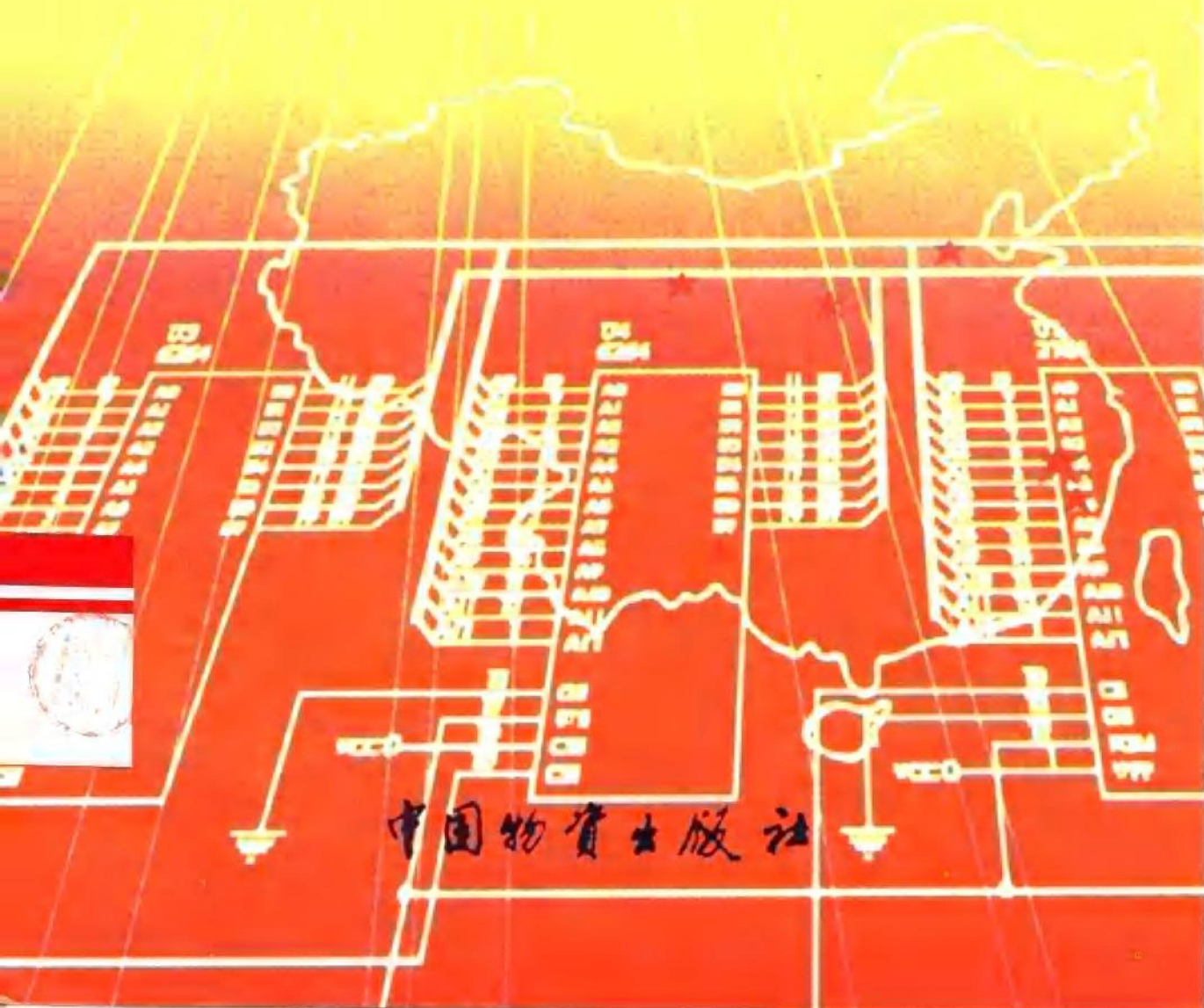


# 数字通信原理

吴资玉 甘育裕 彭 刚 编著



# 数字通信原理

吴资玉 甘育裕 彭 刚 编著

中国物资出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

数字通信原理/吴资玉等编著. —北京:中国物资出版社,1999.8  
ISBN 7-5047-1512-3

I. 数… II. 吴… III. 数字通信 IV. TN914.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 33784 号

中国物资出版社出版发行

(北京市西城区月坛北街 25 号 邮编 100834)

全国新华书店经销

北京市宏飞印刷厂印刷

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:18 字数:440 千字

1999 年 8 月第 1 版 1999 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 7-5047-1512-3/G·0392

印数:0001—3000 册

定价:28.00 元

## 前 言

“数字通信原理”课是一门理论性强,系统性强,知识面广的课程,特别是基带传输系统及最佳接收理论等内容。作者为重庆大学通信与测控学院教授、副教授等,有多年的教学、科研实践与著书经验。本教材是作者在参考大量国内外同类教材,并结合多年讲授这门课程的经验的基础上编写的。它系统地介绍了数字通信的基本理论和基本原理。力求让读者易学易懂。它适用于通信工程,电子工程及无线电技术等专业,既可作大学本科教材,也可作成人自考、培训教材。

