前　　言

在当前世界性能源紧张的情况下，电厂热力过程最优化具有十分重要的意义。特别是我国社会主义四个现代化建设，迫切需要提高管理水平和经济效益。能源工业中应用最优化技术与电子计算机，将会使能源的节约、开发和生产管理水平提高到一个新的高度。

本书是电厂热力过程最优化的入门书。编者力图反映这一领域内的最新成就。书中阐述的最优化技术不仅适用于热力过程，而且也广泛适用于其他领域。由于电厂热力过程的设计、施工、运行管理方面的最优化方法具有共同性，所以为节省篇幅，在内容安排上先阐明原理和方法，然后再介绍应用技术。

本书内容基本上由四个独立的部分组成。第一部分是第二章和第三章，阐述了线性规划的原理及其应用。第二部分是第四、五、六章，阐述了非线性规划及其应用。第七章介绍了新近发展起来的几何规划。第三部分是动态规划及其在电厂热力过程中的应用。

这三个部分没有多大的联系，读者完全可以在阅读第一章最优化问题概述之后直接学习第一部分、第二部分或第三部分。

为便于读者思考和提高解决实际问题的能力，书中例举了大量热力过程最优化的实际例子和习题。书末附有八个计算机程序，其中包括模型的拟订、线性规划、非线性规划和

动态规划等，以便读者解决生产实际问题时节约大量时间和精力。

本书曾在浙江大学热物理系、电机系使用多年。此次编写过程中，承南京工学院汪孟乐先生、西安交通大学瞿钰教授、浙江大学洪建吉教授提供了宝贵的意见。浙江大学数学系姚恩瑜同志详细审阅了原稿，范江、蒋裕伦同志协助调试了部分程序，西安机械学院章以强同志提供了热力系统资料，并承华北电力学院王加璇副教授主审。对此，作者深表谢意。

编　者于浙江大学

1983.12

目　　录

第一章　最优化问题概述

四十年代以前，主要用微分法、变分法等古典方法解决最优化问题。二次大战后出现了对解决最优化问题很有效的数学方法——数学规划。特别是电子计算机的发展和完善，计算技术的进步，使许多最优化方法得以实现。

火力发电厂在设计、施工、生产过程中存在着大量优化问题，如过程控制、计划管理、能源、资金和材料的节约、最优运行方式的选取等。这一章先介绍最优化问题的基本概念，最优化数学模型的一般格式、一般过程和最优化方法的分类。

1-1　基　本　概　念

一、最优化的含义

科学技术知识大体可分为两类——描述性的和规范性的。前者主要回答如何表现现象和过程的行为，现象是怎么产生的，过程是怎样进行的。后者主要回答如何使操作、运转效果更好，在一定的环境、技术条件和其他因素约束下，如何使生产过程的效果更好，如能耗最少、成本最低、可靠性最大、性能最好、重量最轻、风险最小和期望寿命最长，等等。这种寻求最优效果的内容和愿望，几乎渗透到生产过程的各个方面和各个领域。经过不断实践和提炼，产生了最优化的概念、理论和方法。数学规划就是这种优化理论。

广义地说，“最优化”的含义是从“可利用”的方案中选择最好的方案。其实，“可利用”一词本身就包含着在选择最好方案的过程中，受到“约束”的意思。如果在选择的过程中，相对地说没有受到任何条件的限制，就称为没有受到约束。例如，热力管道的热损失随绝缘厚度的增加而减少，随绝缘厚度的减小而增加；绝缘厚度的增加会使投资费用增加，绝缘厚度减小又会使投资费用减少。如果要求总的费用最小，从图1-1可以看出存在着一个最优的绝缘厚度，如图中A点的厚度。显然，这是一个无约束的优化问题，因为没有受到任何限制。

