

磁路与磁场

Magnetic Circuit and Magnetic Field

邹继斌 刘宝廷 编
崔淑梅 郑 萍
程树康 审

哈尔滨工业大学出版社

磁 路 与 磁 场

邹继斌 刘宝廷 编
崔淑梅 郑 萍
程树康 魏

哈尔滨工业大学出版社

内 容 简 介

本书从电气工程学科的角度,介绍磁的基本规律,磁介质的特性和常用磁性材料,典型磁路及其计算方法;磁场的物理量与基本方程式,场的解析和数值计算方法;时变场的基础知识。

本书可作为电气工程类本科生专业基础课教材,可供相关研究生和工程技术人员参考。

磁 路 与 磁 场

Cilu yu Cichang

邹继斌 刘宝廷 编
崔淑梅 郑 萍
程树康 审

*

哈尔滨工业大学出版社出版发行

哈尔滨工业大学印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 7.625 字数 203 千字

1998 年 1 月第 1 版 1998 年 1 月第 1 次印刷

印数 1—3 000

ISBN 7-5603-1285-3/TM·21 定价 14.00 元

前 言

“电”和“磁”是电气设备中两个密切相关的物理量。我们在教学实践中感到,在涉及“磁”的概念时,一些教材阐述得不是过于理性化,就是过于专业化。为了适应电气工程学科教学的需要,参考相关资料,我们尝试编写了这本《磁路与磁场》,目的在于使学生在学完本课程后,除掌握相当的电磁理论基础外,更能增强学生的适应能力,便于学习和理解相应的专业课。

本书共九章,第一章介绍磁的基本规律;第二章、第三章侧重于磁介质的特性和磁性材料;第四章介绍磁路及其计算;第五章、第六章讲述磁场能量、磁场力和磁位方程式;第七章、第八章介绍场的解析和数值计算方法;第九章简述时变场。

本书由邹继斌、刘宝廷、崔淑梅、郑萍编写,附录Ⅱ的程序由王云天编写,程树康审稿并统编全书。

由于编者水平和经验所限,本书难免会有不妥之处,敬请指正。

编者

1997年10月

目 录

第一章 磁现象及其基本规律

1-1 磁现象	1
1-2 磁场和磁路	3
1-3 磁感应强度	6
1-4 比奥-沙伐尔定律	8
1-5 磁通的连续性	10
1-6 安培环路定律	11
1-7 物质的磁化	14
1-8 磁介质中的安培环路定律	15
习题	17

第二章 磁介质

2-1 物质的磁性	19
2-2 铁磁性物质的磁化曲线	21
2-3 磁滞回线	23
2-4 磁导率	24
习题	27

第三章 磁性材料及其特性

3-1 软磁材料	28
3-2 永磁材料	31
习题	41

第四章 磁路及其计算

4-1 磁路及其定律	43
4-2 磁系统举例及磁路计算的任务	47
4-3 气隙磁导的计算	51

4-4	简单磁路计算	58
4-5	复杂磁路计算	67
4-6	永磁磁路计算	71
	习题	76
第五章 磁场的边界条件及磁位方程		
5-1	两种媒质交界面上磁场的边界条件	79
5-2	镜象法	81
5-3	标量磁位及拉普拉斯方程	85
5-4	矢量磁位及泊松方程	88
	习题	95
第六章 磁场能量与磁场力		
6-1	磁场能量	97
6-2	载流导体在磁场中所受的磁场力	101
6-3	磁性介质在磁场中所受的磁场力	103
6-4	磁场力的虚位移计算法	104
	习题	108
第七章 恒定磁场的解析法		
7-1	恒定磁场的边值问题	111
7-2	分离变量法	112
7-3	许-克变换法	119
	习题	132
第八章 恒定磁场的数值解法		
8-1	有限差分法	133
8-2	有限元法	146
8-3	边界元法	172
	习题	182
第九章 时变场		
9-1	电磁感应定律	183
9-2	传导电流、运流电流、位移电流及全电流定律	185
9-3	麦克斯韦电磁场基本方程	189

9-4 坡印廷矢量及能量流	190
9-5 涡流及涡流损耗	195
9-6 磁滞损耗	197
9-7 集肤效应	199
习题.....	201
附录 I 矢量运算公式.....	203
附录 II 电磁单位制.....	211
附录 III 电磁场有限元法计算程序(FORTRAN 语言).....	217
参考文献.....	235