全教材共分六章,第一章介绍数字通信的基本概念,数字通信系统的模型及性能指标;第二章为模拟信号的数字化传输;第三章讨论信道与干扰;第四章为基带传输系统;第五章为数字调制与解调;第六章为同步原理,各章都附有习题。本教材约需80小时的授课时间。任课教师可根据实际情况酌情取舍。

由于编者水平有限,教材难免存在缺点和错误,望读者批评指正。

编 者

1999年7月

# 目 录

|                          |      |
|--------------------------|------|
| 第一章 概 论                  | (1)  |
| § 1.1 数字通信概述             | (1)  |
| § 1.2 数字通信系统的模型          | (2)  |
| § 1.3 数字通信系统的主要性能指标      | (3)  |
| 第二章 模拟信号的数字化传输           | (5)  |
| § 2.1 引 言                | (5)  |
| § 2.2 模拟信号数字化的基本原理       | (5)  |
| 2.2.1 模拟信号的抽样            | (5)  |
| 2.2.2 信号的量化              | (14) |
| 2.2.3 编码                 | (19) |
| § 2.3 脉冲编码调制(PCM)        | (21) |
| 2.3.1 PCM 调制系统           | (21) |
| 2.3.2 信号的压缩与扩张           | (23) |
| 2.3.3 PCM 编码器与译码器        | (28) |
| 2.3.4 PCM 系统的噪声性能        | (33) |
| 2.3.5 差分脉冲编码调制(DPCM)     | (35) |
| § 2.4 增量调制( $\Delta M$ ) | (36) |
| 2.4.1 增量调制的基本原理          | (37) |
| 2.4.2 简单增量调制             | (38) |
| 2.4.3 改进型增量调制            | (46) |
| § 2.5 语音压缩编码技术简介         | (50) |
| 2.5.1 概述                 | (50) |
| 2.5.2 子带编码               | (51) |
| 2.5.3 矢量量化编码             | (52) |
| 2.5.4 参量编码或声码器           | (52) |
| § 2.6 数字复接技术             | (58) |
| 2.6.1 SDH 的产生及特点         | (59) |
| 2.6.2 SDH 复用的基本原理        | (62) |
| 2.6.3 SDH 组网技术           | (70) |
| 2.6.4 SDH 同步网            | (73) |

|                             |             |
|-----------------------------|-------------|
| 2.6.5 SDH 管理网 .....         | (75)        |
| 习 题 .....                   | (76)        |
| <b>第三章 信道与干扰 .....</b>      | <b>(79)</b> |
| § 3.1 概述 .....              | (79)        |
| § 3.2 恒参信道与其对信号传输的影响 .....  | (82)        |
| § 3.3 变参信道及其对信号传输的影响 .....  | (85)        |
| § 3.4 变参信道特性的改善(分集接收) ..... | (92)        |
| 习 题 .....                   | (94)        |
| <b>第四章 基带传输 .....</b>       | <b>(95)</b> |
| § 4.1 概述 .....              | (95)        |
| § 4.2 基带信号及其频谱特性 .....      | (95)        |
| 4.2.1 常用的基带信号形式 .....       | (95)        |
| 4.2.2 基带信号的波形形成 .....       | (103)       |
| 4.2.3 单个基带脉冲的频谱 .....       | (104)       |
| 4.2.4 波形序列的功率谱密度 .....      | (105)       |
| § 4.3 基带信号的传输与码间干扰 .....    | (111)       |
| § 4.4 基带传输中码间干扰的消除 .....    | (114)       |
| 4.4.1 奈奎斯特第一准则 .....        | (114)       |
| 4.4.2 奈奎斯特第二准则 .....        | (120)       |
| 4.4.3 奈奎斯特第三准则 .....        | (121)       |
| 4.4.4 部分响应技术 .....          | (122)       |
| § 4.5 基带信号的最佳接收 .....       | (124)       |
| 4.5.1 引 言 .....             | (124)       |
| 4.5.2 数字信号接收的统计表述 .....     | (126)       |
| 4.5.3 最佳接收准则 .....          | (129)       |
| 4.5.4 二元信号的最佳接收机 .....      | (131)       |
| 4.5.5 二元信号最佳接收机的性能 .....    | (134)       |
| 4.5.6 二元信号的最佳形式 .....       | (136)       |
| 4.5.7 匹配滤波器 .....           | (138)       |
| § 4.6 基带系统的最佳化 .....        | (143)       |
| 4.6.1 最佳基带系统的概念 .....       | (143)       |
| 4.6.2 理想信道的最佳基带系统 .....     | (143)       |
| 4.6.3 非理想信道的最佳基带系统 .....    | (149)       |
| 4.6.4 眼图 .....              | (152)       |
| § 4.7 基带系统的均衡 .....         | (153)       |