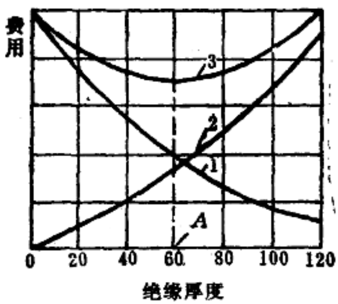

图 1-1　最优热绝缘厚度

汽轮机组热耗量一定时的最优背压问题，是有约束的优化问题。当循环水量增加时，背压降低，汽轮机输出功率增加，但循环水量增加又会使厂用电量增加。为了使汽轮机组净电能输出最多，应该确定最优背压。最优背压应该使汽轮机的发电量和循环水泵耗电量的差额最大。在这个问题中，因为循环水量受到水泵容量的限制，所以不能任意选择背压；即使水量不受限制，背压也要受到自然界温度和汽轮机极限真空的限制。这种带有条件的最优化问题，称为“有约

束”最优化。

二、最优化的一般过程

（1）我们讲“最优化”一词时，要强调是“系统的最优化”，就是说要把研究的对象看作是一个系统(System)。系统是由相互联系、相互依赖、相互制约、相互作用的事物和过程组成的具有特定功能和行为的整体。最优化，第一步就是要确定系统，通俗地说就是确定研究的范围。从系统的定义可知，这个范围选取得正确与否是非常关键的，否则会得出不正确的、甚至错误的结论。

系统无处不有，有小系统和大系统。一个部件、一个设备都可看作是系统，而它本身又可从属于更大的系统。

系统可以用一组基本参数表示，一旦基本参数确定，就单一地决定了系统的物理状态。这些参数可以是几何参数（结构参数）、热工参数或其它物理量。并非所有参数都是独立的。这些可独立变化的参数称为决策变量，以$\{X\}$记之。另一些参数是由独立变量决定的，称为状态变量，以$\{Y\}$记之。也有些参数是根据工艺要求、环境条件、使用和安装条件确定的，没有选择的余地，如发电厂的冷却水温度。这种变量以$\{X_0\}$记之。以后凡带大括弧的变量表示矩阵矢量。

任何系统总有它本身物理过程特性所决定的内部联系，这种内部联系就是确定基本参数之间相互关系的数学方程式。所以一旦决定了决策变量，状态变量也就随之决定了。如描述系统的基本参数为$\{Z\}$，则可表示为

$$\{Z\}=(\{X\},\ \{X_0\},\ \{Y\})$$

下面用几个例子来说明它们之间的关系。图 1-2 为工质的混合过程。令D_i、p_i、i_i分别表示工质的流量、压力和

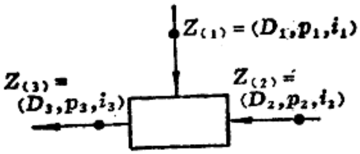

图 1-2　工质混合热力系统

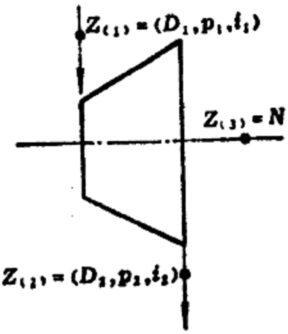

图 1-3　有能量变换的汽轮机系统

焓，则可写出如下方程式：

能量平衡方程　　$D_1i_1+D_2i_2-D_3i_3=0$

质量平衡方程　　$D_1+D_2-D_3=0$

压力平衡方程　　$p_3=$常数

共有 3 个平衡方程式，而系统的基本参数$\{Z\}=(\{Z_1\},\{Z_2\},\{Z_3\})=(D_1,p_1,i_1,D_3,p_3,i_3,D_2,p_2,i_2)$有 9 个，所以决策变量数等于 9 － 6 ＝ 3。只要决定 6 个决策变量，其它三个状态变量就可以从平衡方程组得到，例如

