

工程力学

下册

陈志刚 田景伦 编



重庆大学出版社

工程力学

下 册

11/034

陈志刚 田景伦 编

重庆大学出版社

内 容 提 要

本书是作者根据多年的教学实践经验,专为高等工科院校中少学时类(120~160学时)工程力学教学而编写的。全书分为上、下册,上册为理论力学,内容包括静力学、运动学、动力学共十五章;下册为材料力学,内容包括拉压、剪切、扭转、弯曲、应力状态、组合变形、压杆稳定和动荷载等,共十三章。全书内容安排合理,理论概念阐述清楚,文字简明扼要,既节约篇幅,又便于读者自学。

本书适用于普通高等教育和成人高等教育的土建、水利等类专业的教学、也可供近机类、管理类专业使用。

工 程 力 学

下册

陈志刚 田景伦 编

责任编辑 彭 宁

*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

重庆电力印刷厂印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:15 字数:374千

1997年9月第1版 1999年2月第2次印刷

印数:4001-7000

ISBN 7-5624-1539-0/TB·13 定价:13.50元

前 言

本教材为高等工科院校讲授中少学时工程力学课程而编写,全书分为两册,上册为理论力学部分,下册为材料力学部分。

在本教材编写过程中,力求贯彻高等工科院校工程力学课程教学基本内容,并考虑到当前教材体制改革的要求及教学计划修订等因素,使其具有较广泛的适应性,可供 120~160 学时选用(其中下册 60~80 学时)。全书内容覆盖面宽,章节安排合理,理论概念阐述清楚,表达方式简明易懂。某些深宽内容,用“*”号表示,专科可不作要求。

本书上册由重庆交通学院翟武权统稿,下册由陈志刚统稿,全书由吴恒立教授主审。

本书上册中第一、二、三、四、六章由刘敬莹编写;绪论及第七、八、九、十章由翟武权编写;第十一、十二、十三、十四章由许羿编写;第五章由李晓红编写;第十五章由蒋晓梅编写。下册中第一、二、三、四、十一、十二、十三章由陈志刚编写;第五、六、七、八、九、十章由田景伦编写。

限于水平和经验,对于书中的缺点和错误,衷心期望各位读者批评指正。

编 者

1995 年 11 月

目 录

第一章 绪 论	1
§ 1-1 材料力学的任务	1
§ 1-2 关于构件材料性质的假设	1
§ 1-3 外力、内力及截面法	2
§ 1-4 杆件变形的基本形式	4
第二章 轴向拉伸和压缩	6
§ 2-1 轴向拉伸和压缩实例	6
§ 2-2 轴向拉、压杆的内力	7
§ 2-3 轴向拉、压杆的应力	8
§ 2-4 拉、压杆的强度计算	11
§ 2-5 拉、压杆的变形 虎克定律	13
§ 2-6 材料在拉伸和压缩时的力学性质	17
习题	23
第三章 剪切和挤压的实用计算	29
§ 3-1 连接与连接件	29
§ 3-2 受剪构件强度的实用计算	29
§ 3-3 受挤压构件的强度计算	30
习题	33
第四章 圆轴扭转	36
§ 4-1 扭转的概念和实例	36
§ 4-2 受扭圆杆横截面上的内力	36
§ 4-3 受扭圆杆的应力和变形	39
§ 4-4 圆杆受扭时的强度及刚度计算	45
习题	49
第五章 平面图形的几何性质	52
§ 5-1 面积矩和形心位置	52
§ 5-2 惯性矩及平行移轴公式	54
§ 5-3 惯性积、主惯性轴及主惯性矩	56
习题	58
第六章 弯曲内力	60
§ 6-1 平面弯曲的概念	60
§ 6-2 梁的计算简图及其分类	61
§ 6-3 梁的内力——剪力和弯矩	63
§ 6-4 剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图	68

§ 6-5	弯矩、剪力与分布荷载集度间的关系及其应用	73
§ 6-6	按叠加原理作弯矩图	79
	习题	80
第七章	弯曲应力	84
§ 7-1	引言	84
§ 7-2	梁在弯曲时的正应力	84
§ 7-3	梁的正应力强度计算	89
§ 7-4	弯曲剪应力	94
§ 7-5	弯曲剪应力的强度计算	98
§ 7-6	减小梁的工作应力的途径	99
§ 7-7	弯曲中心的概念	102
	习题	103
第八章	弯曲变形	108
§ 8-1	弯曲变形的概念	108
§ 8-2	梁的挠曲线近似微分方程	109
§ 8-3	挠曲线微分方程的积分	110
§ 8-4	用叠加法求梁的变形	115
§ 8-5	梁的刚度校核 提高梁弯曲刚度的措施	119
	习题	122
第九章	应力状态和强度理论	125
§ 9-1	应力状态的概念	125
§ 9-2	平面应力状态下的应力分析	127
§ 9-3	梁的主应力迹线	133
§ 9-4	三向应力状态下的应力圆 最大剪应力	135
§ 9-5	广义虎克定律 体积应变	136
§ 9-6	复杂应力状态下的比能	138
§ 9-7	强度理论的概念	139
§ 9-8	四个基本的强度理论	140
	习题	146
第十章	能量法	150
§ 10-1	概述	150
§ 10-2	杆件变形能的计算	150
§ 10-3	莫尔定理	155
§ 10-4	图乘法	159
§ 10-5	简单超静定结构	162
	习题	170
第十一章	组合变形	176
§ 11-1	组合变形的概念	176
§ 11-2	斜弯曲	177

