高 等 学 校 试 用 教 材

实验设计与数据处理

田胜元　萧曰嵘　编著

中 国 建 筑 工 业 出 版 社

高 等 学 校 试 用 教 材

实验设计与数据处理

田胜元　萧曰嵘　编著

中 国 建 筑 工 业 出 版 社

本书从生产和科研实际出发，以通俗的语言，突出物理概念，介绍必要的概率统计基本原理，着重阐述各种统计方法在《暖通、空调与燃气》专业中以及在实验设计和数据处理时的实际应用。内容包括：综合试验装置的误差分析；数据的图表整理方法；数据分析；数学模型的建立以及实验方案的统计设计——正交试验设计与回归正交试验设计等。

全书内容较丰富，例题、习题多是近年来本专业的常见问题。其中，不少例题是编者所接触到的新课题。附录中备有各种常用统计工具数表。

本书以简明的形式写成，侧重于实用，便于自学，读者无需先期的统计学基础也能理解书中主要内容及基本方法。

本书可作为高等工科院校《暖通、空调与燃气》类专业的研究生和本科生的选修教材。也是从事新产品研制、工艺试验和科研人员知识更新和运用数理统计原理与方法，解决实际问题的实用工具性参考书。

高等学校试用教材
实验设计与数据处理
田胜元　萧日嵘　编著
*
中国建筑工业出版社出版（北京西郊百万庄）
新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售
北京市平谷县大华山印刷厂印刷
*
开本：787×1092毫米 1/16　印张：15 3/8 字数：373千字
1988年11月第一版　1988年11月第一次印刷
印数：1—3,180册　定价：3.10元
ISBN 7—112—00508—6/TU·370
（5612）

前　　言

建立在概率论基础上的数理统计理论与方法，正在受到所有生产和科学研究领域的普遍重视。对《暖通、空调与燃气》类专业来说，推广和普及数理统计方面知识已成当务之急。

国内、外关于概率统计的基础理论书籍虽不乏佳作，然而，由于其理论和方法上的独特性，往往使读者感到抽象费解而不易掌握。对运用数理统计分析和解决本专业生产和科研问题方面，现有本学科的教科书中，只是“只鳞片爪”的分散在各处，又难以建立系统的概念。

因此，结合专业或学科实际，系统地阐述数理统计基本原理和利用统计工具科学地组织实验、分析和解决本学科中生产和科研问题的实用性选修教材，实有出版之必要。

编写本书的目的，旨在提高读者运用数理统计原理解决与本学科有关的实验设计、产品开发、寻求最佳工艺、误差分析、数据图表整理分析以及建立数学模型等问题的能力。

大家知道，《暖通、空调及燃气》类专业均属《建筑热能》学科，它们是运用“三传”（传热、传质、传动）的科学原理，为人们生产和生活供应“低位热能”，进行烟、尘、热、湿环境控制，保证各类建筑功能得以完善的一门建立在理论和大量实验基础上的应用工程学科。因此，运用数理统计的理论与方法这一有力工具，来解决生产和科究中的复杂实验问题，对本学科的发展更显得格外重要。掌握这方面的知识，对做毕业论文的研究生、本科生和科技人员都是不可缺少的“基本功”。

人们常常议论：在科研和生产过程中，“一切用数据说话”。然而，事实上“数据不会说话更不会说谎”。如果不按数理统计的规律去盲目地进行试验和现场测试，往往是“事倍功半”，甚至徒劳无益；在试验中为保证一定的测试精确度，谈何容易，可是，一旦忽视了综合试验装置的误差分析，就会使数据的准确度损失殆尽；不进行科学地数据整理与分析，又会使辛辛苦苦得来的测试数据，在统计上无效，致使潜藏在大量数据背后的信息，难以揭示事物内部的客观规律，甚至使所做出的结论“牵强附会”，令人费解。难怪人们会说：有些人处理数据的草率方式对近代文明是一种耻辱。

本书是根据我们在重庆建筑工程学院和清华大学为研究生和本科生所开选修课的试用教材和讲义的基础上，经加工、充实和整理而编写成的。全书实例较多，除一部分选自有关书刊外，其中，大部分都是结合专业的实例，不少例题是作者在教学和科研中所接触到的新课题。书中所涉及的基本理论与方法，照顾到了相近专业的需要。书后附录，备有大量统计工具性的数、表，以便查用。