第一章 磁现象及其基本规律

1-1 磁现象

电与磁是经常联系在一起,而又可以互相转化的两种物理现象。在工业生产、科学研究和日常生活中,凡是有电力装置和电子设备的地方,无不与磁现象有关。因此,作为电气技术工作者,熟知磁的现象、基本规律、乃至其合理的设计、计算方法是十分必要的。

在历史上很长一段时间里,磁和电的研究一直彼此独立地发展着。人们曾认为磁与电是两类截然分开的现象。直至 19 世纪初,一系列重要的发现及发展才打破了这个界限,使人们开始认识到电与磁之间有着不可分割的关系。

远在春秋战国时期,随着炼铁业的发展和铁器的应用,我国古代人民对磁铁矿就有了一些认识。汉朝以后,许多著作记载磁石吸铁现象。指南针是我国古代的伟大发明之一,并在航海中应用。

下面介绍一些典型的磁现象。

如果将条形磁铁投入到铁屑中,再取出,靠近两端吸引的铁屑特别多,这磁性特别强的区域称为磁极,中间没有磁性的区域称为中性区。如图 1-1 所示。

如果将条形磁铁支撑起来,使之可在水平方向自由转动,则两

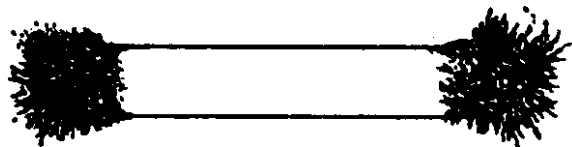


图 1-1 磁极

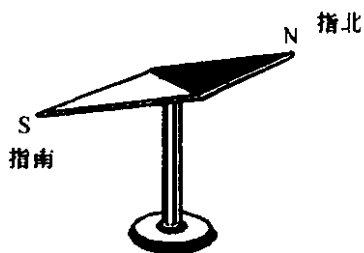


图 1-2 磁极的极性

磁极如图 1-2 所示,总是指向南北方向。习惯上称指北的一端为 N 极,指南的一端为 S 极。

如图 1-3 所示,若将一根磁铁悬挂起来,使之可以自由转动,

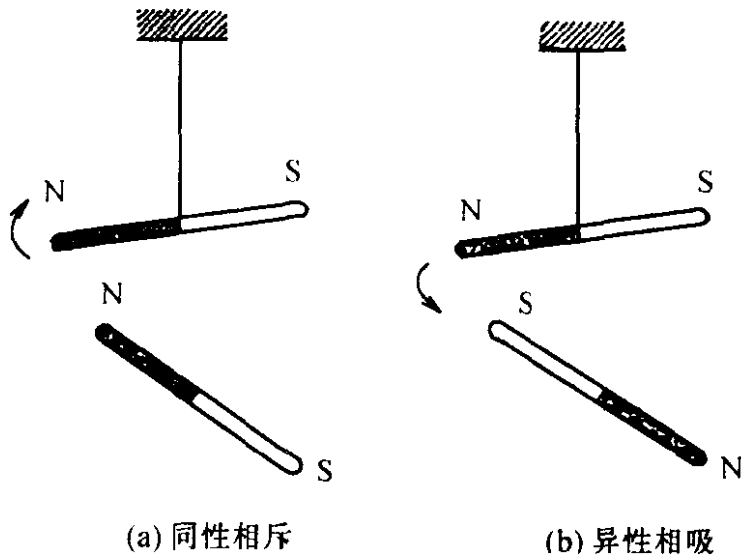


图 1-3 磁极之间的作用

并用另一根磁铁接近它,则呈现同极性磁极互相排斥、异性性磁极互相吸引的现象。

如图 1-4 所示,导线 AB 沿南北方向放置,下面放置一个可在水平面自由转动的磁针。当导线中没有电流时,磁针沿南北取向。当导线中通以从 A 到 B 的电流时,从上向下看去,磁针沿逆时针方向偏转。当电流反向时,磁针的偏转方向也倒转过来。说明电流可以对磁铁施加作用力。