§ 11-3 压缩(拉伸)与弯曲的组合变形	182
§ 11-4 扭转与弯曲的组合变形	192
§ 11-5 组合变形的一般情况	195
习题	196
第十二章 压杆稳定	201
§ 12-1 压杆稳定的概念	201
§ 12-2 细长杆的临界力	202
§ 12-3 欧拉公式的适用范围 临界应力	205
§ 12-4 压杆的稳定条件及其应用	208
习题	212
第十三章 动荷载	215
§ 13-1 动荷载概念	215
§ 13-2 等加速运动杆的应力	215
§ 13-3 构件作等速转动时的应力	217
§ 13-4 构件受冲击荷载作用时的应力	218
§ 13-5 交变应力及疲劳破坏	223
习题	226

第一章 绪 论

§ 1-1 材料力学的任务

结构物或机械在工作中都要承受一定的外力作用。例如房屋承受风、雨、雪的作用，桥梁承受车辆的作用等。如果外力超过了某一限度，结构就会发生破坏。为了保证结构能够安全正常地工作，结构的各个组成部分即构件必须满足三个方面的要求：

1. 构件在工作期间不允许发生断裂破坏，必须具有足够的抵抗破坏的能力，即具有足够的“强度”。

2. 构件在使用时，虽不致发生断裂破坏，但若产生过大的变形，也不能正常地工作。如桥梁若弯曲变形过大，车辆便不能平稳地通过。因此，构件在受外力作用后的变形不能过大，必须具有足够的抵抗变形的能力，即构件应具有一定的“刚度”。

3. 构件应具有足够的“稳定性”。在外力作用下，有的构件可能出现不能保持原有的平衡状态的现象。如细长受压直杆，当压力逐渐增大到某一值时，杆件就会突然从原有的直线形状变为曲线形状。此时，杆件完全失去了承受外力的能力。这种现象称为丧失稳定性或失稳。所谓稳定性，指构件在外力作用下，保持其原有的平衡状态的能力。

一般说来，受外力作用的构件应同时满足强度、刚度、稳定性三个方面的要求，才能安全正常地工作，但对某一具体的构件来说，往往只需考虑其中某一方面的要求，当这一主要方面的要求满足了，其它两个方面的要求就会自动地得到满足。

当构件满足了强度、刚度、稳定性的要求时，有时统称满足了安全要求。一般说来，只要为构件选用较好的材料和较大的几何尺寸，安全总是可以保证的。但这样就会多用材料，造成人力、物力和财力上的浪费，不符合经济的原则。显然，过分地强调安全可能会造成浪费，而片面地追求经济也可能使结构不安全。这样，安全与经济便形成了一对矛盾。材料力学正是根据构件的受力情况及使用要求，为构件选取适用的材料，确定合理的截面形状及尺寸，使其既能安全工作，正常使用，同时又经济适用。合理地解决安全与经济的矛盾。这就是材料力学的任务。

§ 1-2 关于构件材料性质的假设

构件材料在受外力作用后，会产生一定的变形，发生形状或几何尺寸的改变。这些变形，有的可以直接观察到，有的则需通过仪器才能测到。这一点与理论力学中的情况不同，在理论力学中，把物体看作刚体，物体受力后不发生变形，这是因为在研究物体的机械运动时，可以不考虑物体本身的微小变形，或物体本身的微小变形对物体的机械运动的影响是极为次要的因素，可略去不计。在材料力学中，研究的是构件受外力作用后的强度、刚度和稳定性，这些问题的研究都需要与构件在外力作用下的变形相联系，构件材料的变形性质就成为不可忽略的重要因素。因此，在材料力学中，物体不再被看作刚体，而作为可变形的固体来考虑。

为了简化研究工作,材料力学中对变形固体材料的性质作了以下的抽象和概括,亦称假设。

1. 连续性假设认为构件材料内部连续密实地充满着物质,没有空隙和裂缝。

2. 均匀性假设认为构件材料的性质各处都是完全相同的。

3. 各向同性假设认为构件材料沿各个方向具有完全相同的力学性质。各个方向具有相同力学性质的材料称为各向同性材料。如常用工程材料钢、塑料、玻璃及浇筑得很好的混凝土等。材料沿不同方向具有不同的力学性质,则称为各向异性材料。材料力学主要研究各向同性材料。