|                                  |              |
|----------------------------------|--------------|
| 习 题.....                         | (161)        |
| <b>第五章 数字调制与解调.....</b>          | <b>(165)</b> |
| § 5.1 引 言 .....                  | (165)        |
| § 5.2 振幅键控(ASK) .....            | (165)        |
| 5.2.1 二进制振幅键控(2ASK) .....        | (165)        |
| 5.2.2 多进制振幅调制 .....              | (168)        |
| § 5.3 相位键控 .....                 | (169)        |
| 5.3.1 二进制相位键控 .....              | (170)        |
| 5.3.2 多进制相位键控 .....              | (174)        |
| § 5.4 频率键控(FSK) .....            | (181)        |
| 5.4.1 二进制频率键控(2FSK)信号的产生 .....   | (181)        |
| 5.4.2 2FSK 信号的频谱特性 .....         | (181)        |
| 5.4.3 2FSK 信号的解调 .....           | (186)        |
| 5.4.4 MSK 方式.....                | (195)        |
| 5.4.5 多进制移频键控 .....              | (200)        |
| § 5.5 正交幅度键控 .....               | (200)        |
| § 5.6 数字调制系统的性能 .....            | (202)        |
| 5.6.1 2ASK 系统的性能 .....           | (202)        |
| 5.6.2 二进制相位键控系统的性能 .....         | (207)        |
| 5.6.3 2FSK 系统的性能 .....           | (211)        |
| 5.6.4 多进制数字调制系统的性能 .....         | (214)        |
| 5.6.5 数字调制系统的性能比较 .....          | (217)        |
| 习 题.....                         | (220)        |
| <b>第六章 同步原理.....</b>             | <b>(221)</b> |
| § 6.1 引 言 .....                  | (221)        |
| § 6.2 载波同步 .....                 | (221)        |
| 6.2.1 插入导频法 .....                | (222)        |
| 6.2.2 直接法 .....                  | (223)        |
| 6.2.3 载波同步系统的性能 .....            | (229)        |
| 6.2.4 载波相位误差对解调性能的影响 .....       | (237)        |
| § 6.3 位同步 .....                  | (238)        |
| 6.3.1 概 述 .....                  | (238)        |
| 6.3.2 滤波法 .....                  | (239)        |
| 6.3.3 锁相法 .....                  | (240)        |
| 6.3.4 位同步系统的性能及其相位误差对性能的影响 ..... | (248)        |

|       |                  |       |
|-------|------------------|-------|
| 6.3.5 | 扰码器和解扰器 .....    | (251) |
| § 6.4 | 群同步 .....        | (256) |
| 6.4.1 | 概 述 .....        | (256) |
| 6.4.2 | 起止式同步法 .....     | (257) |
| 6.4.3 | 加高式或加宽式同步法 ..... | (257) |
| 6.4.4 | 连贯式插入法 .....     | (258) |
| 6.4.5 | 间隔式插入法 .....     | (261) |
| 6.4.6 | 群同步系统的性能 .....   | (262) |
| 6.4.7 | 群同步的保护 .....     | (265) |
|       | 习 题 .....        | (267) |
|       | 附 录 .....        | (269) |
|       | 参考文献 .....       | (279) |



# 第一章 概 论

## § 1.1 数字通信概述

在人类的生产和社会生活中离不开传递消息,传递消息的过程就是通信,通信的目的就是把含有信息的消息从一地传向另一地。自古以来,人们已经创造了很多的通信方式,例如:古代的烽火台、旌旗;近代的灯光信号、旗号;现代的电报、电话、传真、电视等等。所有通信都是将消息变成与之对应的信号来传递的,信号实际上就是消息的转载者。显然,现代通信以电信号来传递消息是最好的,它既传得快又准确可靠,而且几乎不受时间、地点、距离等方面的限制,因而获得了飞速的发展和广泛的应用。如今在自然科学中,“通信”一词几乎是“电通信”的同义词了,我们课程所讲的通信就是指电通信,简称为电信。

电信中所有传递的信息,有各种不同的形式,例如:符号、文字、语言、音乐、数据、图片、活动画面等等。然而,所有不同的消息都可以把它们归结成两类:一类称作离散消息;另一类称为连续消息。所谓“离散”或“连续”是指状态而言,离散消息是指消息的状态是离散可数的,比如符号、数据等,而连续消息则指消息的状态是连续的,例如,强弱连续变化的话音,亮度连续变化的图象等,连续消息又称为模拟消息。

消息的传递是借助于电信号来实现的,消息和信号有着——对应的关系。通常消息是寄托在电信号的某一参量上,如果电信号的参量携带着离散消息,则该参量必将是离散取值的。这样的信号就叫离散信号,我们把时间和状态都是离散的信号称为数字信号。例如,电报、数字、数据、遥控指令等,它们不是时间的连续函数,而且其取值也仅为有限可数的离散值,故为数字信号;如果电信号的参量携带着连续消息,则该参量必为连续取值。随时间变化而连续取值的信号叫连续信号或模拟信号。例如:普通电话机输出的信号就是模拟信号。

