

高等学校教材

画法几何学

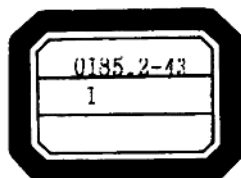
土建、水利类专业适用

朱育万 孙天杰 丁宇明 李睿谟 朱建国 编

朱育万 主编



高等教育出版社



1729724

高等学校教材

画法几何学

土建、水利类专业适用

朱育万 孙天杰 丁宇明 李睿谟 朱建国 编

朱育万 主编

J411/30/12



高等教育出版社



(京) 112 号

内 容 提 要

本书是根据国家教委于1995年批准印发的高等学校工科本科《画法几何及土木建筑制图课程教学基本要求(土建、水利类专业适用)》中画法几何部分和现行的有关国家标准编写的。

本书内容包括:绪论,点,直线,平面,直线与平面、平面与平面的相对位置,投影变换,多面体,曲线和曲面,曲面体,立体表面展开,轴测投影,正投影中的阴影,透视投影,标高投影,用计算机解画法几何问题,共15章。与本书配套的朱育万主编的《画法几何习题集》由高等教育出版社同时出版,可供选用。

本书由高等学校工科本科画法几何及工程制图课程教学指导委员会委托同济大学何铭新教授审阅,并经课委会组织审稿会复审通过。

本书可作为高等学校工科本科土建、水利类各专业的教材,也可供其他类型的学校,如职工大学、函授大学、电视大学等有关专业选用。

图书在版编目(CIP)数据

画法几何学/朱育万主编;孙天杰等编. —北京:高等教育出版社, 1997. 7
高等学校教材. 土建、水利类专业用
ISBN 7-04-005967-3

I. 画… II. ①朱… ②孙… III. 画法几何-高等数学-教材 IV. 0185. 2

中国版本图书馆CIP数据核字(97)第02247号

高等教育出版社出版
北京沙滩后街55号

邮政编码: 100009 传真: 64014048 电话: 64054588

新华书店总店北京发行所发行

北京华文印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/16 印张 14.25 字数 350 000

1997年7月第1版 1997年7月第1次印刷

印数 0301—3 076

定价 11.80 元

凡购买高等教育出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页等
质量问题者,请与当地图书销售部门联系调换

版权所有, 不得翻印

序

这本《画法几何学》是根据1995年高等学校工科本科画法几何及工程制图课程教学指导委员会审议通过,经国家教委批准印发,适用于土建、水利类专业的《画法几何及土木建筑制图课程教学基本要求》中的画法几何部分编写的。本书与高等教育出版社出版的朱育万主编《画法几何习题集》配套使用。

画法几何学是研究空间形体的图示法和空间几何问题的图解法的科学。它在教学内容、教学方法和一些具体要求上均与工程制图有所差别。前者着重讲授基本理论和基本方法,从而培养和发展学生对三维形状与相关位置的空间逻辑思维能力和形象思维能力;后者则主要讲授绘图和读图方法,使学生能按一定的标准规格,通过一系列的作业获得有关的知识 and 技能。为此,我们分别编写了《画法几何学》和《土木工程制图》,在教学中二者可以分别设课,也可以穿插进行或平行开课。

本书在内容上除教学基本要求中规定者外,编写了教学基本要求中提到的选学内容,如立体表面的展开、正投影中的阴影、透视投影和标高投影等。此外,为了适应各校的不同要求,适当增加了教学基本要求中规定内容之外的内容,如点在第一分角以外各分角中的投影、有关迹线平面的问题、投影变换中的平轴旋转法、曲面的切平面、立体相贯中的同心球面法、轴测投影中的正二测投影画法等。这些内容可以根据需要选用,也可以用来对不同程度的学生进行因材施教。为了适应计算机辅助教学的需要,编写了“用计算机解画法几何问题”一章,简要地介绍了用计算机解题的方法和步骤,可作为教学中的参考。

本书致力于阐明画法几何的基本内容和内在规律。内容按由浅入深,由简及繁,循序渐进的原则编写。为便于自学,文字力求通顺,说理力求明白,图表力求清晰。对重要的基本作图,采用分步图的形式;对基本概念的阐述和较复杂的投影图,均绘有直观图。在每章末,还附有复习思考题,帮助学生课后复习时掌握该章的基本内容和基本方法。