此外,还应指出,工程中的大多数构件,在外力作用下产生的变形,与构件自身的尺寸相比,常是很微小的,称为“小变形”。由于变形很小,在研究构件的平衡、运动等问题时,就可采用构件变形前的原始尺寸进行计算。在计算中,变形的高次方项也可略去不计。

§ 1-3 外力、内力及截面法

一、外力

外力是结构所承受的其它物体对结构的作用力。包括结构由于任务所承受的荷载、结构的自重,以及由此引起的结构的支座反力等都是外力。

按照外力作用在结构上的部位的不同,可分为:

1. 体积力。它分布作用在物体的整个体积内。如物体本身的重量;运动物体的惯性力等都是体积力。它的计算单位是每单位立方体积上力的大小。如 N/m^3 或 kN/m^3 。

2. 表面力。分布作用于物体表面上的力。可分为分布力和集中力。

(1) 分布力。连续作用于物体表面一定面积或长度上的力。如桥梁所受风压力,桥墩所受水的冲击力,水坝坝面上所受的水压力等都是分布力。分布力的计算单位用单位面积上力的大小;如 N/m^2 、 kN/m^2 ,或每单位长度上力的大小。如 N/m 、 kN/m 。

(2) 集中力。若外力的分布面积远小于构件的尺寸,可看作是集中作用在一“点”上,称集中力。如汽车车轮作用在桥梁上的压力;梁桥通过支座传到桥墩上的压力等都是集中力。集中力的计算单位是力的大小。如 N 、 kN 。

荷载是结构由于任务需要负荷的外力。按照作用时间的久暂可分为永久荷载和暂时荷载。永久荷载是作用在结构的全部工作时间内的荷载。如挡土墙所受的土压力。暂时荷载是只在一定时间内作用在结构上的荷载。如结构所受的风、雪压力等。

按照荷载作用的性质可分为静荷载和动荷载。静荷载是慢慢地加到结构上的荷载。它的数值由零逐渐地增加到终值以后就不再发生改变,加载时,构件不产生加速度或产生的加速度极小可略去不计。动荷载是加载时,使构件产生显著的加速度,或荷载的大小、方向随时间的改变而不断变化的荷载。

二、内力

内力是指构件本身一部分与另一部分之间的相互作用。由物理学我们知道,物体中各质点间存在着相互吸引或排斥的分子力,在没有外力作用的情况下,这些分子力处于平衡状态,使

得各质点间保持一定的相对位置,从而使物体维持其一定的形状。由此可见,一个完全不受外力作用的物体也是具有内力的。在物体受到外力作用后,物体内部各质点间的相对位置就要发生改变,这时,物体的内力也要发生改变。因外力作用后引起物体的内力改变量,反映了外力作用的效果。由于材料力学研究的是构件的外力作用下的变形和破坏的规律,它所讨论的问题只涉及内力的改变量。因此,材料力学把构件不受外力作用时的内力看作零,而把外力作用后引起的内力改变量称为内力。

三、截面法

为了计算构件中的内力,可假想地用一平面将构件在需要求内力的截面处“切开”,使构件分为两部分,这样就可以把构件两部分在“切开”处相互作用的内力以外力的形式显示出来,然后用静力平衡条件求出构件“切开”处截面上的内力。这种方法,称为截面法。其过程可归纳为三个步骤:

- (1) 假想地用一平面将构件在需求内力的截面处“切开”;
- (2) 在被“切开”构件的两部分中,任取一部分为脱离体,去掉另一部分,并在“切开”截面上用内力代替去掉部分对脱离体部分的作用;
- (3) 因整个构件处于平衡状态,其任一脱离体部分也必然处于平衡状态,故列出脱离体部分的静力学平衡方程。即可求出构件在需求内力截面上的内力。

四、应力的概念

要了解构件在外力作用下的强度,不但要知道当外力达到一定数值时构件可能在哪个截面上破坏,而且还要知道在该截面上的哪一点开始破坏。故仅仅知道构件截面上的内力是不够的,还必须知道截面上各点处的内力分布情况,故引入有关应力的概念。

在内力分布的截面上围绕一点 D 取出一微小面积 ΔA (图 1-1),因假设构件是连续均匀的变形体,故内力在截面上是连续分布的,在此微小面积 ΔA 上也会作用着截面上的总内力的一部分 ΔP ,我们把 ΔP 对 ΔA 的比值,称为在微小面积 ΔA 上的平均应力,即

$$p_{\text{平均}} = \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

为了消除 ΔA 的影响,可令 ΔA 逐渐向 D 点缩小,取极限,则得到点 D 处的应力

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA}$$

这样,应力就表示着内力的集度;在实用上也常把应力当成作用在单位面积上的内力。应力的量纲是[力]/[长度]²,国际单位为 Pa(N/m²),称为帕斯卡(Pascal);或 MPa(10⁶ · N/m²)。