如果把一段水平的直导线悬挂在马蹄形磁铁两极之间,如图

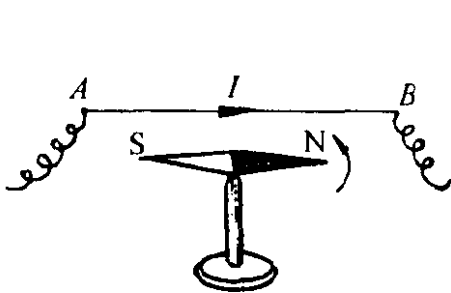


图 1-4 电流对磁铁的作用

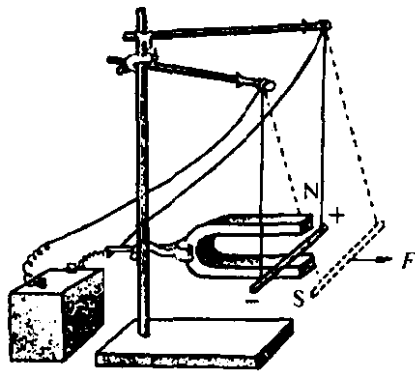
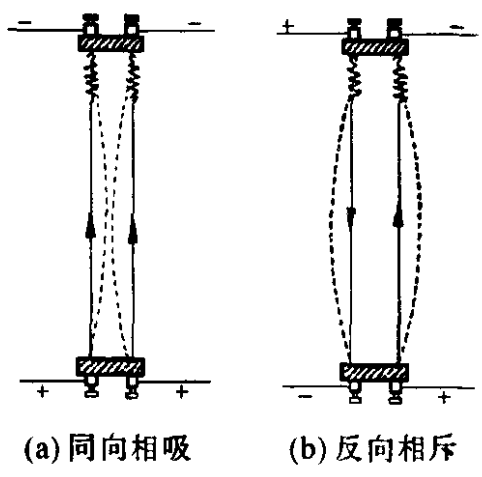


图 1-5 磁铁对载流体的作用

1-5 所示,通电流后,导线就会移动。说明磁铁也会给载流导线施加作用力。

假如把图 1-6 所示的二根细直导线平行地悬挂起来,当导线中通以方向相同的电流时,它们相互吸引,电流方向相反时,则相互排斥。

如图 1-7,将一个螺旋管悬挂起来,该螺旋管可以通以电流,同时可以在水平面内自由旋转。当螺旋管通以一定方向的电流时,若用一块磁铁的某一极分别去接近螺旋管的二端时,可以看到螺旋管的一端受到吸引,另一端受到排斥。说明螺旋管通电后产生固定极性的磁性。



(a) 同向相吸 (b) 反向相斥

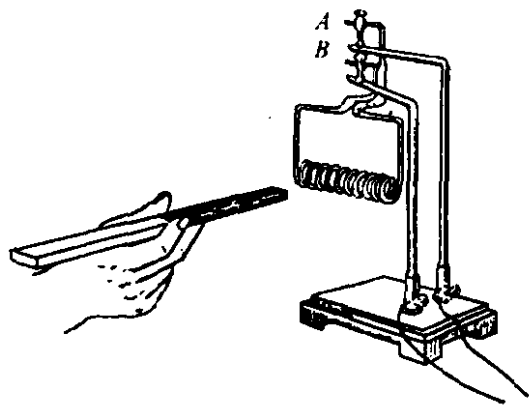


图 1-7 螺旋管的磁现象

图 1-6 平行电流间的作用

人类对磁现象的发现和认识具有极为悠久的历史。而磁现象的广泛应用,则是 18 世纪末的事情。由于生产的需要,对电磁现象的认识出现了一个飞跃。几乎所有的电机、电器和电气计量仪器都是根据磁的相互作用原理相继创造出来、并被广泛利用的。随着科学技术的不断发展进步,它们也在不断发展、改进和更新。因此,磁的基本原理是从事电机、电器及其它电磁装置研究、生产的科技人员的重要基础之一。

1-2 磁场和磁路

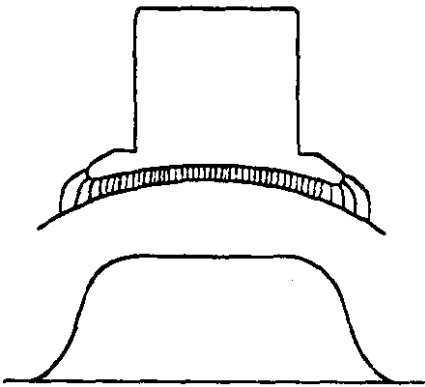
如前节所述,许多物理过程常常同时包含磁和电这二个紧密

相联的现象。与定义电场相同,为了表示磁的作用,也可以在空间定义磁场。将一微小磁针,移到存在磁现象的空间,磁针静止时的方向,就认为是磁场的方向。磁极或电流之间的相互作用是通过磁场来传递的。磁极或电流在自己周围的空间产生一个磁场,而磁场的特征是它对于任何置于其中的其它磁极或电流施加作用力。用磁场的观点,我们可以把上述磁铁和磁铁、磁铁和电流以及电流和电流之间相互作用的