$$\{X\}=(\{Z_1\},\{Z_2\})$$

又例如图1-3所示的有能量转换的汽轮机系统（也可以是风机、泵、压气机）。工质概念扩大为载能质，则汽轮机轴载有功率N也是工质。所以系统的参数$\{Z\}$为

$$\{Z\}=(\{Z_1\},\{Z_2\},\{Z_3\})$$
$$=(D_1,p_1,i_1,D_2,p_2,i_2,N)$$

共有 7 个基本参数。而系统可写出 3 个方程式：

能量平衡方程　　$D_1i_1-D_2i_2-860N=0$

质量平衡方程　　$D_1-D_2=0$

焓降方程 $h_1 - h_2 = \Delta h(p_1, i_1, p_2, M)$

相对内效率η_{oi}是结构参数M的函数。讨论平衡方程式时，结构参数M已经确定。因此对有3个平衡方程式的系统来说，决策变量数等于 $7 - 3 = 4$，例如

$$\{X\} = (\{Z_1\}, p_2)$$

综上所述，系统的基本参数总大于描述它内部联系的数学方程式，所以这些方程组就有无穷多个解。正因为系统的这个特性，最优化研究就非常必要和有意义。

（2）最优化是通过模型化进行的，所以需要建立这一系统的数学模型。数学模型是一组方程式，它能说明系统的构成和行为，是表达系统实质的一种科学方法。建立最优化模型首先要明确系统的目标和要求，并且把这个目标定量地表现出来。同时还要分析达到这个目标所受到的有关约束和环境条件。约束则往往用等式或不等式表示。

最优化模型可以是一个已经实现的系统，或者是一个有待于实现的系统。前一种情况建立模型的目的是通过模型分析提高现有系统的性能，即选取最优的运行方式，或者说决定最优的决策变量。后一种情况是在还无实体系统供我们观察和试验之前，可以凭借模型求得系统的最优设计参数，从而得到一个最优的设计方案。

（3）一般说，最优化数学模型不是常规数学所能解决的，要应用数学规划方法并借助于电子计算机来求解。

综上所述，最优化实际上包括确定系统、建立模型和模型求解三个步骤。在明确目标的前提下，分析系统的功能、约束条件和环境，抓住系统的关键问题，然后通过计算机进行分析，以求得最优方案。这种有步骤的探索和分析的优化过程，称为系统分析。系统分析方法的应用有可能导致某些

技术问题、甚至某些学科的重大突破，为四个现代化创造出极大的物质财富。

应该强调，解决最优化问题可以是计算机在线控制，也可以是离线的。许多物理过程、生产管理中的优化问题就是离线进行的，简单的优化甚至可用手算。

三、生产过程的物理模型、目标函数和约束

（一）生产过程物理模型

从最优化的观点出发，要求有能反映决策变量变化时系统响应的数学表达式。换言之，必须指出决策变量的效果如何。为此，就要对生产过程的物理模型用数学方法加以描写。在拟订生产过程的物理模型时，灵活地应用物理、化学定律是很重要的。生产过程的物理模型可能很不精确，有时甚至为了拟订和论证需要预测和推想。最优化问题一方面和模型的精度有关；另一方面也要注意到花费很多精力去建立复杂的模型，不一定会比简单模型得到更好的效果。

在最优化问题中，生产过程物理模型的任务是建立决策变量和状态变量之间的关系。应当理解到最优化是目标函数的最优化，而不是生产过程模型本身。目标函数和约束条件经常都是决策变量和状态变量的函数。最方便的生产过程物理模型，是每一个状态变量用决策变量的函数来表达，形式如

