山大里亚大学(约建成于公元前300年)的数学教授和亚历山大数学学派的奠基人。继而阿基米得把抽象的数学理论和具体的工程技术结合起来，根据力学原理去探求几何图形的面积和体积，第一个播下了积分学的种子。阿波罗尼写出了《圆锥曲线》一书，成为后来研究这一问题的基础。公元1世纪的赫伦写出了使用具体数解释求积法的《测量术》等著作。2世纪的托勒密完成了到那时为止的数理天文学的集大成著作《数学汇编》，结合天文学研究三角学。3世纪丢番图著《算术》，使用简略号求解不定方程式等问题，它对数学发展的影响仅次于《原本》。希腊数学中最突出的三大成就——欧几里得的几何学，阿基米得的穷竭法和阿波罗尼的圆锥曲线论，标志着当时数学的主体部分——算术、代数、几何基本上已经建立起来。

罗马人征服了希腊也摧毁了希腊的文化。公元前47年罗马人焚毁了亚历山大里亚图书馆，两个半世纪以来收集的藏书和50万份手稿竟付之一炬。基督教徒焚毁塞劳毕斯神庙，大约有30万种手稿被焚。公元640年回教徒征服埃及，残留的书籍被阿拉伯征服者欧默下令焚毁。由于外族入侵和古希腊后期数学本身缺少活力，希腊数学衰落了。

从5世纪到15世纪，数学发展的中心移到东方的印度、中亚细亚、阿拉伯国家和中国。在这1000多年时间里，数学主要是由于计算的需要，特别是由于天文学的需要而得到迅



图 1-2 欧几里得（约公元前330～约公元前275）

速发展。和以前的希腊数学家大多数是哲学家不同，东方的数学家大多数是天文学家。从公元6世纪到17世纪初，初等数学在各个地区之间交流，并且取得了重大进展。

古希腊的数学看重抽象、逻辑和理论，强调数学是认识自然的工具，重点是几何；而古代中国和印度的数学看重具体、经验和应用，强调数学是支配自然的工具，重点是算术和代数。

大约在公元前1000年，印度的数学家戈涅西已经知道：圆的面积等于以它的半周长为底，以它的半径为高的矩形的

面积。

印度早期的一些数学成就，是与宗教教仪一同流传下来的，这包括勾股定理和用单位分数表示某些近似值（公元前6世纪）。公元前500年左右，波斯王征服了印度一部分土地，后来的印度数学就受到外国的影响。数学作为一门学科确立和发展起来，还是在作为吠陀辅学的历法学受到天文学的影响之后的事。印度数学受婆罗门教的影响很大，此外还受希腊、中国和近东数学的影响，特别是中国的影响。印度数学的全盛时期是公元5至12世纪之间。在现有的文献中，499年阿耶波多著的天文书《圣使集》的第二章，已开始把数学作为一个学科体系来讨论。628年婆罗门笈多（梵藏）著《梵明满手册》，讲解对模式化问题的解法，由基本演算和实用算法组成；讲解正负数、零和方程解法，由一元一次方程、一元二次方程、多元一次方程等组成。已经有了相当于未知数符号的概念，能使用文字进行代数运算。这些都汇集在婆什迦罗1150年的著作中，后来没有很大发展。印度数学文献是用极简洁的韵文书写的，往往只有计算步骤而没有证明。印度数学书中用10进位记数法进行计算；在天文学书中不用希腊人的“弦”，而向相当于三角函数的方向发展。这两者都随天文学一起传入了阿拉伯世界。现行的“阿拉伯数码”源于印度，应当称为“印度—阿拉伯数码”。

阿拉伯人的祖先是住在现今阿拉伯半岛的游牧民族。他们在穆罕默德的领导下统一起来，并在他死（632年）后不到半个世纪内征服了从印度到西班牙的大片土地，包括北部非洲和南意大利。阿拉伯文明在1000年前后达到顶点。在1100年到1300年间，东部阿拉伯世界先被基督教十字军打击而削弱，后来又遭到了蒙古人的蹂躏。1492年西部阿拉伯世