本书由何铭新教授审阅,并经高等学校工科画法几何及工程制图课程教学指导委员会组织审稿会复审通过。本书可作为高等学校工科本科土建、水利类各专业的教材,也可供其他类型的学校,如职工大学、函授大学、电视大学等有关专业选用。

本书由朱育万主编,参加本书编写的有:西南交通大学朱育万、李睿谟,天津大学孙天杰,武汉水利电力大学丁字明,重庆建筑大学朱建国,刘聪敏同志参加了描图工作。

热忱欢迎读者对本书批评指正。

编 者

1996年9月

0185.2-43/1

1729724

责任编辑	肖银玲
封面设计	王 隼
责任绘图	陈钧元 陈 岩
版式设计	马静如
责任校对	温淑兰
责任印制	陈伟光

目 录

第一章 绪论	(1)	复习思考题	(74)
§ 1-1 画法几何学的任务和学习方法	(1)	第七章 多面体	(75)
§ 1-2 投影法的基本概念	(2)	§ 7-1 棱柱和棱锥	(75)
§ 1-3 工程上常用的几种图示法	(3)	§ 7-2 多面体表面上的点	(78)
§ 1-4 画法几何学发展概述	(5)	§ 7-3 平面与多面体表面相交	(79)
复习思考题	(6)	§ 7-4 直线与多面体表面相交	(82)
第二章 点	(7)	§ 7-5 两多面体表面相交	(84)
§ 2-1 点在两投影面体系中的投影	(7)	§ 7-6 同坡屋顶画法	(87)
§ 2-2 点在三投影面体系中的投影	(11)	复习思考题	(88)
§ 2-3 两点的相对位置和无轴投影图	(14)	第八章 曲线和曲面	(89)
复习思考题	(16)	§ 8-1 曲线	(89)
第三章 直线	(18)	§ 8-2 曲面概述	(92)
§ 3-1 直线的投影	(18)	§ 8-3 直纹面	(94)
§ 3-2 直线上的点	(19)	§ 8-4 曲线面	(102)
§ 3-3 直线的倾角和直线段的实长	(21)	§ 8-5 曲面的切平面	(104)
§ 3-4 各种位置直线的投影	(22)	复习思考题	(106)
§ 3-5 两直线的相对位置	(25)	第九章 曲面体	(107)
§ 3-6 一边平行于投影面的直角的投影	(28)	§ 9-1 平面与曲面体表面相交	(107)
复习思考题	(30)	§ 9-2 直线与曲面体表面相交	(113)
第四章 平面	(31)	§ 9-3 多面体与曲面体表面相交	(116)
§ 4-1 平面的投影表示法	(31)	§ 9-4 两曲面体表面相交	(118)
§ 4-2 各种位置平面的投影	(33)	复习思考题	(126)
§ 4-3 平面上的直线和点	(36)	第十章 立体表面展开	(127)
复习思考题	(42)	§ 10-1 多面体表面展开	(127)
第五章 直线与平面、平面与平面的 相对位置	(43)	§ 10-2 可展曲面的展开	(129)
§ 5-1 直线与平面、平面与平面平行	(43)	§ 10-3 不可展曲面的近似展开	(135)
§ 5-2 直线与平面、平面与平面相交	(45)	复习思考题	(138)
§ 5-3 直线与平面、平面与平面垂直	(51)	第十一章 轴测投影	(139)
§ 5-4 点、直线、平面的综合例题	(54)	§ 11-1 基本知识	(139)
复习思考题	(58)	§ 11-2 斜轴测投影	(141)
第六章 投影变换	(59)	§ 11-3 正轴测投影	(144)
§ 6-1 概述	(59)	§ 11-4 平行于坐标面的圆的轴测投影	(146)
§ 6-2 换面法	(60)	§ 11-5 轴测投影的画法	(149)
§ 6-3 垂轴旋转法	(68)	§ 11-6 轴测投影的选择	(154)
§ 6-4 平轴旋转法	(72)	复习思考题	(157)
		第十二章 正投影中的阴影	(158)

