A. H. Nayfeh 著　　宋家骕 编译

摄动方法导引

上海翻译出版公司

摄动方法导引

(美) A. H. 奈弗 著
宋家骕 译

Introduction to Perturbation Techniques
作　　者：A. H. Nayfeh
原出版者：John Wiley & Sons. 1981

上海翻译出版公司

摄动方法导引

（美）A.H. 奈弗 著
宋家骕 译

上海翻译出版公司

（上海复兴中路597号　邮政编码200020）

新华书店上海发行所发行　上海东方印刷厂印刷

开本850×1156　1/32　印张19　字数476000

1990年9月第1版　1990年9月第1次印刷

印数1—2,100

ISBN7-80514-187 8/O·73

定价：12.90元

内 容 提 要

摄动方法是当前解决工程技术和科学问题的主要数学工具之一，应用领域极其广泛。

本书被认为是美国摄动方法课程的“标准教科书”。内容除定积分渐近展开的各种算法外，主要包括解方程的各种摄动方法，如摄动展开法，多尺度方法，平均化方法，匹配渐近展开法，WKB方法等等，足够一般应用的需要。

本书通过许多精选的例子来介绍方法，阐述详尽清晰，对重点、难点的处理很出色，非常适合初学者使用和自学用，具备微积分和常微分方程基础知识的读者就可以基本掌握。

本书可作为理工科大学的教材，也可作为广大工程技术人员和研究人员的参考书。

译　序

解决工程技术和科学领域中的各种理论和实际课题，就问题的数学方面而言，主要是求分析解和数值解两大类方法。当今能得到精确分析解的问题绝无仅有，一般只能求近似分析解。而各种摄动方法则是求近似分析解最主要的手段。应用领域极其广泛，是摄动方法的一个显著的特点。无论是天体力学、流体力学、固体力学、非线性振动、理论物理、声学、光学、天体物理、等离子体物理、化学反应动力学、生物学、控制论和航空宇航、土木、机械、船舶、动力、海洋等工程科学以及其它种种学科，只要其中大量出现方程的，摄动方法就大有用武之地。

数值解法并不能取代分析解法。最近几十年来电子计算机和数值计算方法飞速发展，但丝毫没有削弱近似分析解的重要作用。一些主要的摄动方法恰恰是在同一时期内发展起来的，就是有力的佐证。摄动方法能得出简单而又准确的近似解，容易看出每个物理参数对解的影响，有助于弄清解的解析结构，这是数值解所不能比拟的。在实际应用中常常将两者结合起来，成为最强有力的方法——分析-数值解法。

当前我国理工科大学各专业的教学计划中，数值解法得到了加强，而分析解法则是一个薄弱环节。通常只局限于一些常规的经典解法和少数特殊形式的方程，摄动方法一般还是空白。从分析解和数值解的角度看，学习摄动方法的意义甚至可以和学习算法语言、计算方法相比拟。不把摄动方法这一件“武器”交给尽可能多的学生，会使他们在可以求解的方程面前束手无策，因而可能会束缚他们在以后的学习、工作中创造能力的发挥。诚然，大学数学教学体系的改革决非朝夕之功，但目前应该增开摄动方法的选

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

修课，让需要学的学生尽快掌握这类方法。

我国科学家在摄动方法领域曾有过重大贡献，但在以后一段时期又落后了。自 1981 年起，国内陆续出版了几本专著和译本，从一个侧面反映了在这一领域中赶超世界水平的势头，其中包括本书原著者于 1973 年出版的 Perturbation Methods 一书。可惜这些书刚出版时就难以买到。译者在给固体力学、流体力学硕士生以及助教进修班开设摄动方法课程时，就深感缺少合适的教材对于教与学两方面所带来的极大的不便。而且，这些已出版的书大都有这样的特点，内容多而叙述过于简略，因而只适合于研究人员和高年级研究生使用，难为初学者所接受。

本书原著者是这一领域中的著名学者，积开设摄动方法课程八年的丰富的教学经验，写成此书。通过许多精选的例子来介绍各种主要的方法，阐述务求详尽清晰，在必要时还放慢进度。原著者出色地处理了一些难点，使得本书非常适合于初学者学习，包括作为讲授的教材和自学用。书评作者和其他专家、教授们普遍肯定本书的这一优点，说本书"在这方面的努力是极其成功的，甚至对于过去完全没有接触过摄动方法或仅仅略有接触的学生，也能够在学了各章的许多例子之后，很快地掌握渐近分析的精神实质。"并预言本书在今后的年月里，必将成为(美国)有关课程的"标准教科书"(参见 SIAM Review, Vol. 24, No. 3, 1982)。关于这一点，就译者管见所及，已经成为事实。

学习摄动方法一定得做相当数量的练习，不做练习不能体会个中滋味，难以真正掌握方法。本书每章后面都附有一系列习题，其难度是逐渐增加的。选做这些习题会大大有助于对基本原理和方法的理解。原著者新近又出版了 Problems in Perturbation (1985)一书，内容包括本书各章全部习题的详细解答，并补充数量大致相同的新的练习题。我们希望该书的中译本也能够尽快出版。对于侧重于应用现有方法而不是发展方法本身的绝大多数读者说来，通过钻研大量不同类型的例题和习题，无疑是学习摄动方