在编写方式上，强调了理论联系实际，对基本原理侧重于物理概念的阐述，以利自学，读者无需先期的概率统计基础也能理解书中主要内容和掌握其数据分析方法；在方法叙述上摒弃了结合例题阐述内容的习惯写法，突出了基本概念和分析问题的思路，例题则作为运用基本原理训练解题技巧的手段。

目　录

第一章　随机事件及其概率运算

科学实验的任务是观察自然现象，定量测量有关物理量，通过对误差的数学处理使测量结果更接近真实值，并总结物理量之间的关系，以求对自然现象有本质的认识。因此，科学研究过程，首先应对实验有正确的设计和科学的数据处理方法，才能最后作出正确的理论分析。

本章将从简单回顾一些预备知识入手，开始介绍随机事件及其概率特征，作为学习数据统计处理和实验设计的起点。

第一节　排 列 与 组 合

一、排列

如果从6、7、8、9四个数字里，每次任取三个不同的数字，分别作为百位、十位和个位，问总计能组成多少个不同的三位数？

首先，确定百位数。在四个数字中，任意抽取，显然有四种取法；十位数只能从所余的三个数字中抽取，有三种取法；个位数则有两种取法。所以，总计能组成

$$4\times3\times2=24$$

个不同的三位数。

这就是排列的问题。排列可以分为非重复排列和有重复排列。

1.非重复排列：从n个不同的元素中，每次取出k个不同元素（$k\leqslant n$），排成一列，称为非重复排列，或称选排列，共可排列A_n^k种。

$$A_n^k=n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)=\frac{n!}{(n-k)!} \tag{1-1}$$

非重复排列中，若$k=n$，则称为全排列，记作P_n，可排列出P_n种。

$$P_n=A_n^n=n(n-1)(n-2)\cdots2\cdot1=n! \tag{1-2}$$

请注意，$0!=1$。

【例1-1】　六位电话号码中，各位数字均不相同的排列，最多可有多少种？

【解】　最多可以排出

$$A_{10}^6=\frac{10!}{(10-6)!}=151200\text{种}$$

2.有重复排列：从n个不同元素中，每次抽取k个元素（$k\leqslant n$），允许重复，排成一列，称为有重复排列，共可排列出$\tilde{A}_n^k$种。

$$\tilde{A}_n^k=n^k \tag{1-3}$$

【例1-2】　由0、1、2、…9十个数字组成六位电话号码，最多能有多少种？

【解】 若不考虑电话支局号码的限制，最多可以组成

$$\tilde{A}_{10}^{6}=10^{6}\text{种}$$

二、组　合

从n个不同的元素中，每次抽取k个不同的元素（$k \leqslant n$），不考虑顺序编成一组，称为组合，组合种数为

$$C_n^k=\frac{A_n^k}{k!}=\frac{n!}{(n-k)!\ k!} \tag{1-4}$$

请注意，规定$C_n^0=1$。

【例1-3】 平面上16个点，其中有5点在一条直线上，这16点共能连出多少条直线？

【解】 若每两点连一直线，共可连出直线

$$C_{16}^{2}=\frac{16!}{(16-2)!\ 2!}=120\text{条}$$

因已知其中5点共线，则

$$C_{5}^{2}=\frac{5!}{(5-2)!\ 2!}=10\text{条}$$

这种情况下，总计可连出直线

$$C_{16}^{2}-C_{5}^{2}+1=120-10+1=111\text{条}$$

第二节　随机事件及其概率

科学实验中，即使是在同一的观测条件下，重复测量某稳定的物理量，只要仪器足灵敏，就会发现每次测量结果总有不同。这种条件相同而结果不定的现象称为随机现象，而实验测量的结果就是一列随机量。

一、随机试验和随机事件

在随机量数学中，“试验”是一个广义的概念，它包括各种自然科学和社会科学试验，也包括各种属性特征的观察。如投掷硬币观察正反面出现次数，每投一次就是一次试验，调查某路口每天高峰时的车流量，每统计一次就是一次试验，等等。对这种可以重复进行而又不能预知结果的试验，称之为随机试验，或简称试验。

在一定的试验条件下，结果A可能出现，也可能不出现，而无第三种结果，则A出现的事件叫做随机事件A，或简称事件A。在随机试验中，每一个可能的结果的出现，都是一个随机事件。如投掷硬币时，出现正面是一个随机事件，出现反面也是一个随机事件。