§ 12-1 关于阴影的基本知识	(158)	复习思考题	(198)
§ 12-2 点和直线的阴影	(160)	第十四章 标高投影	(199)
§ 12-3 平面图形的阴影	(163)	§ 14-1 点和直线的标高投影	(199)
§ 12-4 基本几何体的阴影	(165)	§ 14-2 平面的标高投影	(202)
§ 12-5 建筑形体的阴影	(170)	§ 14-3 曲面的标高投影	(206)
复习思考题	(176)	§ 14-4 地形面的标高投影	(209)
第十三章 透视投影	(177)	复习思考题	(213)
§ 13-1 基本概念	(177)	第十五章 用计算机解画法几何问题	(214)
§ 13-2 直线的透视	(178)	§ 15-1 计算机解画法几何问题的	
§ 13-3 透视图的分类及视点、画面和物体		原理	(214)
相对位置的选择	(182)	§ 15-2 用计算机解两直线相对位置	
§ 13-4 作建筑透视的基本方法	(186)	问题	(217)
§ 13-5 透视图中的分割	(193)	复习思考题	(221)
§ 13-6 圆及曲面体的透视	(195)		

第一章 绪 论

§ 1-1 画法几何学的任务和学习方法

一、画法几何学的任务

画法几何学是几何学的一个分支。

在工程和科学技术方面，经常要在平面上表示空间的形体。例如，我们需要在纸上画出房屋或建筑物的图样，以便根据这些图样施工建造。但是平面是二维的，而空间形体都是三维的。为了使三维的形体能在二维的平面上得到正确的反映，就必须规定和采用一些方法。这些方法就是画法几何学所要研究的。

工程实践中不仅要在平面上表示空间形体，而且还需要应用这些表达在平面上的图形来解决空间的几何问题。例如，我们往往需要根据由测量结果而绘制的地形图来设计道路或运河的线路，决定什么地方需要开挖和填筑，以及计算土方等。这些根据形体在平面上的图形来图解空间几何问题，也是画法几何学所要研究的。

因此，画法几何学的任务是：

1. 研究在二维平面上表达三维空间形体的方法，即图示法；
2. 研究在平面上利用图形来解决空间几何问题的方法，即图解法。

此外，由于画法几何学所研究的是空间形体与它在平面上的图形之间的关系，因而在培养和发展学生对三维形状和相关位置的空间逻辑思维和形象思维能力方面起着极其重要的作用。

在这里，图形是直接用来研究空间形体的几何形状和解决空间几何问题的工具，因此，对画在平面上的图形有一系列的要求。主要有：

1. 图形应当有可逆性，也就是说，根据图形能够准确地恢复所画形体的形状和大小；
2. 图形在满足其功能的前提下应具有一定的直观性，以便根据图形能比较容易地想象出所画形体的形状和大小；
3. 绘制图形应较为简便；
4. 图形以及由之进行的作图应足够准确。

上述对图形的要求，有时可能有矛盾，这就应根据图形所要满足的条件来确定采用哪种图示方法。

二、学习方法

1. 本书是按点、线、面、体，由浅入深、由简及繁、由易到难的顺序编排的，前后联系十分紧密。学习时，必须对前面的基本内容真正理解，基本作图方法熟练掌握后，才能往下作进一步的学习。

2. 由于画法几何学研究的是图示法和图解法,涉及的是空间形体与平面图形之间的对应关系,所以,学习时必须经常注意空间几何关系的分析,以及空间几何元素与平面图形的联系。对于每一个概念、每一个原理、每一条规律和每一种方法都要弄清它们的空间意义和空间关系,以便掌握这些基本内容并善于运用它们。

3. 复习时不能单纯阅读课文,必须同时用直尺和圆规在纸上进行作图。还可以借助于铁丝、硬纸板等物品做一些简单的模型,帮助理解书上所讲解的内容和习题。书上的例题在通过自己的作图并获得正确的结果后,才能验证是否真正理解和易于记住这些作图方法。