法的一条捷径。

因为是导引性的教科书，在深度和广度上不能不作必要的节制。本书注重实用，旨在对各种类型的方程介绍解法，对收敛性、渐近性不作过多的数学论证。书中侧重于常微分方程，对偏微分方程等内容讨论较少。

虽则名为"导引"，但本书不同于一般的薄薄的入门书。由于篇幅较大，内容丰富，仍有较高的学术价值，因而为大量的学术论文和专著广为引述。本书提供了许多强有力的分析工具，包括摄动展开法，多尺度方法，平均化方法，匹配渐近展开法，WKB 方法等等，足够一般应用的需要，而且能为读者进一步深入学习和掌握各种特定的摄动方法打下良好的基础。

本书是按方程类型而不是按方法来划分章节的。这种做法有它的优点，便于将适用于同一问题的多种方法进行比较，还特别对应用带来了方便(因为应用实践中总是先有方程类型)。但在学习时总不免有简单重复的感觉。建议教师不要根据篇幅来平均使用力量，特别对于第五～第十章，可以适当加快进度，把注意力集中在后来出现的少量新问题、新观点上。

学生们常常反映摄动方法繁琐，这是事实。克服的根本办法是发展有关公式推演的计算机软件。这方面目前尚有极大的差距。在摄动方法的计算机软件得到发展并普及之前的一个较长时期内，推演较长难以避免。所以学习摄动方法需要有一定的耐心。应当看到，对于一个现代的实际课题，无论用数值解法或分析解法，都不是三下两下就可以解决的。当你用摄动方法得出它的正确结果后回头看来，在学习和应用过程中为"繁琐"所花的代价就算不得什么了。

本书第十二、十五章的第一稿，早在 1982 年作为访问学者在美国时就已经译出。由于再次开设有关课程的需要，于 1985 年上半年将全书译完，同年八月以复旦大学讲义(上、下册)的形式出版。此讲义已使用过三遍，此外还蒙几所兄弟院校用作教材。这次

正式出版前又一次作了全面细致的校对和文字润色工作。在翻译定稿过程中，共发现原版有一百余处错误，但几乎全部是明显的笔误或排字错误。因此除了个别处比较重要加注说明外，其余各处均逕直在译文中改正，不一一指明。有些式号如(1.40)，(1.61)，(1.75)，(1.79)，(11.112)等漏编，因与大局无妨，在译文中仍付阙如。目前国内有越来越多的人学习摄动方法，如果这个译本能为他们和教师们提供一些方便，译者将感到十分欣慰。

译者的老师金福临教授，学友戴世强教授，上海科技出版界的前辈张致中先生，以及赵序明、唐仲华等同志，对于本书的出版起了决定性的作用。由于他们的眼力、关心和努力，中译本才得以问世。在这里向他们表示衷心的感谢。译者还衷心感谢上海翻译出版公司的领导，衷心感谢和本书编辑、出版有关的全体同志为提高质量所付出的辛勤劳动。

限于学力浅薄，本书译文一定还有错误或欠妥之处，敬请专家和读者同志们批评指正。

宋家骕
复旦大学应用力学系
一九八七年八月

原　序

物理学家、工程师和应用数学家们所面临的许多问题，都牵涉到这样一些难点，诸如方程是非线性的，变系数的，以及在复杂的已知或未知边界上的非线性边界条件等，使得无法求出它们的精确解。所以，得用数值方法、分析方法或组合两者来近似求解。在分析方法中，最重要的是一些有规则的摄动方法(渐近展开法)，它们是用小参数或大参数，或用小的坐标值或大的坐标值来表示的。本书只涉及这样一些摄动方法。

拙著 Perturbation Methods 一书以统一的方式阐述了绝大多数的摄动方法，指出了它们之间的相似处，不同点，优点以及局限性。尽管这些方法是用许多例子来叙述的，先从有精确解的简单的常微分方程入手，进而讨论复杂的偏微分方程，但是因为材料是精炼的，高等的，所以只打算给研究工作者和高年级研究生使用。本书的目的则不同，是以初等的方式讲述材料，使科学和工程领域中各种各样专业的高年级大学生和一年级研究生都易于接受。作为在 Virginia Polytechnic Institute and State University 对一年级和高年级研究生教授摄动方法八年的结果，我选择了有限种方法，但作了详尽的讲解说明。我还试图回答学生们曾经最频繁地提出过的各种问题。书中主要通过代数方程和常微分方程中的一些简单例子来叙述各种方法。

本书第三、第十五章和附录 A, B 中的材料是 Perturbation Methods 一书中所没有的。第三章讨论积分的渐近展开，第十五章专论确定线性齐次方程(代数方程，常微分方程，偏微分方程和积分方程)的伴随方程，以及线性非齐次方程的可解性条件。附录 A 概述了三角恒等式，附录 B 概述了线性常微分方程的性质并叙

述了求解常系数齐次和非齐次常微分方程的符号法(symbolic method).