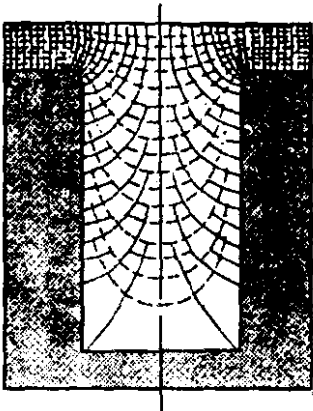


图 1-8 磁场的传递作用

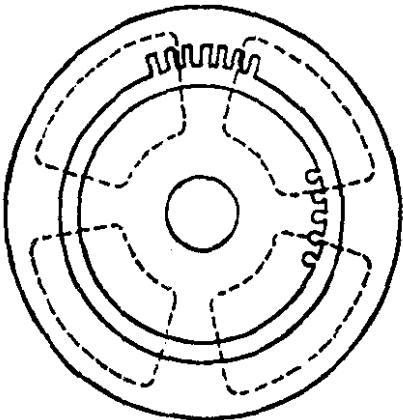
的各种现象统一起来,即所有这些作用都是通过同一种场——磁场来传递的,如图 1-8 所示。磁场的强弱常形象地用磁力线表示。常用电工设备中的磁场分布如图 1-9 所示。



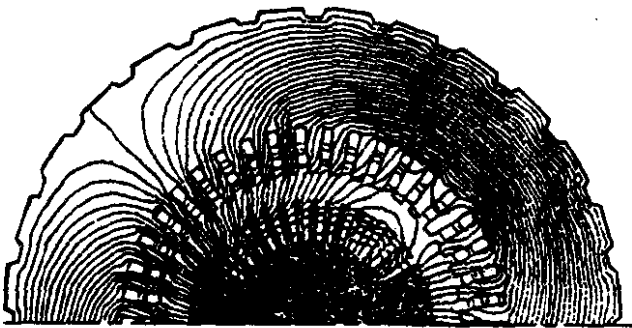
(a) 空载时直流电机的气隙磁场分布



(b) 开槽后的气隙磁场分布



(c) 感应电机中主磁通所经过的磁路



(d) 隐极同步发电机负载时的磁场分布

图 1-9 磁场分布

许多电工设备中(如电机、电器、电气仪表等),都是利用了上述磁和电的联系。在机电换能器中深刻认识其中的内涵和规律是非常重要的。理论上讲,可以通过场的分析计算来对各种电工设备求得圆满的计算结果。然而,在一般情况下,计算这样的问题是很复杂的,有时甚至是不可能的。

在工程上,为了得到较强的磁场,广泛地利用了铁磁物质。在电机、变压器、继电器、电工仪表等设备中,应用铁磁物质制成一定的形状,人为地构成磁的路径,使磁场主要在这部份空间内分布。这种磁的路径称为磁路。图 1-10 是典型机电换能器的磁路。