通常,根据系统中传递的信号不同,通信可分为二种,传输模拟信号的通信系统称为模拟通信系统,传递数字信号的通信系统称为数字通信系统。

目前,无论是模拟通信,还是数字通信,都是已经获得广泛应用的通信方式,尽管从通信的发展进程看低级的电报通信(可视为数字通信的一种方式)出现得最早,但在一个很长时期中,它却比模拟通信的发展要缓慢得多。但是,在 20 世纪中叶以后,数字通信日益兴旺,尤其是微电子技术的飞跃发展,大规模集成电路的出现,使数字通信技术得到了飞速发展。数字通信能冲破传统的模拟通信,具有强大的生命力,出现了数字通信替代模拟通信的趋势,这是什么原因呢?显然是数字通信有着它突出的优点。与模拟通信相比,它更能适应人类对通信的更高要求。第一,数字通信的抗干扰能力强,因为数字通信系统传递的是数字信号,数字信号的取值是有限可数的,通常是把这些取值用二进制数码表示,这样,在有干扰的条件下容易检测。而且还可以进行码再生,从而可避免传输过程中的噪声积累;第二,可靠性高,传

输过程中的差错可以设法控制;第三,数字信号易于加密且保密性强;第四,通用性,灵活性好。在数字通信中各种消息(电报、电话、图象和数据等)都可变成统一的二进制数字信号,即便于计算机对其进行处理,也便于接口和复接。因而可将数字传输技术和数字交换技术结合起来,可以方便地实现各种业务的处理和交换。从而形成综合业务数字网(ISDN)。但是,事物总是一分为二的,数字通信的许多优点都是用比模拟通信占据更宽的系统频带换来的。以电话为例,一路模拟电话通常只占 4KHZ 带宽,但一路数字电话(PCM 终端机输出的一路话)占带就为 64KHZ。因此,数字通信的频带利用率不高,在系统频带紧张场合,数字通信占带宽的缺点显得十分突出。然而,随着社会生产力的不断发展,有待传输的信息量急剧增加,对通信的可靠性和保密性要求越来越高。尤其是计算机的发展和通信技术的结合对社会的发展产生着深刻的影响,如计算机网,综合业务数字网(ISDN)的形成使数字通信几乎成了通信发展的必然趋势。因而,实际中往往宁可牺牲系统带宽而采用数字通信。当然近年来已采用了一些压缩编码及有效的调制方法使数字话及数字图象的占带降低了很多,其次,在新建的微波及光纤通信系统中,系统频带富裕,占带宽已不再是突出的问题了,所以在这些系统中数字通信已几乎是唯一的选择。

## § 1.2 数字通信系统的模型

具体的通信系统种类繁多。例如:数字电话系统(PCM 或  $\Delta M$  系统),数据传输系统等。它们虽然有着不同的用途和具体的电路结构,但总可由图 1-1 所示的模型加以概括。

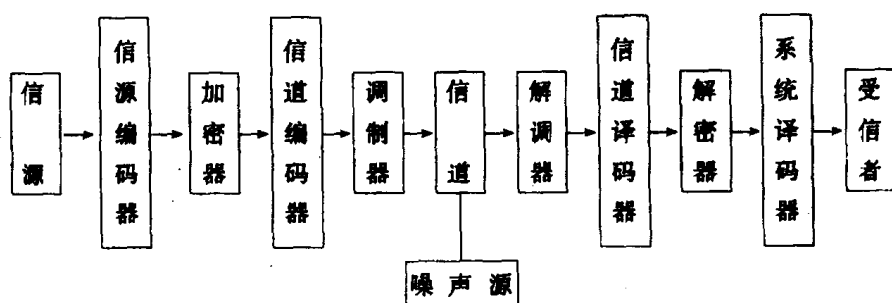


图 1-1 数字通信系统模型

信源输出的是待传送的信号,它可以是模拟信号也要以是数字信号,例如,电话麦克风,电视摄像机等送出的是模拟信号;而电传机,计算机输出的信号则为数字信号。

信源编码器是使信源送出的信号变成合适的数字编码信号。若信源输出的信号是模拟信号,信源编码器将对模拟信号进行抽样,量化编码,使之变成数字信号,从而完成模数转换任务。如果信源输出的是数字信号,这时的信源编码器的作用是提高数字信号传输的有效性,去掉多余度和压缩原始信号的数据速率。

加密器主要用于需要保密通信的系统。

信道编码器的作用是提高通信可靠性,它对信号进行差错控制编码(也简称为纠错编码),即按一定的规则加入多余码元,以便在收端对信号进行检错和纠错,从而降低差错概率,提高正确识别信号的能力,提高通信的可靠性。

调制器的作用是将信道编码器输出的数字信号经过适当变换,使之适于信道传输。变换前的数字信号我们叫基带信号,基带信号是低通型信号,要使低通型的基带信号在带通型信道传输不经调制是不行的。

信道是信号在煤质中传输的通路。例如架空明线、电缆、短波电离层传播、微波视距传播、对流层传播、人造卫星、光纤等。

噪声源是指信号在信道传输过程中受到的加性干扰。

信号经信道到达接收端,解调器将调制后的信号还原成基带信号,信道译码器对由于传输造成的误码进行纠检错,经解密器后的信号送到信源解码器再送到受信者,从而完成整个通信过程。显然接收端的解调、译码是发端调制、编码的反变换。