在试验中，一定会出现的事件叫做必然事件，用S表示；一定不会出现的事件叫做不可能事件，用ϕ表示。向上踢足球，这个球必将落在地面上，是必然事件；这个球在空中飘而不落，则是不可能事件。应该指出，必然事件和不可能事件都是确定性事件，是特殊的随机事件。

二、频率

为了描述一个随机事件出现的可能性，规定：在不变的条件下，重复进行n次试验，结果A出现的次数为m，则

$$f_A=\frac{m}{n} \tag{1-5}$$
叫做A事件出现的频率。

曾有人进行了大量重复的投掷硬币的试验，当投掷次数增多时，随机事件出现的频率$f=\frac{m}{n}$则愈加趋向一个稳定的常数，如正面向上的事件出现的频率趋向50%。

随机事件所具有的频率稳定性，是随机现象内在规律性的表现，这种规律性只有通过大量试验才得以揭示，又称为统计规律性。

三、概率

定义 在相同条件下，重复进行n次试验，A事件在n次试验中出现m_A次，当试验次数n很大时，事件A出现的频率$f_A=\frac{m_A}{n}$稳定地在某一数值p上下摆动，我们称p为随机事件A出现的概率，记作

$$P(A)=\lim_{n\to\infty}\frac{m_A}{n}=p \tag{1-6}$$

这是概率的统计定义，简单地说是："随机事件的频率稳定值就是该事件的概率。"我们则根据随机事件的概率值$P(A)$来度量事件A出现可能性的大小。

由概率的定义可知，对于任何随机事件A而言，均有

$$O\leqslant P(A)\leqslant 1,$$

对于必然事件S则

$$P(S)=1$$

对于不可能事件ϕ则

$$P(\phi)=0$$

第三节 古典概型

早期，人们从研究古典概型开始认识随机试验。这种试验的特征是：

1.试验的结果是有限的，记为ω_1，$\omega_2\cdots\omega_n$。

2.每一试验结果的出现都是等可能的，即有：

$$P(\omega_1)=P(\omega_2)=\cdots P(\omega_n)=\frac{1}{n}$$

定义 一项试验，只可能出现n个结果，而且，每个结果出现的可能性都相等。若其中恰有m个结果具有性质A，则称A的概率为$\frac{m}{n}$，

记作
$$P(A)=\frac{m}{n} \tag{1-7}$$
这就是古典概型中事件A的概率公式。

【例1-4】 盒中有同样大小7个球，其中白球4个，红球3个。从中任取1个，求取到白球的概率。

【解】 7个球被取到的概率都相等，为$\frac{1}{7}$。而白球有4个，故取到白球的概率为$\frac{4}{7}$。

这自然是极简单的情况，但它表明，利用公式（1－7）来讨论事件的概率，就是古典概型。为了进一步说明古典概型的运用，考虑较为复杂的情况。

【例1-5】 有n件产品，其中k件次品，今从中任取m件，恰有i件次品的概率为多少？

【解】 从n件产品中取m件，有C_n^m种取法。恰有i件次品的取法有$C_k^i \cdot C_{n-k}^{m-i}$种，依公式（1－7）可知，取出$m$件而恰有$i$件次品的概率为

$$P=\frac{C_k^i \cdot C_{n-k}^{m-i}}{C_n^m} \tag{1-8}$$

【例1-6】 有50只晶体管，已知其中有5只次品，若任取10只。恰有1只次品概率为多少？

【解】 由公式（1－8）可以计算

$$P=\frac{C_5^1 \cdot C_{45}^9}{C_{50}^{10}}=\frac{5!}{4!}\cdot\frac{45!}{36!9!}\cdot\frac{40!10!}{50!}=0.43$$

恰有1只次品的概率为0.43。

作为概率的定义，古典概型有很大的局限性，但对于导引概率的基本属性和运算法则，却有重要作用。

第四节 事件的运算与概率公式

在随机试验中，可以从多个角度研究试验对象。如从52张扑克牌中取2张牌，同花为事件A，异花为事件B，这是一种定义；同色为事件A，异色为事件B，这就是另一种定义；此外，还可按点数之和大于13还是小于13来划分等等。总之，随机事件的划分应根据试验的要求而无定规；但随机事件的运算性质却是认识事件之间关系的结果和进行事件概率研究的基础。

一、事件之间的关系及运算

和事件 事件A与事件B在试验中至少有一个出现而构成综合事件，称为A与B“和事件”，记作$A+B$，或$A\cup B$。以打靶为例，若事件A是指命中图1－1（a）中的小圆，事件B是指命中图1－1（b）中的大圆，而和事件$A+B$则为命中图1－1（c）中大圆和小圆所覆盖的全部面积。