将 ΔP 分解为垂直于截面的法向分力 ΔN 和平行于截面的切向分力 ΔT ,分别求得与微小面积 ΔA 的比值的极限,有

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} \quad \tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta A}$$

称 p 为截面上 D 点处的总应力, σ 为 D 点处的正应力, τ 为 D 点处的剪应力。将总应力用正应

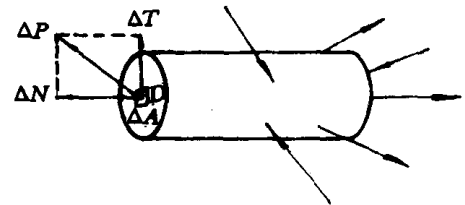


图 1-1

力和剪应力两个分量来表达是有其物理意义的,因为它们与材料的两类破坏现象相对应。

应该注意到,通过任意给定的一点可以取无数个截面,故一点处的应力与通过该点所取的截面的方向有关。在描述给定点处的应力时,不仅要说明其大小、方向,而且要说明其所在的截面。

五、单元体

材料力学中常需研究构件中一点处的应力和变形情况,此时,可围绕该点取一微小的正六面体(图 1-2)来研究,这个正六面体叫做该点的单元体。一个单元体代表构件中的一个点。单元体上的应力和变形即表示构件中该点处的应力和变形。

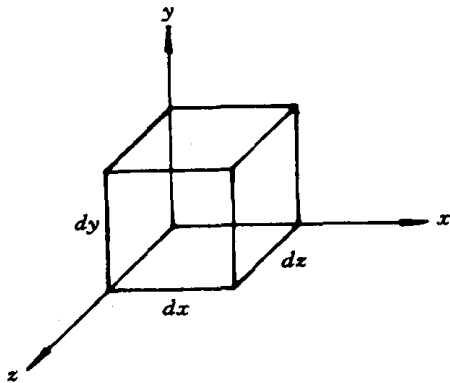


图 1-2

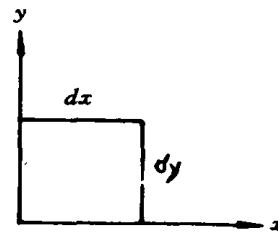


图 1-3

由于单元体极小,两平行平面相距甚近,其上的应力变化甚微,故可认为两平行平面上的应力是相等的。如果有一对平行平面上的应力为零,这样的单元体可用平行于该对平行平面的平面图形来表示(图 1-3)。

§ 1-4 杆件变形的基本形式

一、构件的分类

工程中的构件是多种多样的,但根据它们的几何特征可分为下列几类:

1. 杆件。在构件的长、宽、高三维尺寸中,凡是长度远大于其它两个横向尺寸的构件称为杆件。垂直于杆件长度方向的截面称横截面;横截面几何中心的连线,叫做杆件的轴线。轴线为直线的杆件称直杆;轴线是曲线的杆叫做曲杆。各横截面尺寸不变的杆称等截面杆;各横截面尺寸是变化的杆称为变截面杆。

2. 板壳。如果构件的厚度远小于其它两个方向的尺寸,呈平面形状的称为板,呈曲面形状的叫壳。

3. 块体。长宽高属同一量级的构件称为块体。

4. 薄壁杆。长宽高尺寸都相差很大,均不属同一量级的构件称为薄壁截面杆。材料力学将主要研究等截面直杆。

二、杆件变形的基本形式

杆件受力后产生的变形是比较复杂的,但分解开来看,基本的变形形式却只有几种:

1. 轴向拉伸、轴向压缩

当杆件所受合外力与杆件轴线重合时,杆件发生沿轴线方向的变形,当外力为拉力时,产生伸长变形,当外力为压力时,产生缩短变形。

2. 剪切

杆件受一对大小相等、方向相反、作用线相距很近的力作用,杆件受剪的两部分沿外力作用方向发生错动。

3. 扭转

一对大小相等、转向相反的外力偶作用在垂直于杆轴线的两平面内,在此两平面之间的任意两个横截面发生绕轴线的相对转动。

4. 弯曲

由于垂直于杆轴的横向力作用,或在杆轴平面内受一对转向相反的外力偶作用,杆轴由直线变为曲线。

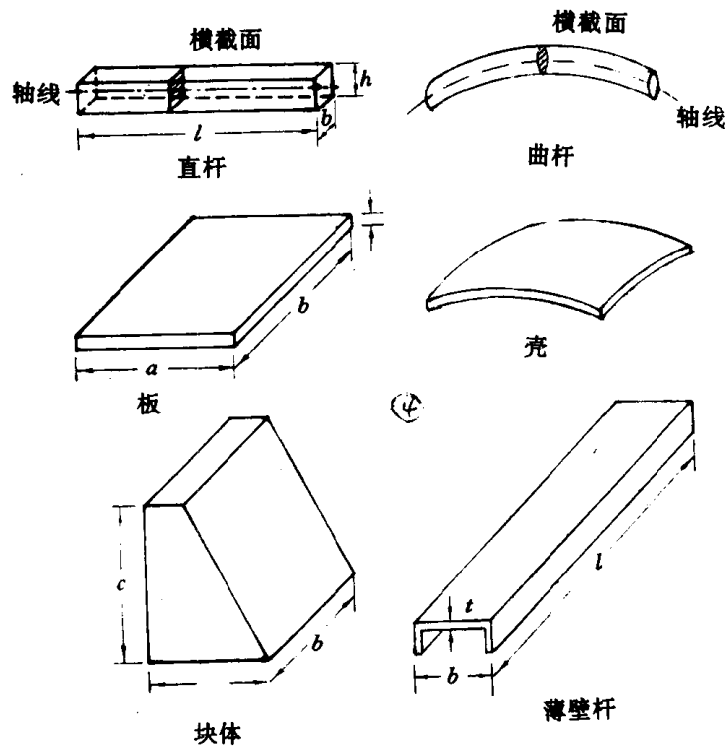


图 1-4 构件

第二章 轴向拉伸和压缩

§ 2-1 轴向拉伸和压缩实例

在工程结构及机械构件中,承受轴向拉伸和压缩的杆件应用十分普遍。如钢木组合桁架的竖杆、斜杆和上、下弦杆图 2-1(a);简易摇臂起重机的摇臂和拉索图 2-1(b),连结两个工件的紧固螺栓图 2-1(c);吊桥的吊杆图 2-1(d);拱桥的立柱图 2-1(e)等。

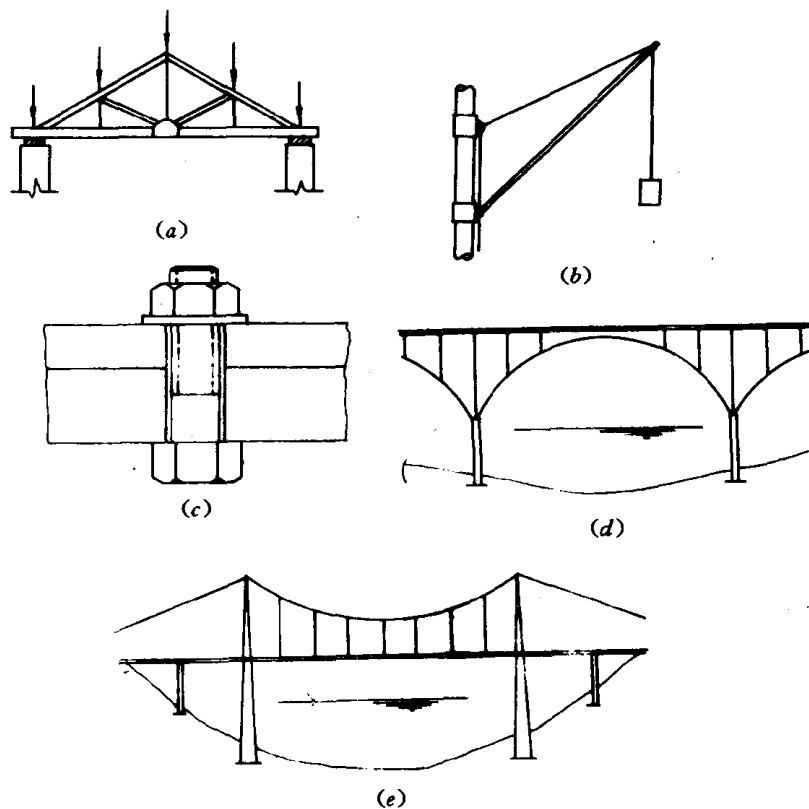


图 2-1

上列各杆件的共同特点是:杆件所受合外力为一对大小相等、方向相反、作用线与杆轴重合的力作用,杆件发生沿杆轴线方向的伸长或缩短变形。它们的受力和变形可简化为图 2-2 所示,(a)所示为一对拉力作用,产生伸长变形,这类杆件称轴向受拉杆;(b)为一对压力作用下,杆件产生缩短变形,为轴向受压杆。

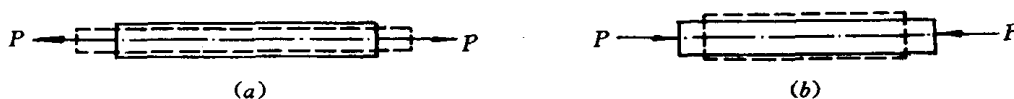


图 2-2

轴向拉伸与压缩是受力构件中一种最简单、最基本的变形形式。下面就从这一最简单的情

况开始,然后逐步深入到较复杂的问题。

§ 2-2 轴向拉、压杆的内力

一、轴力

等直杆受拉力 P 作用如图 2-3(a) 所示。为了求得杆中的内力,我们采用前面提到的截面法:

(1) 用一假想的平面 $m-m$ 在杆件需要计算内力的截面 1-1 截面处切开,将杆件分为 I、II 两部分如图 2-3(b) 所示;