4. 解题时,首先要弄清哪些是已知条件,哪些是需要求作的。然后利用已学过的内容进行空间分析,研究怎样从已知条件获得所要求作的结果,要通过怎样的几个步骤才能达到最后的结果。初学时可以把这些步骤记录下来。最后利用基本作图方法按照所确定的解题步骤一步步地进行作图,作图时要力求准确。完成后还应作一次全面的检查,看作图过程中有没有错误,作图是否精确等。

§ 1-2 投影法的基本概念

由空间的三维形体转变为平面上的二维图形是通过投影法实现的。因此,画法几何学的基础是投影法。通常把投影法分为两类,即中心投影法和平行投影法。

一、中心投影法

如果要把空间的一段曲线 AB 画到平面 P 上(图 1-1),则可在平面 P 外选择一个任意点 S ,并由点 S 向曲线上所有的点引直线。把这些直线与平面 P 的交点顺次连接起来,就得到曲线 AB 在平面 P 上的图形 ab 。

在上述例子中,平面 P 称为投影面,点 S 称为投影中心。由投影中心 S 发出的经曲线 AB 上任一点的直线称为投射射线。图形 ab 则称为曲线 AB 在平面 P 上的中心投影。

这种由投影中心把形体投射到投影面上而得出其投影的方法称为中心投影法。

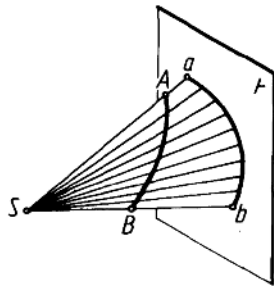


图 1-1 中心投影法

二、平行投影法

如果把图 1-1 中的点 S 沿某一不平行于平面 P 的方向移开到离平面 P 为无穷远的地方(图 1-2),这时所有的投射射线彼此平行。在这情况下把形体投射到投影面上而得出其投影的方法就称为平行投影法。用这一方法所得的投影称为平行投影。

在平行投影的情况下,如果投射射线与投影面交成一个不等于 90° 的斜角,那么这种平行投影法称为斜投影法(图 1-2a);如交成直角,则称为正投影法(图 1-2b)。由此而得出的投影则分别称为斜投影和正投影。

三、投影的可逆性

如果已知投影面和投影中心(或投射方向),则空间任一形体在投影面上将具有一个唯一而

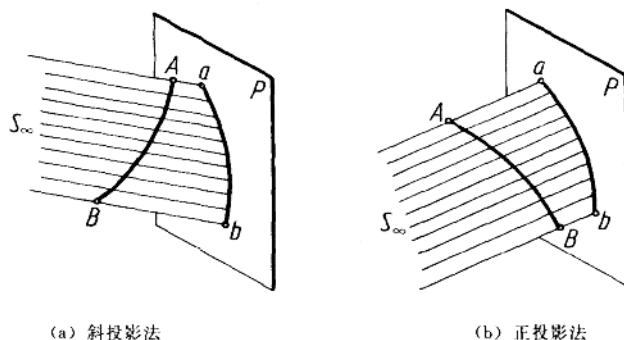


图 1-2 平行投影法

肯定的投影。

例如，在图 1-3 中，当投影面 P 和投影中心 S 为已知时，空间不与点 S 重合的任意点 A 有其唯一而肯定的投影 a 。但是点在投影面上的一个投影，却不能确定该点的空间位置。只要位于投射线上 Sa 上的任意点，如 A_1 ，它的投影也是 a 。