在数字通信系统中还有一个很重要的部分在模型中没有画出,这就是同步系统,因为它的位置分散不固定,故不好集中用方框表示。但它却是数字通信系统中必不可少的组成部分。在数字通信中要求发端和收端之间有严格的时间关系,如果收端与发端的码元节拍不同步就无法正确接收,同时在发端传输信号时常常要把若干码元组成一个字,若干个字组成一句或若干码元组成一帧,为了正确可靠的通信,必须做到码位同步,字同步,句同步或帧同步。若数字通信系统中同步失效就会导致整个通信失效。

当然,实际的数字通信系统并非一定如图 1-1 所示那样,并不一定要包括模型中的所有方框。比如,不要求保密的系统就不必有加密解密器,在信源输出的信号是数字信号而本身多余度并不是很高的场合,没有必要加信源编码、译码器,而信道特性好,要求又不是很高的场合,可以不加信道编、译码器(即差错控制编、译码器)。具体的系统组成应根据具体的要求而定。系统模型既表示了数字通信的全部过程,也概括了数字通信研究的基本问题,本课程将基本按系统模型中主要方框内容逐一进行讨论。我们将讨论①模拟信号数字化传输的问题即信源编、译码问题;②信道特性及噪声干扰;讨论数字信号通过不同信道受到的影响及克服办法;③基带信号及其传输问题;④基带信号的数字调制及解调问题;⑤数字通信系统的同步问题。

### § 1.3 数字通信系统的主要性能指标

在设计或评价一个数字通信系统时,总要用一定的性能指标来衡量。严格说来,衡量数字通信系统性能好坏的指标应该是多方面的,它关系到可靠性、有效性、标准性、经济性、工艺性及维护使用等诸方面,要想使一个数字通信系统面面俱到是很难的,只能是满足主要的要求兼顾其次要方面,而上述各方面又常常是矛盾的,因此只能实事求是,在具体条件下具体对待。

一般说来,对一个数字通信系统的要求,总是希望它传得快,传得准。所谓传得快即效率高,传得准即可靠性好。有效性及可靠性是数字通信系统的最主要的性能指标。以下我们将介绍这两方面性能指标的定义:

#### 一、传输速率

它是衡量数字通信系统有效性的指标。

##### 1. 码元传输速率

又称码元速率或传码率。它定义为每秒传送的码元数,单位为“波特”(Baud)记作 B,码元传输速率用  $r_d$  表示。例如某系统每秒钟传送 2000 个码元,则该系统的码元传输速率  $r_d = 2000B$ 。

## 2. 信息传输速率简称传信率

定义为每秒钟传送的信息量,单位为比特/秒记为 b/s,用  $r_c$  表示。

比特(bit)是信息量的单位,在信息论中,信息量的定义为  $I = \log_a \frac{1}{P(x)}$ ,在数字通信系统中,一般  $a=2$ ,所以  $I = \log_2 \frac{1}{P(x)}$ 。 $P(x)$  是消息出现的概率。信息量的大小是与  $P(x)$  的大小成反比的, $P(x)$  越小,信息量越大。在二进制数字通信系统中,每个二进制码元若是等概率传送的,即  $P(x) = \frac{1}{2}$ ,则信息量  $I = 1$  比特。所以,一个二进制码元在此时所携带的信息量就是一比特。通常,在无特殊说明的情况下,都把一个二进制码元所传的信息量视为 1 比特。因此,也把信息传输速率叫做等效比特传输速率,即指每秒钟传送的二进制码元(或数字)的数目。在二进制数字通信系统中码元传输速率与信息传输速率在数值上是相等的,但是单位不同,意义不同,不能混淆。在  $M$  进制系统中,通常  $M = 2^n$ ,此时,如果是等概率来传送码元,则每个码元出现的概率为  $\frac{1}{M}$ ,所以每个码元所携带的信息量就应为  $I = \log^2 M = n$  (比特),这时信息速率和码元速率的关系为

$$r_c = r_d \log_2 M$$

例如,四进制系统中,码元速率  $r_d = 2400$  (波特),则  $r_c = r_d \log_2 2^2 = 4800$  比特/秒。

## 3. 消息传输速率

定义为每秒钟所传送的消息数。消息数可用字节或特特表示。

### 二、差错概率

它是衡量可靠性的指标。

#### 1. 误码率

指错误接收的码元在传送总码元数中所占的比例。当传送的码元数很大时,等于码元在传输系统中被错传的概率。

#### 2. 误信率

又称为误比特率,它是指错误接收的信息量在传送总信息量中所占的比例,在传送信息量总数很大时,它就是信息量在传送过程中丢失的概率。

#### 3. 码组差错率

指在传输码组中出现差错码组数所占的比例。

## 第二章 模拟信号的数字化传输

### § 2.1 引言

我们在 § 1.2 节中已经指出:数字通信系统中的信号源可以是模拟信号源。这就是说模拟信号是可以用数字通信系统来传输的。但是,必须对模拟信号进行模——数变换,即经抽样、量化、编码使之变成数字信号再进行传输,在收端要将收到的数字信号进行数——模变换,使之还原成模拟信号再送至受信者。