(2) 取 I、II 部分中的任一部分(I 部分)为脱离体,去掉另一部分(II 部分),用力 N 代替去掉部分(II 部分)对保留部分(I 部分)的作用如图 2-3(c);

(3) 对取出的脱离体部分(I 部分)建立静力平衡方程式,沿杆轴线 x 方向的投影的代数和为零,即

$$\sum x = 0 \quad N - P = 0$$

求得内力 $N = P$

同样,若以部分 II 为脱离体图 2-3(d),也可求得部分 I 对部分 II 的作用力,即内力 $N = P$ 。

这与部分 I 作用在部分 II 的内力等值反向,它们互为作用力和反作用力。由于内力 N 的作用线与杆轴线重合,故称为轴力。轴力的量纲为[力],在国际单位制中,常用单位为牛顿或千牛顿,用字母 N 或 kN 表示。

为了便于区别拉力与压力,我们规定:轴力的方向背离所作用的截面时为正号;轴力的方向指向所作用的截面时为负号。正号的轴力为拉力,负号的轴力为压力。

应该指出,在取出脱离体的切开截面上假设内力的方向时,一般按正号内力假设,然后由静力平衡条件求出轴力 N 若为正值,说明该截面上的轴力方向是正确的,是拉力;若为负值,说明该截面上的轴力方向应该指向截面,是压力。这样,正值为拉力,负值为压力,求得的结果与我们的符号规定就一致了。

二、轴力图

当杆件受到多个轴向外力的作用时,在杆的不同横截面上的轴力也不相同。为了表明杆内的轴力随截面位置变化而改变的情况,最直观的办法是画轴力图。轴力图是用平行于杆轴线的坐标表示横截面的位置,并用垂直于杆轴线的坐标表示横截面上轴力的大小,从而绘出表示轴力与截面位置关系的图线,称轴力图。

例 2-1 一直杆受外力作用如图 2-4(a) 所示。试绘制该杆的轴力图。

解:绘轴力图必须先求出杆内各横截面上的轴力。

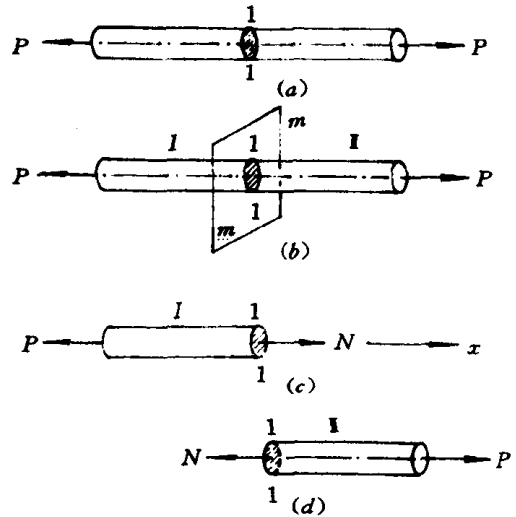


图 2-3

1) 求杆各截面的轴力: 在 AB 段, 沿任意 1-1 截面把杆切开, 取左边部分为脱离体, 在切开的截面上用正号轴力 N_1 代替去掉部分的作用, 对脱离体应用静力平衡条件图 2-4(b), 有

$$\sum x = 0 \quad N_1 - 5 = 0$$

得

$$N_1 = 5\text{kN}$$

N_1 是正号, 说明原假设轴力的方向是正确的, 是拉力。由于在 AB 段外力没有变化, 可知在 AB 段任一横截面上的轴力都是相同的。

再沿 BC 段任一横截面 2-2 截面切开, 仍取左边部分为脱离体, 在截面上假设正号轴力 N_2 如图 2-4(c), 就脱离体建立静力平衡方程

$$\sum x = 0 \quad N_2 + 10 - 5 = 0$$

得

$$N_2 = -5\text{kN}$$

N_2 是负号, 说明 2-2 截面上原先假设的轴向拉力是不对的, 应该指向 2-2 截面, 是压力。由于规定压力是负值, $N_2 = -5\text{kN}$, 既表明 2-2 截面上轴力的大小是 5kN , 也表明该轴力是压力。这与轴力正负号的规定是一致的, 故不必再改变轴力的方向和符号。这正是我们在假设轴力方向时为什么要按正向假设的原因。