$$Y_j = f_j(x_i) \tag{1-1}$$

式中 Y_j——状态变量（$j=1, 2, \cdots, m$）；

x_i——决策变量（$i=1, 2, \cdots, n$）。

线性代数模型，是生产过程物理模型中最简单和最方便的一种型式，它不难用回归方法求得。由于曲线可分段线性化，所以线性模型在一定意义上是具有普遍性的。经验指

出，研究非线性过程时，二阶多元形式的生产过程物理模型可以得到很好的效果。

对于规律性不好的物理过程很难用数学描写时，可用搜索法，也可以直接用实验方法使目标函数最优化。从某种意义上讲，生产过程物理模型不是绝对不可缺少的。

（二）目标函数

技术管理上总希望用一数学式定量地评价生产过程的优劣程度，这种数学式称为目标函数。当目标函数以决策变量和状态变量表达时，为

$$Z=F(y_1, y_2, \cdots, y_m; x_1, x_2, \cdots, x_n) \quad (1\text{-}2)$$

通常，目标函数只用决策变量表示

$$Z=F(x_1, x_2, \cdots, x_n) \quad (1\text{-}3)$$

要使目标函数达到最大，以Max Z表示；要使目标函数达到最小，则以Min Z表示。

目标函数是物理过程结果的数学表达式，有时也称为准则函数或质量指标。拟订目标函数和寻找它的极大值或极小值，是最优化问题的核心。目标函数通常表示的不是物理量，而是质量、数量、时间、价值等。常用目标函数形式举例如下：

并列运行机组负荷最优化分配的目标函数，是各并列运行机组的总煤耗量T为最小，其形式是

$$\text{Min} \quad T=\sum_{i}^{n} T_i(N_i) \quad (i=1, 2, \cdots, n)$$

$T_i(N_i)$是第 i 台机组输出功率为N_i时的燃料消耗量。

这种形式的目标函数在火电厂应用很多，例如最优煤粉细度。煤粉细度增加会使磨煤机耗电量q_m增加，但同时也会使机械未完全燃烧损失q_4和化学未完全燃烧损失q_3减少，最

优化的目标函数为

$$\text{Min} \quad F(q_3+q_4+q_m)$$

单元制锅炉燃烧经济性的最重要因素，是选择最优空气量。影响最优空气量的因素很复杂，如化学未完全燃烧损失为q_3，排烟损失为q_2，送引风耗电为q_h，机械未完全燃烧损失为q_4，则最优过剩空气系数α_t的目标函数为

$$\text{Min} \quad F(q_2+q_3+q_4+q_h)$$

（三）约束

对决策变量和状态变量的变化范围加以限制，或是规定它们之间的相互关系称为约束。在最优化问题中，约束是经常出现的。在一定意义上可以认为，对决策变量和状态变量的约束是生产过程物理模型的推广。

对决策变量最简单的约束，是规定它变化的上限和下限。在最优化过程中，约束是不可违反的，否则就会得出不好的、甚至毫无意义的结论。

静态最优化问题有两种形式的约束：

（1）代数等式约束的形式为：

$$s.t. \quad h_j(x_1, x_2, \cdots, x_n)=0 \quad (j=1, 2, \cdots, p<n) \tag{1-4}$$

以式（1-4）表示的约束说明变量x_1，x_2，…，x_n之间存在一个或多个函数关系式。显然，每一个这种函数关系减少了可以独立变化参数的数量。*s.t.*是*subject to*的缩写，意思是受约束于…。

（2）代数不等式约束可用式（1-5）和式(1-6)表示：

$$s.t. \quad g_i(x_1, x_2, \cdots, x_n)\geqslant 0 \tag{1-5}$$

$$g_i(x_1, x_2, \cdots, x_n)\leqslant 0 \tag{1-6}$$

代数不等式是对决策变量的极限加以限制，阀门行程的

上、下限是这种约束最简单的例子。一般等式容易运算，所以利用一个正的辅助变量Z使不等式变为等式，这个正的辅助变量称为松弛变量，则式（1-5）和式（1-6）变为

$$s.t.\quad g_i(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)-Z_p=0 \tag{1-7}$$

$$或s.t.\quad g_i(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)+Z_p=0 \tag{1-8}$$