目前,将模拟信号变为数字信号再进行传输的方式主要分为两大类:一类是脉冲编码调制(PCM)通信;另一类是增量调制( $\Delta M$ )通信。其实, $\Delta M$ 也是在 PCM 基础上发展起来的,可以说是 PCM 的一种特例。由于  $\Delta M$  在原理上和技术上都与 PCM 有明显区别,故通常把它们作为两种不同的技术来看待。

本章将首先介绍模拟信号数字化的基本原理,即抽样、量化和编码的基本原理,然后再分别介绍 PCM 和  $\Delta M$  的原理和性能。

### § 2.2 模拟信号数字化的基本原理

我们这里仅介绍将模拟信号抽样、量化、编码,从而使之变成数字信号的原理。先通过抽样使模拟信号变成时间离散但幅度值仍是连续的信号,然后将抽样得到的时间离散信号进行量化,使之变成不仅时间离散,而且幅度也是离散的信号,再将其进行编码变成所需的数字信号。本节将分别介绍抽样、量化、编码的基本原理。

#### 2.2.1 模拟信号的抽样

##### 一、抽样定理

抽样定理是模拟信号数字化的基础理论。抽样是将模拟信号数字化的第一步,经过抽样后的信号是时间离散且时间间隔相等的信号,量化和编码都是在它的基础上进行的。在数字通信中,我们不仅要把模拟信号变成数字信号进行传输,而且在收端还要将它还原成模拟信号,还原的信号应该与发端的信号尽可能相同,才能达到通信的目的。为了使收端通过译码获得的样值信号能够恢复成与信号源发出信号相同的模拟信号。首先应该保证抽样不引起信号失真。怎样才能避免因抽样而引起信号失真呢?抽样定理回答了这一问题。

抽样定理告诉我们:一个频带限制在  $F_m$  赫以内的时间连续函数  $f(t)$ ,如果以  $T_s \leq \frac{1}{2F_m}$

的等间隔时间抽样,则所得的样值可以完全地确定原信号  $f(t)$ 。

用数学表达式可写为

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT_s) \frac{\sin \frac{\pi}{T_s}(t - kT_s)}{\pi/T_s(t - kT_s)} \quad (2-1)$$

式中  $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $T_s \leq \frac{1}{2F_m}$  为抽样时间间隔,  $f(kT_s)$  为  $kT_s$  时刻的抽样值。

上述定理因抽样时间间隔相等,故称为均匀抽样定理。

证明:考查模拟信号的抽样;同图 2-1(a) 所见,它可看成是模拟信号  $f(t)$  与周期为  $T_s$  的单位冲激函数  $\delta_{T_s}(t)$  的乘积。如图 2-1(b) 所示。

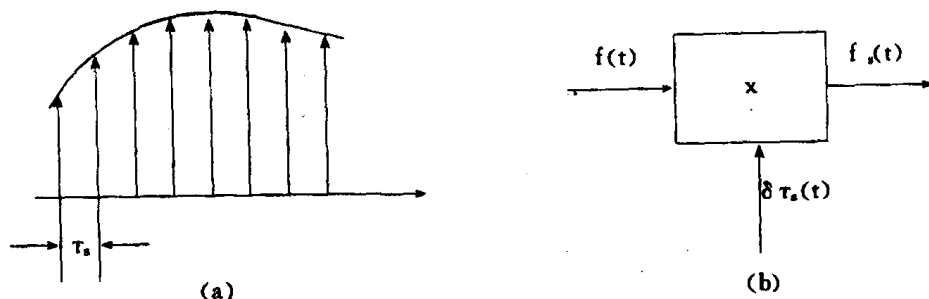


图 2-1 抽样

也可用下式表示,即

$$f_s(t) = f(t) \cdot \delta_{T_s}(t) \quad (2-2)$$

其中

$$\delta_{T_s}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) \quad (2-3)$$

$f_s(t)$  是抽样后得到的抽样函数,它实际上就是均匀间隔时间为  $T_s$ ,强度  $f(t)$  在相应瞬时上取值的冲激序列。

因为  $\delta_{T_s}(t)$  为周期性的单位冲激函数,所以可以用富氏级数表示,故  $\delta_{T_s}(t)$  可表示为

$$\delta_{T_s}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C e^{j2\pi k \cdot \frac{1}{T_s} t}$$

其中

$$C_k = \frac{1}{T_s} \int_{-\frac{T_s}{2}}^{\frac{T_s}{2}} \delta_{T_s}(t) e^{-j2\pi k \cdot \frac{1}{T_s} t} dt = \frac{1}{T_s}$$

所以

$$\delta_{T_s}(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{j2\pi k \cdot \frac{1}{T_s} t}$$

这样

$$f_s(t) = f(t) \cdot \delta_{T_s}(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(t) e^{j2\pi k / T_s t} \quad (2-4)$$

$f_s(t)$  的频率谱特性可经富氏变换得到

$$\begin{aligned} F_s(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_s(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(t) e^{j2\pi k / T_s t} \cdot e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(\omega - k\omega_s) \end{aligned} \quad (2-5)$$