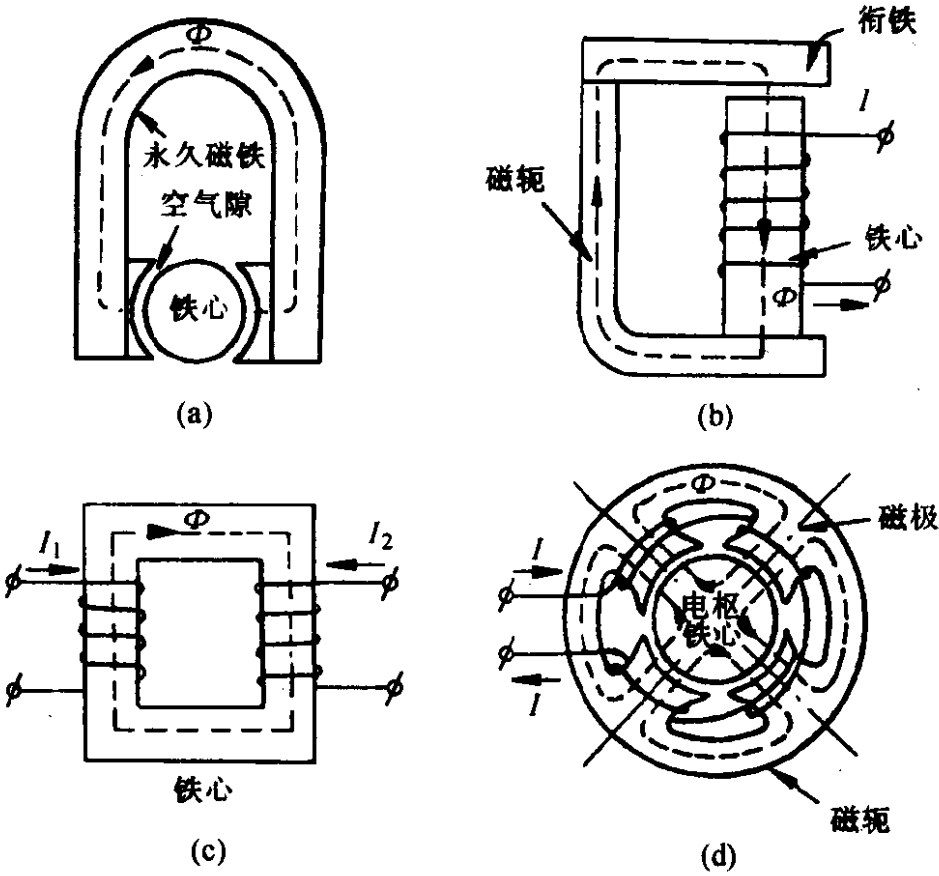


图 1-10 典型机电换能器的磁路

这样一来,我们就有可能把分布在整个空间的磁场问题,简化为局限在一定范围内的磁场问题,即转化为磁路问题。磁路虽是一种磁场的近似方法,但却是工程实际中常用的方法。

由于磁和电的密切联系,绝大部分机电变换器都离不开磁路,因此它的计算方法也就在电气工程领域占有极重要的地位。

换能器这个术语是用来描述从一种能量形式变换成另一种能量形式的装置。而许多这种装置是根据机、电、磁相互作用的某种方式运行的。

实际上,所有的机电换能器都可以看作是由一些电的、磁的和那些被归结为机械的几个部分组成。磁场或电场是电和机械之间的耦合媒介。

图 1-11 是常用继电器的原理图。只要激磁线圈中通有足够的电流,触头 A 和 B 就得保持互相接触。当其中电流中断时,弹簧就拉回衔铁。在这种装置中,电和机械以及作为耦合媒介的磁场的作用是显而易见的。

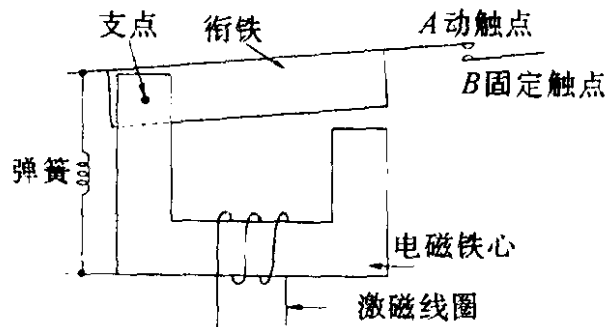


图 1-11 继电器简图

为了提出一些分析机电换能器的方法,就需要分析电、磁和机械参数之间的关系。其核心问题是建立和推导机电换能器的数学模型。应当指出的是,要确定介质中磁和电各量之间的关系,通常是比较困难的。因为介质往往是非线性的,且所有的计算都必须在三维空间进行。但是,对于大多数机电换能器来讲,可以通过适当的假定或近似的方法,使三维场问题简化为一维磁路问题。

1-3 磁感应强度

在电流或运动着的电荷的周围空间存在着磁场。若电流恒定不变,则磁场也不变,恒定不变的磁场叫恒定磁场或静磁场。除电流外,永久磁铁也产生磁场,因为永久磁铁内部存在分子电流。