读者应具备微积分和基本的常微分方程的知识。

各章都包含有一些习题。需要更多习题的读者，建议他参考Nayfeh 的 Perturbation Methods 一书,以及 Nayfeh 和 Mook 的 Nonlinear Oscillations 一书。(后者的中译本即将由高等教育出版社出版——译注)。因为本书是基础性的,所以只在参考书目中列出了有关的书籍,在正文中并没有引用它们。

K. R. Asfar 和 D. T. Mook 阅读了全部原稿, L. Watson, M. Williams, C. Prather, S. A. Ragab, I. Wickman, A. Yen, Y. Liu, H. Reed, J. Dederer, Y. Ma 和 W. S. Saric 阅读了部分原稿,我向他们表示感谢。许多插图是 T. H. Nayfeh, K. R. Asfar, I. Wickman, T. Dunyak 和 T, McCawly 画的,在这里向他们表示我的谢意。最后,我还要感谢为手稿打字的 Patty Belcher, Janet Bryant 和 Sharon Larkins.

阿里·哈桑·纳弗
弗吉尼亚州布拉克斯堡市
一九八〇年四月

目　录

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

第一章 引 论

1.1 量纲分析

由于问题的非线性，不均匀性和一般的边界条件，在流体力学，固体力学，运动*和物理学的许多分支中，精确解是罕见的。所以，工程师，物理学家和应用数学家们被迫求他们所面对的问题的近似解。这些近似可能是纯数值方法，也可能是纯分析方法，或者是数值方法和分析方法的组合。本书专注于各种纯分析方法。这些方法与有限差分法或有限元法等数值方法相结合时，会产生非常有效的多方面适用的方法。

解决现代问题的关键是建立数学模型。这个过程包括保留某些元素，忽略若干元素，并对其它元素作近似。为了完成这重要的一步，需要判定系统的不同元素的量阶(亦即大小)，这是通过和系统的基本元素作比较并对各元素作相互比较来实现的。这过程称为**无量纲化**，或称为使各变量**无量纲**。因而，在试图作任何近似之前，总是应当先引进无量纲的变量。举例说，某元素的长度是一厘米，请问这个元素是大的还是小的呢?在没有弄清所考虑的问题之前，不可能回答这一提问。如果此问题是有关卫星在围绕地球的轨道上的运动，那末一厘米是极其微小的。但是如果此问题有关分子间的距离，那末一厘米又是极其巨大的。作为第二个例子，我们问一克是大还是小?若与卫星的质量相比，一克又是非常非常小的；但和电子的质量相比，它是非常非常大的。所以，将方程表示成无量纲形式能得出决定系统性状的重要的无量纲参数。即使

---

*) 原文为 motion，疑有疏漏，或许应为"天体运动"之类。——译注

你对于近似并不感兴趣，也还是劝你在分析这个系统或提出实验数据之前，先进行这一重要步骤。下面，我们给出几个例子来说明无量纲化的过程。

例 1 考虑质量为m的质点的运动，此质点受常数为 k 的线性弹簧和常数为 μ 的粘性阻尼器的约束（图 1-1）。利用 Newton 第二定律，我们有

$$m\frac{d^2u}{dt^2}+\mu\frac{du}{dt}+ku=0, \tag{1.1}$$

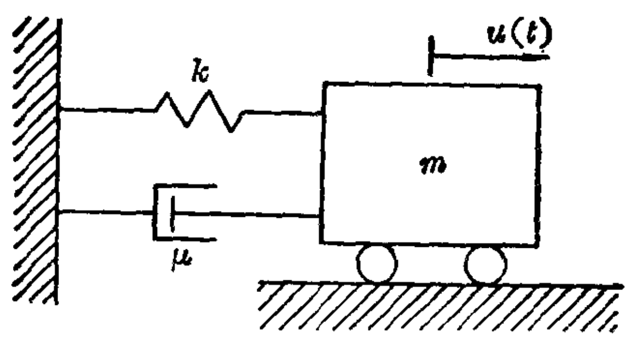

图 1-1 受弹簧和粘性阻尼器约束的质量

式中 u 是质点的位移，t 是时间。假定质点是在 u_0 位置从静止状态释放的，则初条件是

$$u(0)=u_0, \qquad \frac{du}{dt}(0)=0. \tag{1.2}$$

这个例子中，u 是因变量而 t 是自变量。需要用该系统的一个特征距离和一个特征时间来使它们无量纲化。利用初位移 u_0 作为特征距离可以使位移 u 成为无量纲的，而利用系统的固有频率 $\omega_0=\sqrt{k/m}$ 的倒数可以使时间 t 成为无量纲的。因而，记

$$u^*=\frac{u}{u_0}, \qquad t^*=\omega_0 t,$$

式中星号表示无量纲量。那么，

$$\frac{du}{dt}=\frac{d(u_0u^*)}{dt^*}\cdot\frac{dt^*}{dt}=\omega_0u_0\frac{du^*}{dt^*},$$

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com