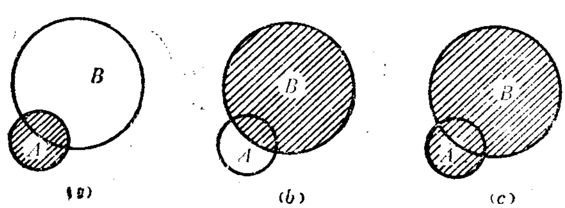

图 1－1 A事件、B事件与$A+B$事件

积事件 事件A与事件B在试验中同时出现而构成一个综合事件，称为A与B的“积事件”，记作AB，或$A\cap B$。若仍以打靶为例，事件AB则是指命中图1－2中A、B重叠的部

分。

根据上述定义，可以推论到多个事件的和与积。

若事件A_1、A_2，…A_n为n个不同的事件，则和事件（$A_1+A_2+\cdots+A_n=\sum_{i=1}^{n}A_i$）是指在试验中$A_1$，$A_2$，…$A_n$中至少有一个出现的综合事件；积事件($A_1\cdot A_2\cdots A_n=\prod_{i=1}^{n}A_i$）是指在试验中$A_1$，$A_2$，…$A_n$同时出现的综合事件。

互斥事件 事件A与事件B在试验中不可能同时出现，则称事件A与事件B为互斥（不相容）事件。打环形靶时，事件A是指打中10环，事件B是指打中6～9环，则事件A与事件B就不可能在一次试验中同时出现，称为互斥事件；也就是说，互斥事件A与B的积事件，是不可能事件，即

$$AB=\phi \tag{1-9}$$

互斥事件A与B，如图1－3所示。

逆事件 对于事件A，“A不出现”则称为A事件的逆事件，或对立事件，记作$\bar{A}$。显然，打靶时若规定A事件为“中靶”，$\bar{A}$事件必为“脱靶”。一次试验中，要么A出现，要么$\bar{A}$出现，二者必居其一，如图1-4。这时，A与$\bar{A}$的和事件是必然事件，即

$$A+\bar{A}=S \tag{1-10}$$

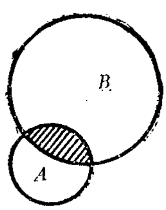

图 1－2 AB积事件

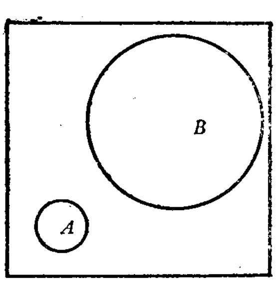

图 1－3 互斥事件

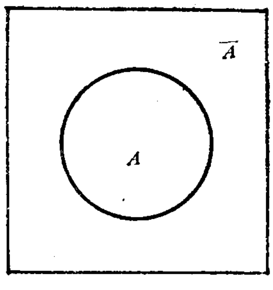

图 1－4 逆事件

二、和事件的概率公式

如图1－1所示，和事件$A+B$的概率不等于事件A与事件B的概率之和$P(A)+P(B)$，这是由于A与B同时出现（即两个圆的重部叠分）的情况，故和事件概率公式应为

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB) \tag{1-11}$$

若事件A与事件B互斥，则因$P(AB)=0$，公式（1-11）则为

$$P(A+B)=P(A)+P(B) \tag{1-12}$$

公式（1-12）说明了概率的可加性，因而可以推论到多个两两互斥的和事件的情况：若事件$A_1, A_2, \cdots A_n$两两互斥，则和事件的概率为

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i) \tag{1-13}$$

在上述条件下，若每次试验必有其中一个事件出现时，则称A_1，A_2，$\cdots A_n$为互斥事件完备集，其和事件概率公式为

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i)=1 \tag{1-14}$$

【例1-7】 某预制厂生产一批构件，尺寸不合格的概率$P(A)=1\%$，强度不合格的概率$P(B)=0.5\%$，尺寸和强度都不合格的概率$P(AB)=0.005\%$，那么，该厂生产的这一批构件的不合格率是多少？

【解】 因事件A（尺寸不合格）与事件B（强度不合格）至少有一个出现就造成不合格产品，所以，可按公式（1-11）计算

$$\begin{aligned} P(A+B) &= P(A)+P(B)-P(AB) \\ &= 0.01+0.005-0.00005=1.495\% \end{aligned}$$