由此可以断言，只有形体的一个投影是不能确定该形体的。

但是在工程和科技实践中所需要的图示法，在多数情况下需要具有可逆性。因此在画法几何学中根据需要在投影法的基础上作适当的规定，以满足可逆性的要求。

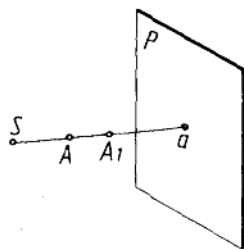


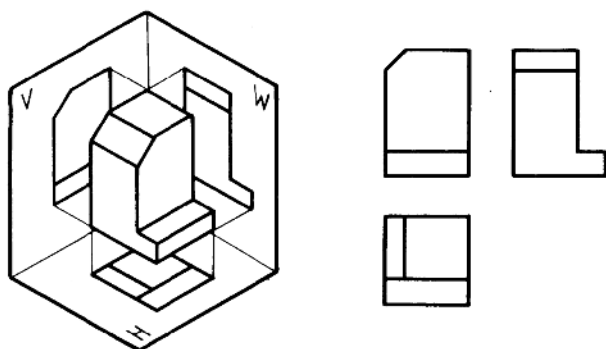
图 1-3 点的一个投影不能确定其空间位置

§ 1-3 工程上常用的几种图示法

为了绘制房屋、桥梁、堤坝、机器和其它各种结构物的图样以及解决工程实践中的有关问题，常根据所绘对象的特点和对图形的要求而采用不同的图示法。常用的图示法有下列四种：多面正投影法，轴测投影法，透视投影法和标高投影法。

一、多面正投影法

多面正投影法是指作出空间形体在两个互相垂直的或两个以上其中相邻两个互相垂直的投影面上的正投影，然后把这些投影面连同其上的正投影按一定的方法展开到同一平面上，从而得出投影图的方法。图 1-4a 就是把一个物体分别向三个互相垂直的投影面 H 、 V 、 W 作正投影的情形，图 1-4b 则是把三个投影面展在同一平面而得出的该物体的多面正投影图。按这一方法绘图较为简便且便于度量，所以在工程上应用最广。这种图示法的缺点是所绘的图形直观性较差。本书第二章至第十章以及第十二章讨论的就是这种图示法。



(a) 把物体向三个投影面作正投影

(b) 投影面展开后得到的正投影图

图 1-4 多面正投影法

二、轴测投影法

轴测投影法是一种平行投影法。这一方法是把空间形体连同确定该形体位置的三条互相垂直的坐标轴一起沿不平行于任一坐标面的方向平行地投射到一个投影面上，从而得出其投影的方法。如图 1-5 所示，把物体和确定该物体位置的三条互相垂直的坐标轴 OX 、 OY 和 OZ 按投射方向 S 平行地投射到一个称为轴测投影面的平面 P 上，由此得出该物体和坐标轴的轴测投影。用这种方法绘制的图形，直观性较强，而且在一定条件下也可以直接量度。因此在很多情况下作为多面正投影图的补充。这种方法的缺点是绘制较为费事，所得图形不很自然。本书第十一章将讨论这种图示法。

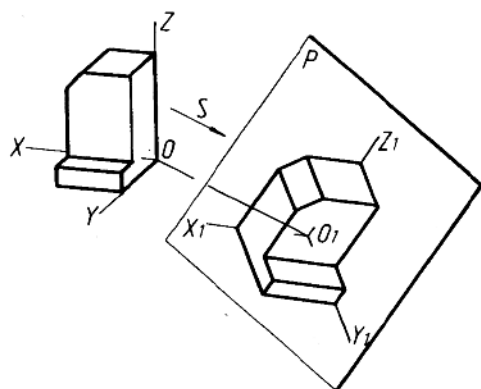


图 1-5 轴测投影法

三、透视投影法

透视投影法属中心投影法。图 1-6 是由视点 S 把建筑物按中心投影法投射到画面 P 上从而得出该建筑物透视投影的情形。用这种方法绘制的图形与人们日常观看物体时所得的形象基本一致，所以富有立体感和真实感。在土木建筑设计中，常用来表示土木建筑工程的外貌或内部陈设，以便研究其造型和空间处理。这一方法的缺点是