磁场的一个重要特性是对引入磁场中的运动电荷产生作用力。设有一电荷 q 在磁场中以速度 v 运动,它所受的磁场作用力为

$$f = q(v \times B) \quad (1-1)$$

式中, B 为磁感应强度。上式可作为磁感应强度的定义公式。在磁场中的不同位置, B 的大小和方向不一定相同, 因而磁感应强度是一个矢量函数。

磁场作用于运动电荷的力又称为洛伦兹力。洛伦兹力总是与运动速度相垂直。它只能改变电荷运动的方向, 不能改变速度的大小, 因此, 洛伦兹力不能作功。

导体内的电流是电荷有规则运动形成的, 因此磁场对载流导体产生作用力。设在 dt 时间内通过导体的电荷为 dq , 移过的距离为 dl , 则单元载流导体 dl 所受的力为

$$df = dq(v \times B) \quad (1-2)$$

由于 $dq = Idt \quad v = \frac{dl}{dt}$

所以 $df = I(dl \times B) \quad (1-3)$

长度为 l , 通以电流 I 的导体所受到的磁场力为

$$f = I \int_l dl \times B \quad (1-4)$$

式(1-3)中, B 为 dl 所在处的磁感应强度。 dl 的取向取决于电流的流向, 如图 1-12 所示。

公式(1-3)是一个矢量方程, df 垂直于 dl 和 B 两个矢量组成的平面, 其值为

$$df = IdlB\sin\theta \quad (1-5)$$

式中 θ 为 dl 和 B 所张之角。从这里可以看出磁感应强度的意义: 矢量 B 的量值等于作用在单位电流微段, 即 $Idl=1$ 上的最大磁力, 其方向则与此情况下 dl 和 df 组成的平面垂直。

其单位很容易推出:

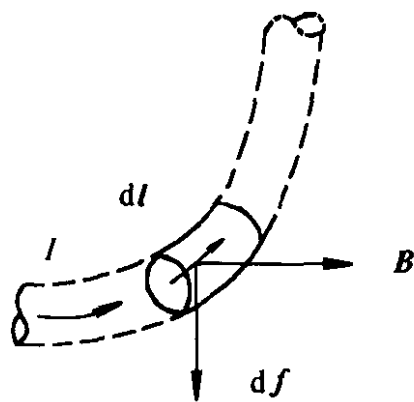


图 1-12 B 、 dl 和 df 关系

$$[B] = \frac{[F]}{[I][l]} = \frac{N}{A \cdot m} =$$

$$\frac{J}{A \cdot m^2} = \frac{A \cdot V \cdot s}{A \cdot m^2} = V \cdot s/m^2$$

通常称为特斯拉,简称特,用 T 表示,即

$$T = V \cdot s/m^2$$

1-4 比奥-沙伐尔定律

磁场是由电流产生的,磁场与电流同时存在。如果已知电流在真空中的分布,即可应用比奥-沙伐尔定律计算它在某点所产生的磁感应强度,即

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\boldsymbol{\delta} \times \mathbf{r}^0}{r^2} dV \quad (1-6)$$

式中, dV 为体积单元(m^3),该处的电流密度为 $\boldsymbol{\delta}$ (A/m^2), r 为 dV 至观察点的距离(m), $\mathbf{r}^0$ 是 dV 指向观察点的单位矢量(m)。

对于线状电流 I ,由于 $\boldsymbol{\delta} dV = I d\mathbf{l}$,因此式(1-6)可写成

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}^0}{r^2} \quad (1-7)$$

式(1-6)、(1-7)中的 μ_0 是真空的磁导率,在 SI 单位制中, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ 亨/米(H/m)。 $\mathbf{B}$ 的单位是特斯拉(T),在 CGS 单位制中, $\mathbf{B}$ 的单位是高斯(Gs), $1T = 10^4 Gs$ 。地面上地磁场的磁感应强度约为 $0.5 \times 10^{-4} T$ 左右;电磁铁可以达到 $1 \sim 2T$;超导装置的磁场可达 $10T$ 。

例 1-1 设真空中有一长度为 L 、载有电流 I 的导线,试求导线的附近任一点 P 处的磁感应强度。

解 在直导线上取电流元 $I d\mathbf{l}$,如图 1-13 所示。按比奥-沙伐尔定律,该电流元在 P 点产生的磁感应强度的大小为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \sin\alpha}{r^2}$$

$d\mathbf{B}$ 的方向按 $I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}$ 确定。整根导线 L 在 P 点产生的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

由于 $\sin \alpha = \cos \beta$, $r = a \sec \beta$, $l = a \tan \beta$, $dl = a \sec^2 \beta d\beta$, 因而