界被基督教徒征服。阿拉伯文明被摧毁殆尽。

阿拉伯数学指阿拉伯科学繁荣时期（公元8至15世纪）在阿拉伯语的文献中看到的数学。7世纪以后，阿拉伯语言不仅是阿拉伯国家的语言，而且成为近东、中东、中亚细亚许多国家的官方语言。阿拉伯数学有三个特点：实践性；与天文学有密切关系；对古典著作做大量的注释。它的表现形式和写文章一样，不用符号，连数目也用阿拉伯语的数词书写，而“阿拉伯数字”仅用于实际计算和表格。对于阿拉伯文化来说，数学是外来的学问，在伊斯兰教创立之前，只有极简单的计算方法。7世纪，通过波斯传进了印度式算法。后来，开始翻译欧几里得、阿基米得等人的希腊数学著作。花拉子模著的《代数学》成为阿拉伯代数学的范例。在翻译时代（大约850年之前）过去之后，是众多数学家表现创造才能著书立说的时代（1200年之前）。海雅姆、纳速·拉丁、阿尔·卡西，等等，使阿拉伯数学在11世纪达到顶点。阿拉伯人改进了印度的计数系统，“代数”的研究对象规定为方程论；让几何从属于代数，不重视证明；引入正切、余切、正割、余割等三角函数，制作精密的三角函数表，发现平面三角与球面三角若干重要的公式，使三角学脱离天文学独立出来。1200年之后，阿拉伯数学进入衰退时代。初期的阿拉伯数学在12世纪被译为拉丁文，通过达·芬奇等传播到西欧，使西欧人重新了解到希腊数学。

在西欧的历史上，“中世纪”一般是指从5世纪到14世纪这一时期。从5世纪到11世纪这个时期称为欧洲的黑暗时代，除了制定教历外，在数学上没什么成就。12世纪成了翻译者的世纪，古代希腊和印度等的数学，通过阿拉伯向西欧传播。13世纪前期，数学在一些大学兴起。斐波那契著《算

盘书》、《几何实用》等书，在算术、初等代数、几何和不定分析方面有独创的东西。14世纪黑死病*流行“百年战争”**开始，相对地是数学上的不毛之地。奥雷斯姆第一次使用分数指数，还用坐标确定点的位置。

15世纪开始了欧洲的文艺复兴***。随着拜占庭帝国的瓦解，难民们带着希腊文化的财富流入意大利。大约在这个世纪的中叶，受中国人发明的影响，改进了印刷术，彻底变革了书籍的出版条件，加速了知识的传播。在这个世纪末，哥伦布发现了美洲；不久，麦哲伦船队完成了环球航行。在商业、航海、天文学和测量学的影响下，西欧作为初等数学的最后一个发展中心，终于后来居上。15世纪的数学活动集中在算术、代数和三角方面。缪勒的名著《三角全书》是欧洲人对平面和球面三角学所作的独立于天文学的第一个系统的阐述。

16世纪最壮观的数学成就，是塔塔利亚、卡达诺、拜别利等发现三次和四次方程的代数解法，接受了负数并使用了虚数。16世纪最伟大的数学家是韦达，他写了许多关于三角学、代数学和几何学的著作，其中最著名的《分析方法入门》改进了符号，使代数学大为改观。斯蒂文创设了小数。雷提库斯是把三角函数定义为直角三角形的边与边之比的第

* 黑死病，一种烈性传染病。14世纪欧洲黑死病流行，扫荡了三分之一以上的人口。

** 百年战争，1337~1453年英法两国间的战争。因争夺富饶的佛兰德斯和英国在法国境内的封建领地而起。法军最后获得胜利。法国于15世纪末基本上实现了政治上的统一。

*** 文艺复兴，14世纪始于意大利，自15世纪以后扩展到阿尔卑斯山以北各国，它是以复兴古希腊—罗马文化为目标的文化运动，同时伴随着经济和社会的变革。