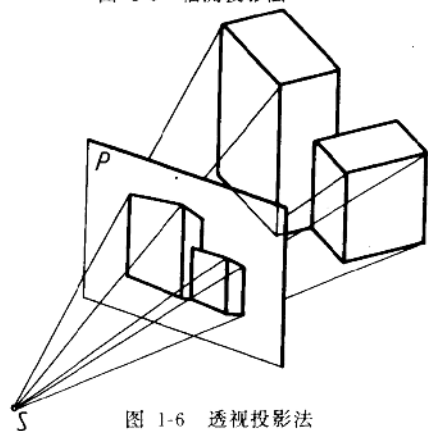


图 1-6 透视投影法

绘制较为繁复，而且根据图形一般不能直接量度。本书第十三章将讨论这种图示法。

四、标高投影法

标高投影法是绘制地形图和土工结构物的投影图的主要方法。作出形体在一个水平面上的正投影，并用数字把形体各部分的高度标注在该投影上，就可得到该形体的标高投影。例如，在图 1-7 中画出了两个山峰，假定这两个山峰被一系列高度差为 5m 的水平面所截割，则由截割所形成的交线必定是一些封闭的不规则曲线。每一条曲线上的点的高度都一样，所以这些曲线称为等高线。把这些曲线正投影到水平面上，就得到了这些曲线的投影。再在投影图上分别标注它们的高度值，就可以得到用等高线表示的山峰的标高投影图。本书第十四章将专门讨论这种图示法。

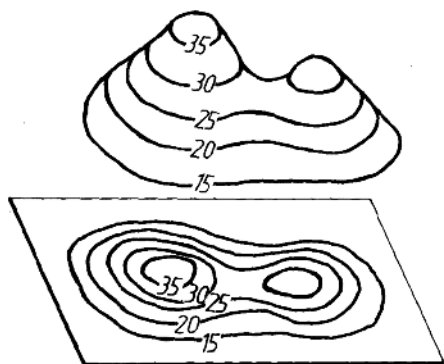


图 1-7 标高投影法

§ 1-4 画法几何学发展概述

在古代，由于丈量田亩、兴修水利和航海等的需要，产生了量度几何。在绘画、雕刻、建筑防御工事、水利工程和房屋等方面都需要精确和富有表达性的表达方法。但应用文字和语言都不可能十分完整和清晰地描述所要表达的对象，因而提出了许多有关必须在平面上表示空间物体的新的几何问题。由于人们的长期努力，逐渐地规定出一些解决问题的方法。根据这些方法可以在一定条件下和一定程度上满足所提出的要求。

画法几何学正是由于人们生产实践的需要而产生和发展的科学理论。然而，在其成为一个科学体系的很久以前，画法几何学的各种方法和规则早已由于实践的需要而应用于技术和艺术的各个领域中了。

例如，根据我国古代文献的记载，从传说中的禹开始就进行了大规模的治水工程，以便从事农业生产。在治水工程中，必先探测地形、水路，因此绘制地形图就发展起来。

与农业生产有直接影响的还有天文的观测和历法的制定。从古代沿用的历法和两千多年来的天文记载中，可以知道早在战国中期就有天文学家甘德和石申精密记录了数百个恒星位置及其与北极星的距离，这是世界上最古的恒星表。东汉张衡（公元 78~139 年）用自己设计的“浑天仪”测绘星图，著有《灵宪》一书。此后历代的天文学家几乎都画过星图。由此可以断言，我们的祖先在很早以前就能利用极坐标的方法来确定星位了。

营造技术在我国也是发展最早的科学之一。自周代以来，就有很多关于建筑的记载。其中完整无遗，保留至今的是宋代李诫（字明仲）所著的《营造法式》一书，该书著成于 1100 年。这部著作完整地总结了两千多年间祖国在建筑技术上的伟大成就。全书共三十六卷，其中六卷为图册。所列图样大都是正确地按正投影的规则绘制的，图 1-8 所示就是其中的一幅。还有很多图样已完全脱离了艺术画的范畴，而用轴测画法来表达，如图 1-9 所示的斗拱图，以便绘制和按

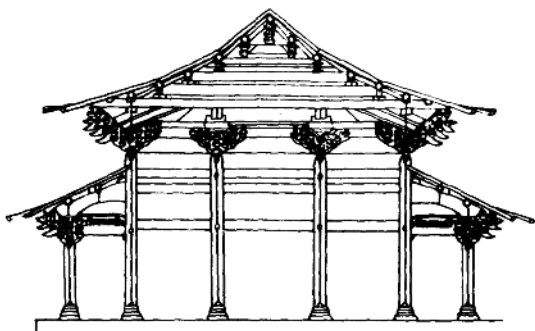


图 1-8 殿堂举折图 (载《营造法式》)