最后取 CD 段任一截面 3-3 切

开, 选取外力较少的右边部分为脱离体, 假设正号轴力 N_3 如图 2-4(d), 由平衡条件

$$\sum x = 0 \quad N_3 - 3 = 0$$

得

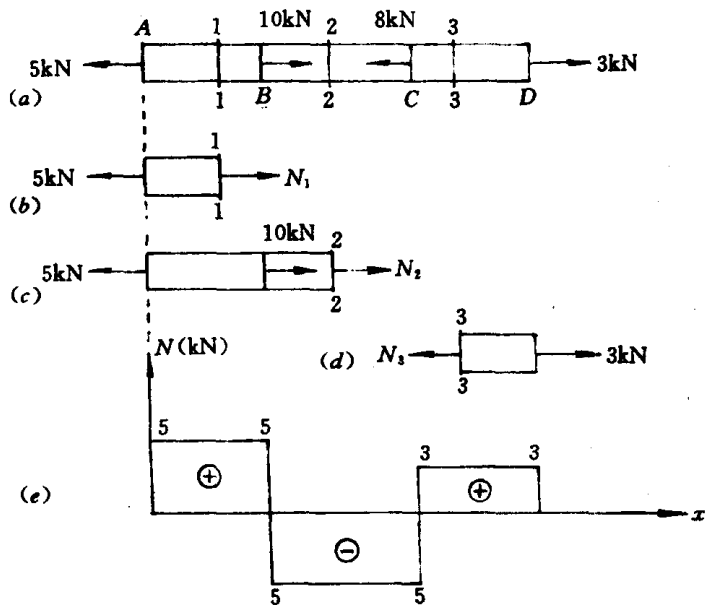
$$N_3 = 3\text{kN}$$

计算内力时, 无论取左边或右边部分为脱离体, 其计算结果是相同的。至于取哪一边为脱离体, 要看哪一边的外力较少, 其相应的计算较简单为好。

2) 画轴力图

用平行于杆轴的坐标表示截面的位置, 为了直观地表明内力的变化情况, 坐标上的点应与杆的截面位置一一对齐。垂直于杆轴的坐标按一定比例表示杆对应截面上的轴力, 绘出全杆的轴力图如图 2-4(e)。

图 2-4



§ 2-3 轴向拉、压杆的应力

一、横截面上的正应力

要进行杆件的强度计算, 除了应知道杆横截面上内力的大小和方向外, 还必须研究内力在横截面上的分布情况。为了找出内力在横截面上的分布规律, 先根据实验中观察到的变形情况, 找出变形的分布规律, 再由变形与应力的物理关系, 最后用静力学方程导出应力的计算公式。

取一等截面直杆,在其表面均匀地画上一些与杆轴线平行的纵线和与之垂直的横线。在两端加轴向拉力 P 后,观察它的变形,可以看到:

- 1) 纵向直线都平行地伸长了,且伸长量都相等;
- 2) 所有横线仍保持为平行的直线,且仍与杆轴垂直。

根据材料的连续性假设,对上述杆件表面的变形现象,可以由表及里地对杆件内部的变形作一个假设,即:杆在变形前的横截面,变形后仍保持为平面,且仍与杆轴线垂直。通常把这个假设称为平面假设。

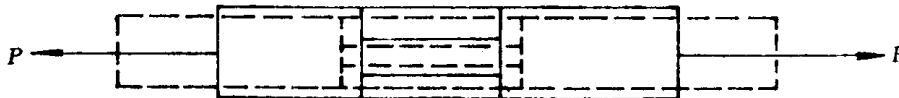


图 2-5

如果我们把杆看作是由许多纵向“纤维”束所组成,由平面假设,当杆受拉时,自杆表面至内部,任意两横截面之间的所有纵向纤维都伸长了相同的长度,即杆横截面上的各点变形都相同。这是变形的几何关系。又由材料均匀性假设,横截面上各点材料的力学性质是相同的,由各点的伸长相同,可推断各点处所受的力相同,即内力在横截面上是均匀分布的。这是变形与应力的物理关系。在杆横截面上取微面积 dA , dA 上作用有与横截面正交的正应力 σ ,由静力学条件,有

$$N = \int_A \sigma \cdot dA = \sigma \int_A dA = \sigma \cdot A$$

可得
$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2-1)$$

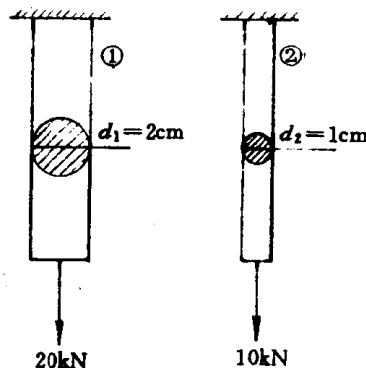


图 2-6

此为轴向拉、压杆横截面上正应力的计算公式。所谓正应力,是指应力的方向与横截面正交,其正负符号与轴力相同,即轴力为拉力时,正应力为正,是拉应力;轴力是压力时,正应力为负,是压应力。应力的量纲为[力]/[长度]²,常用国际单位 Pa(N/m²)或 MPa(10⁶N/m²)。

例 2-2 试求图 2-6 所示各杆横截面上的应力。

解:1) 计算各杆内力,用截面法分别求得两杆的内力值为

$$N_1 = 20\text{kN} \quad N_2 = 10\text{kN}$$

2) 计算各杆应力

杆 ①
$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{N_1}{A_1} = \frac{20 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 2^2 \times 10^{-4}} \text{Pa} \\ &= 63.7 \times 10^6 \text{Pa} \\ &= 63.7 \text{MPa} \end{aligned}$$