满足所有约束的一个方案，数学上称为一个可行点，所有可行点的集合称为可行域。由于每一种最优化方案必须满足约束条件，因此我们也只限于在可行域内搜索最优方案。

1-2 过程优化的数学表达式

数学模型一般是一个数学方程组。为了使求解简单和节约计算机的机器时间，或可能对实体系统的某些环节还缺乏了解，所以在不同程度上要对数学模型进行简化和近似。任何数学模型的功能，都取决于它能以多大的一致程度提供对实体系统的了解。因此建立数学模型时，进行简化和近似必须与模型的目标不自相矛盾，使其结果能达到必要的精确性。经过证实的数学模型就成为科学理论，可以普遍地说明实体系统的行为。

生产过程优化的数学模型是对实际生产过程的抽象。在明确决策变量、约束条件、目标函数的一些概念之后，可以写出优化问题的一般数学表达式。

研究的系统有n个决策变量，表示为

$$\{X\}=(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)^T \quad \{x\}\in R^n●$$

在满足

● R^n表示只涉及实数运算的线性空间。

$$g_i(\{X\})=g_i(x_1,x_2,\cdots,x_n)\leqslant 0 \quad (i=1,2,\cdots,m)$$
$$h_j(\{X\})=h_j(x_1,x_2,\cdots,x_n)=0 \quad (j=1,2,\cdots,p<n)$$

的约束条件下，求目标函数

$$F(\{X\})=F(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)$$

的最小值，简记为：

$$\begin{aligned} &\text{Min} \quad F(\{X\}) \qquad \{X\}\in R^n \\ &s.t. \quad \begin{cases} g_i(\{X\})\leqslant 0 \quad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ m) \\ h_j(\{X\})=0 \quad (j=1,\ 2,\ \cdots,\ p,\ p<n) \end{cases} \end{aligned} \tag{1-9}$$

在式（1-9）表达的优化数学模型中，若目标函数是决策变量的线性函数，且约束条件是决策变量的线性等式或不等式，则称为线性规划问题。用线性规划模型来描述的生产过程，称为线性对象。如果目标函数 $F(\{X\})$、约束条件 $g_i(\{X\})$ 和 $h_j(\{X\})$ 中有一个或几个是 $\{X\}$ 的非线性函数，则称为非线性规划问题。用非线性规划模型来描述的生产过程称为非线性对象。若 $m=p=0$，则问题为

$$\text{Min} \quad F(\{X\}) \quad \{X\}\in R^n$$

称为无约束优化问题。发电厂生产过程中有无约束的优化问题，也有有约束的优化问题。对于无约束优化问题的研究，不仅实践上需要，而且为有约束问题提供了一个解题的基础。因为往往把有约束问题转变为无约束问题来求解，并且能使用一些有效的无约束最优化程序。

此外，根据数学模型中目标函数约束条件和决策变量的不同性质和特点，还可以分为整数规划、几何规划和动态规划等。

【例 1-1】 求单层热绝缘的最经济绝缘厚度。参看图 1-4，单位长度、单层热绝缘圆管的热损失的计算式为

$$q_l=\frac{t_1-t_2}{\frac{1}{\pi d_0\alpha_1}+\frac{1}{2\pi\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\pi d_2\alpha_2}} \tag{1-10}$$

管内流体为饱和蒸汽时，α_1数值很高，可简化为

$$q_l=\frac{\pi(t_1-t_2)}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\alpha_2 d_2}}$$

式中 t_1——管内流体温度；

t_2——周围介质温度；

d_0——管的内径；

d_1——管的外径和热绝缘内径；

d_2——热绝缘的外直径；

α_1——管内流体到管壁的放热系数；

α_2——热绝缘外表面到周围介质的放热系数；

q_l——单位长度管道热损失。

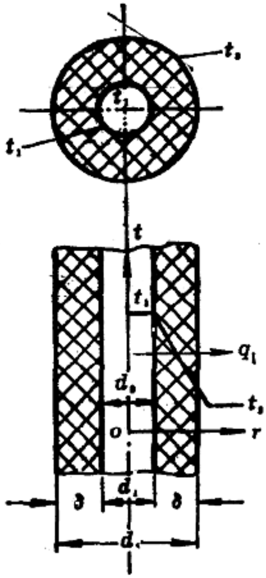

图 1-4 单层热绝缘的管道热损失

最经济的热绝缘厚度应该使全年运行费用Y最小。全年的运行费用应为全年热损失价值bQ和每年偿还的投资ps之和。

$$Y=bQ+ps$$
$$=\frac{\pi mb(t_1-t_2)\times10^{-6}}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\alpha_2 d_2}}+p\frac{\pi}{4}(d_2^2-d_1^2)\gamma a\times10^{-6}$$