图制作。

此外在其它技术书籍中也可看到很多图样。例如明代宋应星所著的《天工开物》一书中就有大量插图。其中很多图样几乎与现在的轴测投影相差不多,有的还适当地运用了阴影。

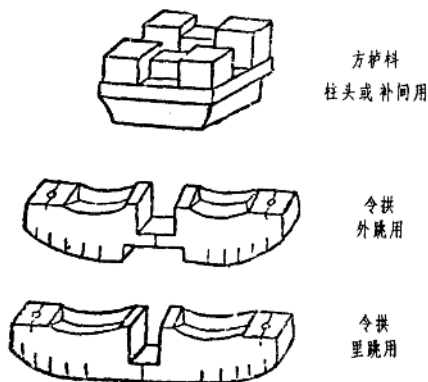


图 1-9 斗拱 (载《营造法式》)

国民经济建设和智力资源开发等方面都起着重要的作用。

最近 20 多年来,随着计算机绘图系统在我国的研究、引进和开发,计算机绘图和图形显示技术在实际实用中得到了迅速的发展。为了适应科学技术发展的需要,在画法几何学方面,把解析几何的数解法与画法几何的图解法有机地结合起来,使空间几何问题的解决得以从手工绘图转变为计算机绘图和图形显示,并实现对本课程的计算机辅助教学。这将对画法几何学的教学及其应用产生深远的影响。

复习思考题

1. 画法几何学的任务是什么?
2. 什么是投影法? 中心投影法和平行投影法的主要区别在哪里? 斜投影法和正投影法的主要区别是什么?
3. 工程上常用的有哪四种图示法?

第二章 点

从本章起,凡是讨论多面正投影的部分,都把正投影简称为投影。

§ 2-1 点在两投影面体系中的投影

一、点的投影

空间点在投影面上的投影仍是点。如图 2-1 所示,点 a 是空间点 A 在平面 P 上的唯一投影。(这里规定:凡表示空间的点用大写字母标记,如 A ;表示点的投影用相应的小写字母,如 a 。)但只有点的一个投影,在正投影中同样不能确定该点在空间的位置,如图 2-2 所示, a 可以是 A 、 A_1 、 A_2 、...等许多点在平面 P 上的投影,这说明点 A 的空间位置不能只靠其一个投影 a 来确定。

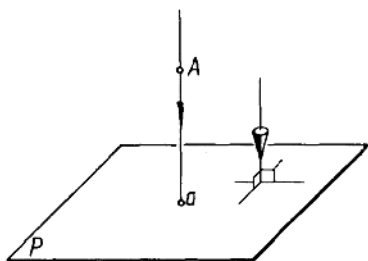


图 2-1 点的投影

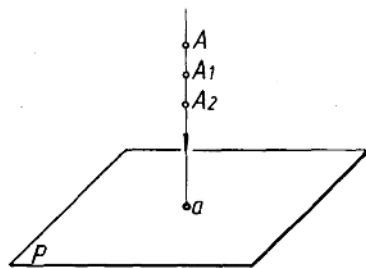


图 2-2 点的一个正投影不能确定其位置

二、两投影面体系及空间直角坐标系

多面正投影法通常是用两个互相垂直的投影面,作出点的两个投影来确定该点在空间的位置。两投影面的设置如图 2-3 所示:水平放置的投影面称为水平投影面,简称水平面,常标以“ H ”,所以又称为 H 面,能反映左右和前后两个方向上的尺度。竖直放置的与 H 面垂直的投影面称为正立投影面,简称正面,常标以“ V ”,又称 V 面,能反映左右和上下两个方向上的尺度。两投影面的交线称为投影轴。 H 面和 V 面构成两投影面体系(简称两面体系),它包含了确定空间点所必须的三个向度,即左右、前后、上下三个方向上的尺度。

为了便于度量和作图,在两面体系中建立空间直角坐标系,如图 2-3 所示:左右方向为 OX 轴、前后方向为 OY 轴、上下方向为 OZ 轴。空间点在三个方向上的尺度数值,将用其三个坐标 (x, y, z) 表示。

实际上投影面是可以无限扩展的,若把上述 H 、 V 面扩展,无限空间便被分成四部分,如图 2-4 所示,每一部分称为一个分角,编号的规定顺序是:面对 OX 轴的左端,按逆时针方向排