式中  $\omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$ , 也可将上式写成

$$F_s(f) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(f - kf_s) \quad (2-6)$$

式中  $f_s = \frac{1}{T_s}$

显然,  $F_s(f)$  是中心频主间隔为  $f_s$  的无穷多个原始信号频谱的迭加。

若原始信号  $f(t)$  的频谱  $F(f)$  的带宽为  $F_m$  赫, 其分布图示于图 2-2(a), 则在  $f_s > 2F_m$ ,  $f_s = 2F_m$  及  $f_s < 2F_m$  时的抽样信号频谱分布可用图 2-2(b)、(c)、(d) 来描述。

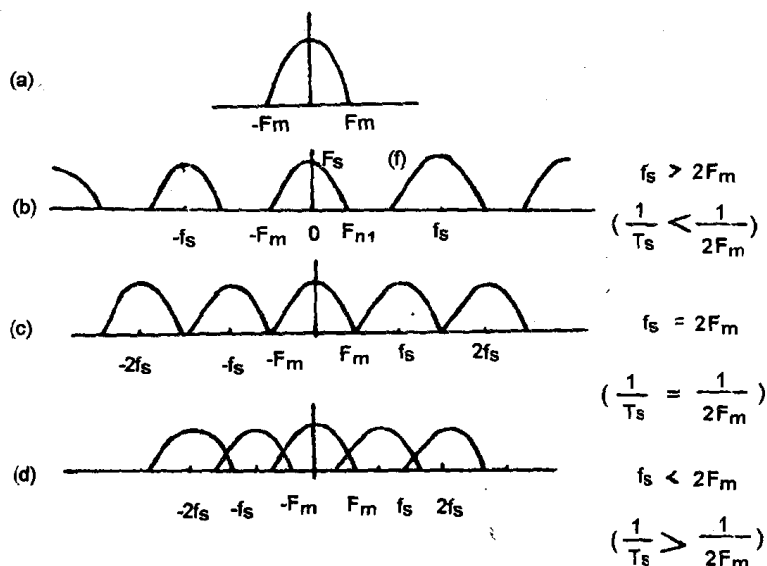


图 2-2 低通信号的抽样频谱

由图可见, 当  $f_s \geq 2F_m$  时, 抽样信号  $f_s$  的各频率分量互不重叠, 因而, 只要让此信号通过一个截止频率为  $F_m$  赫的理想低通滤波器, 就可以取得原信号的频谱  $F(f)$ , 也就是说此时可以不失真地恢复原信号  $f(t)$ 。如果  $f_s < 2F_m$ , 则会出现图 2-2(d) 所示的状况, 即频谱出现交迭现象, 这时用截止频率为  $F_m$  的理想低通滤波器就不可能取出原信号的频谱特性, 也就不可能不失真地恢复原信号。由此证明了对于频带限制在  $F_m$  赫以内时间连续函数  $f(t)$ , 只有在以下  $T_s \leq \frac{1}{2F_m}$  的等间隔时间抽样时, 抽样值才可以完全地确定原信号。

理想低通滤波器的传递函数可用下式表示:

$$H(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq F_m \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

其冲激响应为

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j\omega t} d\omega = \frac{\sin 2\pi F_m t}{2\pi F_m t}$$

则

$$\begin{aligned} f(t) &= f_s(t) * h(t) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - KT_s) * h(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT_s) \delta(t - kT_s) * h(t) \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT_s) h(t - kT_s) \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT_s) \frac{\sin 2\pi F_m(t - kT_s)}{2\pi F_m(t - kT_s)} \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT_s) \phi_k(t)
\end{aligned}$$

$\phi_k(t) = \frac{\sin 2\pi F_m(t - kT_s)}{2\pi F_m(t - kT_s)}$  我们把它叫抽样函数, 这样  $f(t)$  就可以表示成许多强度不同的抽样函数之和, 如图 2-3 所示

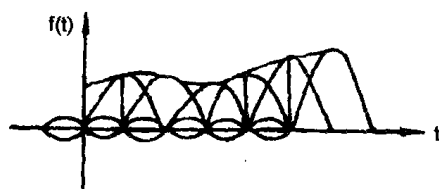


图 2-3 抽样函数之和

$T_s = \frac{1}{2F_m}$  是不失真抽样的最大时间间隔, 我们叫它为奈奎斯特间隔或奈奎斯特周期。

抽样定理可由图 2-4 的框图所实现。

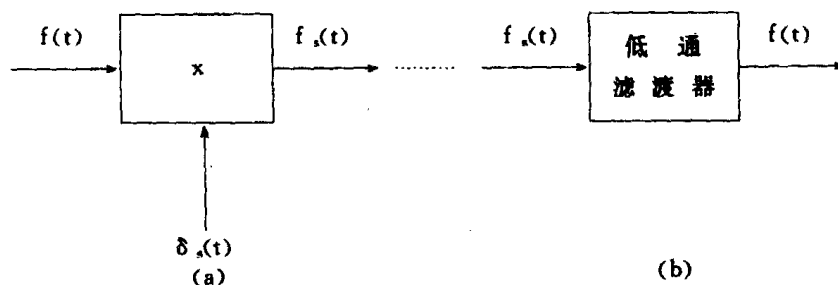


图 2-4 抽样与恢复

因为上述讨论中  $\delta_{Ts}(t)$  是周期性单位冲激脉时, 低通滤波器也为理想低通滤波器, 故为理想抽样。

实际的信号抽样并不是理想的,  $f(t)$  总是有限的时间函数, 它的频谱成分不可能完全地限制在  $F_m$  内, 所以从样值恢复的信号难免有失真, 只是如何使失真控制在允许的范围之内。通常的方法是:

第一, 在抽样之前加截止频率为  $F_m$  的低通滤波器, 滤除  $F_m$  赫以上的频谱成分, 从而消除折迭现象和避免由此引起的失真。当然, 这必须是  $F_m$  以内已包含有信号的主要频谱, 滤除的频谱是可以略去的部分。

第二, 由于收端的低通滤波器不可能做成理想的, 特别是在截止频率附近, 与理想的特性相差甚大(如图 2-5 所示)。

为了防止减弱因幅度和相位不理想造成的失真, 通常选择的抽样间隔  $T_s$  应略小于奈奎斯特间隔  $\frac{1}{2F_m}$ , 即抽样频率略大于  $2F_m$ 。例如, 话音信号通常为 300Hz—3400Hz, 抽样频率常



不取 7000Hz, 而取 8000Hz。

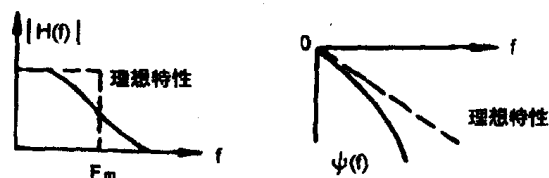


图 2-5 收端低通滤波器频率特性

第三, 实际的抽样频率不可能是单位冲激脉冲, 只能是高度为  $A$ , 宽度为  $\Delta t$ , 重复频率为  $1/T_s$  的矩形窄脉冲序列  $s(t)$ , 其表示式为

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{A \cdot \Delta t}{T_s} \cdot \frac{\sin k\pi \Delta t / T_s}{k\pi \Delta t / T_s} e^{j2k\pi t / T_s} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{A \cdot \Delta t}{T_s} \cdot \frac{\sin k\pi f_s \Delta t}{k\pi f_s \Delta t} e^{j2k\pi f_s t} \end{aligned} \quad (2-7)$$

式中  $f_s = \frac{1}{T_s}$ ,

将上式代入(2-2)式, 用  $s(t)$  代替  $\delta_{T_s}(t)$ , 得到的实际抽样信号为

$$f_s(t) = f(t) \cdot s(t) = f(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{A \cdot \Delta t}{T_s} \cdot \frac{\sin k\pi f_s \Delta t}{k\pi f_s \Delta t} e^{j2k\pi f_s t} \quad (2-8)$$

其频谱

$$\begin{aligned} F_s(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_s(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{A \cdot \Delta t}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin k\pi f_s \Delta t}{k\pi f_s \Delta t} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j(\omega - 2k\pi f_s) t} dt \\ &= \frac{A \cdot \Delta t}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin k\pi f_s \Delta t}{k\pi f_s \Delta t} F(\omega - 2k\pi f_s) \end{aligned} \quad (2-9)$$

或

$$F_s(f) = \frac{A \Delta t}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin k\pi f_s \Delta t}{k\pi f_s \Delta t} F(f - kf_s) \quad (2-10)$$

图 2-6 描述了实际抽样过程中信号波形及频谱分布情况, 该图假设抽样周期等于奈奎斯特周期, 即  $T_s = \frac{1}{2F_m}$ 。当  $k=0$  时从(2-10)式可得

$$F_s(f) = \frac{A \Delta t}{T_s} F(f) \quad (2-11)$$

它与  $f(t)$  的频谱  $F(f)$ , 仅差一个系数  $A \Delta t / T_s$ , 因而可通过截止频率等于  $F_m$  的理想低通滤波器来不失真地复原信号。从图(2-6)中可看出, 采用窄脉冲抽样, 高次谐波所形成的频谱分量按  $\sin k\pi f_s \Delta t / k\pi f_s \Delta t$  规律衰减, 抽样脉冲愈宽, 高次谐波分量的衰减愈快。但是, 原始信号的频谱却与理想抽样(即采用冲激脉冲)的结果是一致的, 都不会引起信号的失真。这种抽样得到的抽样信号  $f_s(t)$  是一系列顶部与抽样时间原始信号  $f(t)$  保持一致的脉冲串, 通常称之为自然抽样。另有一种称为“平顶抽样”, 其抽样信号的脉冲顶部是“平顶”的, 等于抽样点上的取值(如图 2-7a)所示。

实际上, 平顶抽样往往通过抽样保持电路来实现。在这种情况下, 图 2-7(b)中的脉冲形成电路, 就是一个保持时间为  $\Delta t$  的脉冲保持电路。

必须指出, 平顶抽样信号的频谱函数不再与理想抽样的频谱函数保持线性关系。因而,