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{I}{a} \cos \beta d\beta =$$

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$$

对于“无限长”载流直导线, 则

取 $\beta_1 = -\frac{\pi}{2}$, $\beta_2 = \frac{\pi}{2}$, 故

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left[\sin \frac{\pi}{2} - \right.$$

$$\left. \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right] = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

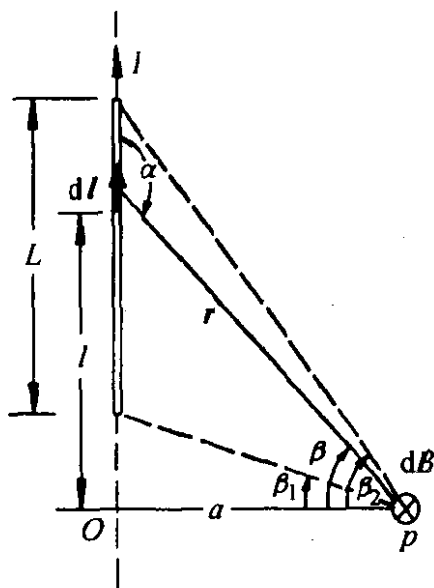


图 1-13 长直导线附近磁场的计算

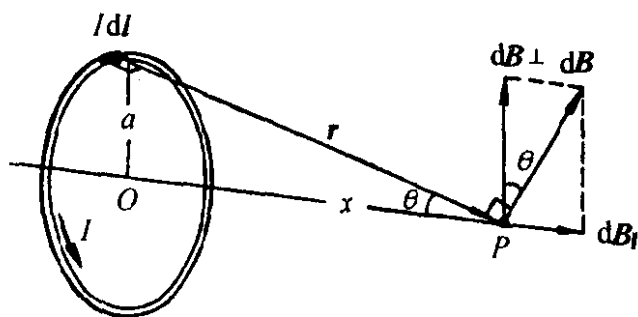


图 1-14 圆电流轴线上磁场的计算

例 1-2 设有一圆形线圈 L , 半径为 a , 通有电流 I , 如图 1-14 所示, 试求该线圈轴线上任一点处的磁感应强度。

解 在圆线圈上任取一电流元 Idl , Idl 与电流元到轴线上任一点 P 的矢径之间夹角为 90° , 电流元在 P 点产生的磁感应强度 dB 的大小为

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2}$$

各电流元在 P 点的磁感应强度大小相等, 方向各不相同。把 dB 分解为平行于轴线分量 $dB_{\parallel}$ 与垂直于轴线的分量 $dB_{\perp}$ 。由于对

称关系,各 $dB_{\perp}$ 之和为零,因而

$$B = \int_L dB_{\parallel} = \int_L dB \sin \theta =$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{Idl}{r^2} \sin \theta = \frac{\mu_0 I \sin \theta}{4\pi r^2} \int_0^{2\pi a} dl = \frac{\mu_0 I \sin \theta}{4\pi r^2} 2\pi a$$

因为 $r^2 = a^2 + x^2$ $\sin \theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{(a^2 + x^2)^{1/2}}$

所以
$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

1-5 磁通的连续性

在磁场内作曲线,使曲线上各点的切线与该点的 B 的方向一致,这种曲线叫磁感应强度线或磁通线。实践证明,磁感应强度线都是封闭的,既无始端又无终端。

设在磁感应强度线上取一长度元 dl ,其方向与该处 B 的方向一致,则有

$$B \times dl = 0$$

在直角坐标系中

$$dl = i dx + j dy + k dz$$

$$B = i B_x + j B_y + k B_z$$

因而,磁感应强度线的方程为

$$\frac{dx}{B_x} = \frac{dy}{B_y} = \frac{dz}{B_z}$$

在磁场中;穿过某一面积 S 的磁感应强度通量称为磁通,以 Φ 表示,则

$$\Phi = \int_S B \cos \beta dS = \int_S B \cdot dS \quad (1-8)$$

式中, β 为 B 与面积元 dS 法向的夹角($^\circ$ 或 rad)。如果取 dS 垂直于该点的 B ,则 $\cos \beta = 1$,即 $d\Phi = B dS$,而 $B = \frac{d\Phi}{dS}$ 。可见,某点的磁感应强度就是该点的磁通密度,所以磁感应强度也可称为磁密。磁通也可以理解为穿过某一面积的磁感应强度线的总和。