若两种不合格情况不同时出现时，$P(AB)=0$，由于A与B互斥，这时

$$P(A+B)=P(A)+P(B)=1.5\%$$

三、积事件的概率公式

在试验中，当事件B出现的前提条件下讨论事件A出现的概率，称作条件概率，记作$P(A|B)$。若事件B出现n_B次，事件AB出现n_{AB}次，试验次数为n。显然可以给出

$$P(A|B)=\frac{n_{AB}}{n_B}=\frac{n_{AB}/n}{n_B/n}=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

当$P(B)\neq 0$，积事件AB的概率公式为

$$P(AB)=P(B)P(A|B), \tag{1-15}$$

或当$P(A)\neq 0$时，为

$$P(AB)=P(A)P(B|A) \tag{1-16}$$

以上由古典概型给出的结论，揭示了$P(A)$、$P(AB)$和$P(B|A)$之间的关系，这一公式又称为概率的乘法公式。

【例1-8】 一批产品100件，已知其中有次品10件，今从中连续抽出两件，全部都是正品的概率是多少？

【解】 第一次抽出一件是正品为事件A，

第二次抽出另一件是正品为事件B，

两次抽出均为正品则为事件AB。

若事件A的概率为$P(A)$；第二次抽出正品则是在事件A出现的前提下出现事件B，其概率应记为条件概率$P(B|A)$；两次均为正品的概率就是积事件AB的概率$P(AB)$。根据乘法公式（1-16）

$$\begin{aligned} P(AB) &= P(A)P(B|A) \\ &= \frac{90}{100}\cdot\frac{89}{99}=80.9\% \end{aligned}$$

由公式（1-16）可以推论多个事件之积的概率公式

$$P(A_1A_2\cdots\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1}) \quad (1-17)$$

【例1-9】 在例1-8条件下，连续抽出5件产品，全部都是正品的概率为多少？

【解】 根据公式（1-17）可知，全部都是正品的概率为

$$P(A_1A_2A_3A_4A_5)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)P(A_4|A_1A_2A_3)P(A_5|A_1A_2A_3A_4)$$

$$=\frac{90}{100}\cdot\frac{89}{99}\cdot\frac{88}{98}\cdot\frac{87}{97}\cdot\frac{86}{96}$$

$$=58\%$$

独立事件 在试验中，事件A的概率不受事件B出现与否的影响，有

$$P(A|B)=P(A) \quad (1-18)$$

则称事件A独立于事件B。

若事件A独立于事件B，则事件B也独立于事件A。即有$P(B|A)=P(B)$成立。对于相互独立的事件，积事件AB的概率

$$P(AB)=P(A)P(B) \quad (1-19)$$

相反，若二事件满足公式（1-19），则称为相互独立的事件。事件A与事件B相互独立，则$\bar{A}$与$\bar{B}$也相互独立。

【例1-10】 甲乙同射一靶，若甲射中的概率为0.8，乙射中的概率为0.6，靶被射中的概率如何？

【解】 令甲射中为事件A，$P(A)=0.8$

乙射中为事件B，$P(B)=0.6$

由题意知，A、B相互独立，可先按公式（1-19）计算

$$P(AB)=P(A)P(B)=0.8\times0.6=0.48$$

再按公式（1-11）计算中靶的概率

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.8+0.6-0.48=0.92$$

若按逆事件考虑，则

事件$\bar{A}$为甲未射中，　$P(\bar{A})=1-P(A)=0.2$

事件$\bar{B}$为乙未射中，　$P(\bar{B})=1-P(B)=0.4$

二人均未中靶则为事件$\bar{A}\bar{B}$，按公式（1-19），

$$P(\overline{AB})=P(\bar{A})P(\bar{B})=0.2\times0.4=0.08$$

所以，至少有一个人中靶的概率为$1-P(\overline{AB})=0.92$。

四、全概率公式

首先讨论一个实例。一批产品中有甲厂产品1/2，乙厂产品1/3，丙厂产品1/6。已知甲厂产品的次品率为2%，乙厂产品的次品率为3%，丙厂产品的次品率为5%，若从这批产品中任取一件产品，出现次品的概率是多少？

显然，取到的产品必为三个厂家生产的产品，若规定取到甲厂产品为B_1，则取到乙厂产品为B_2，取到丙厂为B_3，试验一次，B_1、B_2和B_3必有一个而且仅有一个出现，可见，B_1，B_2，B_3构成互斥事件完备集，有

$$P(B_1)+P(B_2)+P(B_3)=1$$