式中　Q——单位长度圆管全年热损失；

m——全年运行小时数，可取$m=8760$；

b——每百万大卡（4187MJ）热损失的价值；

s——单位长度管道的初置费用；

p——热绝缘初置费用每年所应偿还的百分数，一般为12～15%；

γ——热绝缘材料密度；

a——热绝缘材料价格。

显然，这是个无约束优化问题，可以用Y对d_2微分并使导数等于零，就得到单层热绝缘最经济厚度的数学模型为

$$d_2^* \ln\frac{d_2^*}{d_1}=\sqrt{\frac{mb(t_1-t_2)\lambda}{250pa\gamma}}\times\sqrt{1-\frac{2\lambda}{\alpha_2 d_2^*}}-\frac{2\lambda}{\alpha_2}$$

式中符号意义同上。求解d_2^*（＊号表示最优）必须采用试算法，由此可见常规的微分法已显得困难。

【例 1-2】 求多层复合热绝缘的最优化。现以两层为例，参看图1-5。

要确定两层热绝缘的最经济厚度，即确定直径d_2和d_3，是一个二维有约束的最优化问题。

取决策变量为：

$$\{X\}=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$$

最优化模型为：

Min

$$Y=\frac{10^{-6}\pi mb(t_1-t_2)}{\frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{2\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}+\frac{1}{\alpha_2 d_3}}$$
$$+\frac{p\pi}{4\times10^3}[(d_2^2-d_1^2)\gamma_1 a_1+(d_3^2-d_2^2)\gamma_2 a_2]$$

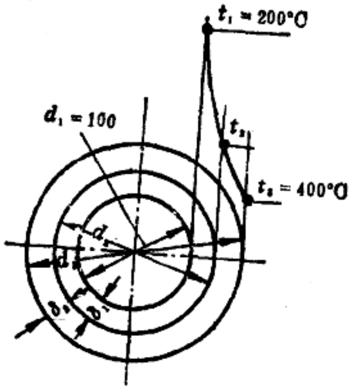

图 1-5 两层热绝缘的断面

d_2—第一层热绝缘的外直径；d_3—第二层热绝缘的外直径；λ_1—第一层热绝缘的导热系数；λ_2—第二层热绝缘的导热系数；γ_1—第一层热绝缘密度；γ_2—第二层热绝缘密度；t_2—第一层热绝缘的外表温度；t_3—第二层热绝缘的内表面温度。其它符号与[例1-1]同

$$
\begin{aligned}
s.t. \quad & g_1(\{X\})=d_2-d_1\geqslant 0 \\
& g_2(\{X\})=d_3-d_2\geqslant 0
\end{aligned}
$$

$$
\frac{2\pi(t_1-t_3)}{\dfrac{1}{2\lambda_1}\ln\dfrac{d_2}{d_1}+\dfrac{1}{2\lambda_2}\ln\dfrac{d_3}{d_2}+\dfrac{1}{\alpha_3 d_3}}=90
$$

常数90是根据技术要求限定的热损失。或归结为

$$
\begin{aligned}
\text{Min} \quad & Y(\{X\}) \quad \{X\}\in R^n \\
s.t. \quad & g_i(\{X\})\geqslant 0 \quad (i=1,2) \\
& h_j(\{X\})\geqslant 0 \quad (j=1)
\end{aligned}
$$

这是一个二维的有约束的非线性规划问题。

1-3 数学规划最优化方法分类

过去选择最优参数或决定最优的决策变量常用“网格”