杆 ②
$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{N_2}{A_2} = \frac{10 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 1^2 \times 10^{-4}} \text{Pa} \\ &= 127.3 \times 10^6 \text{Pa} \\ &= 127.3 \text{MPa} \end{aligned}$$

由计算可知：杆①和杆②轴力相差一倍，直径亦相差一倍，但应力却不相等。

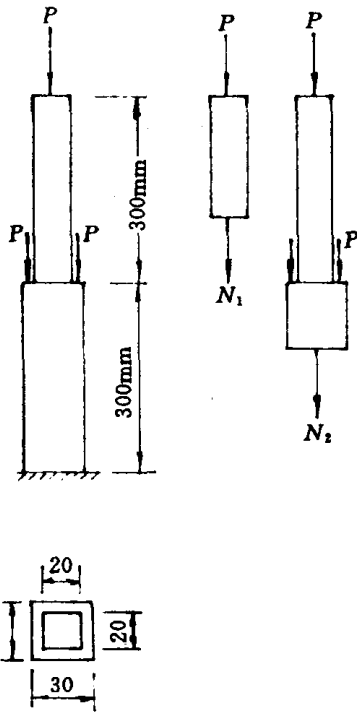


图 2-7

例 2-3 正方形砖柱分上下两段，其受力情况、杆的几何尺寸如图 2-7，已知 $P=40\text{kN}$ 。试求荷载引起的柱中各段的应力。

解：1) 求砖柱各段的轴力，取脱离体如图示，分别应用静力平衡方程；求得

$$N_1 = -40\text{kN} \quad N_2 = -120\text{kN}$$

2) 求各段柱的应力

$$\begin{aligned} \text{上段: } \sigma &= \frac{N}{A} = \frac{-40 \times 10^3}{200^2 \times 10^{-6}} \text{Pa} \\ &= -1 \times 10^6 \text{Pa} = -1 \text{MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{下段: } \sigma &= \frac{N}{A} = \frac{-120 \times 10^3}{300^2 \times 10^{-6}} \text{Pa} \\ &= -1.3 \times 10^6 \text{Pa} = -1.3 \text{MPa} \end{aligned}$$

计算应力时，我们将面积 A 的单位全部化成平方米，力的单位全部化成牛顿，应力的单位就是帕 (Pa)。这样划一单位后，应力的单位就不易出错了。

公式 $\sigma = \frac{N}{A}$ 是根据应力在横截面上均布这一结论导出的。

应该指出，这一结论只在杆上离集中力作用点稍远的部位才是正确的，而在集中力作用点附近的应力情况比较复杂。但由圣文南原理指出：力作用于杆端方式的不同，只会使与杆端距离不大于杆的横向尺寸的范围受到影响。而这一原理已被实验所证实，故在拉压杆的应力计算中，仍按式 (2-1) 计算。

二、斜截面上的应力

杆件是否会在斜截面上发生破坏呢？为此，在研究了横截面上的应力之后，有必要进一步研究斜截面上的应力。

图 2-8(a) 所示受拉直杆，用一个与横截面成 α 角的斜截面 $m-m$ 将杆切开，取左段为脱离体图 2-8(b)。用 N_α 表示切开斜截面上沿轴线方向的内力如图，根据左段的平衡条件，可得斜截面上的内力 N_α 为 $N_\alpha = P$ ；因 N_α 在 α 斜面上也是均匀分布的，故 α 斜面上的均布应力为

$$p_\alpha = \frac{N_\alpha}{A_\alpha} = \frac{P}{A_\alpha}$$

式中 A_α 是 α 斜面的面积，由几何关系知， $A_\alpha = A / \cos\alpha$ ，故

$$p_\alpha = \frac{P}{A} \cos\alpha = \sigma \cdot \cos\alpha$$

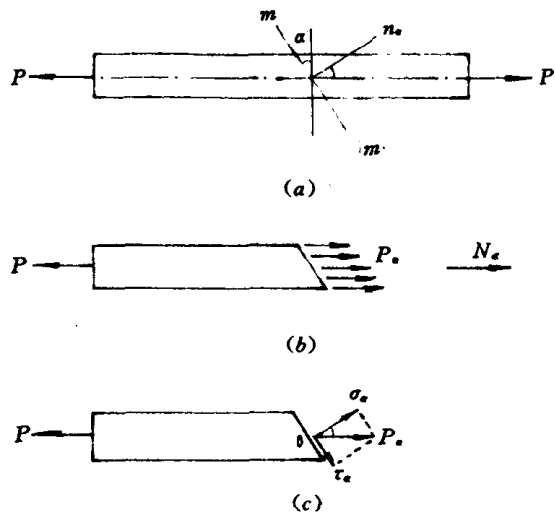


图 2-8