列, H 面上方、 V 面前方的部分为第 I 分角, 依次为第 II、III、IV 分角。坐标轴有正向和负向之分, 如图 2-12 所示。

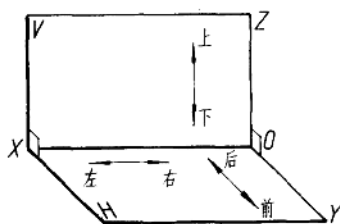


图 2-3 两投影面体系

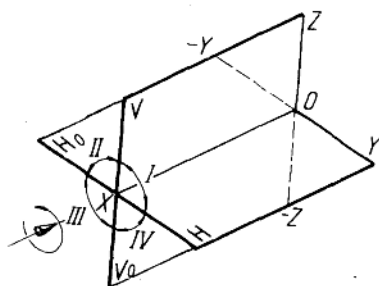
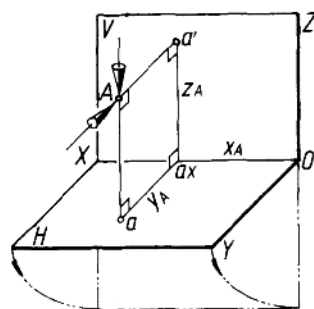


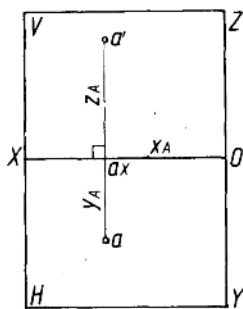
图 2-4 四个分角

三、点的两面投影及其投影图画法

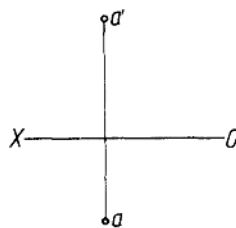
图 2-5a 是将点 A 放在第 I 分角中进行投影的立体示意图。点 A 向 H 面投影得 a , 称为点 A 的水平投影或 H 面投影, 它反映了空间点 A 在左右和前后方向的坐标, 即 $a(x_A, y_A)$; 点 A 向 V 面投影得 a' , 称为点 A 的正面投影或 V 面投影, 反映点 A 的左右和上下方向的坐标, 即 $a'(x_A, z_A)$ 。画法几何中规定: 标记 V 面投影, 要在小写字母的右上角加一撇, 如 a' ; H 面投影则不加一撇, 如 a 。



(a)



(b)



(c)

图 2-5 点的两面投影及其投影图

不难看出, 点 A 在空间的位置被其两个投影 a 和 a' 唯一确定, 因为两个投影反映了三个方向的坐标 (x_A, y_A, z_A) 。点 A 可表述为 $A(a, a')$ 。

画投影图时, 需要把互相垂直的两投影面展开成一个平面。画法几何规定两面体系的展开方法是: V 面不动, H 面绕 X 轴向下旋转 90° 角。按上述规定展开后, 图 2-5a 所示的第 I 分角中点 A 的两投影 a 和 a' , 就成为图 2-5b 所示的样子。需要强调的是, 在图 2-5b 中, a 和 a' 处于同一条垂直于 OX 轴的直线上, 此线称为投影连线, 即 $aa' \perp OX$ 。证明如下: 如图 2-5a 所

示, 包含互相垂直的两投射射线 Aa 和 Aa' 所形成的平面交 OX 轴于 a_x 点, Aaa_xa' 为一矩形, 而且 $aa_x \perp OX$ 、 $a'a_x \perp OX$, H 面向下旋转后必有 $aa' \perp OX$ 。由于投影面是无限大的, 在投影图中无需画出其边界线, 如图 2-5c 所示, 就是点 A 的两面投影图。

综上所述, 画点的两面投影图时应遵循下列规律:

1. 两投影的连线垂直于投影轴。如图 2-5c 中, $aa' \perp OX$ 。
2. 空间点的某一投影到投影轴的距离, 等于该点到另一投影面的距离。如图 2-5b 中, 有 $aa_x = Aa' = y_A$, $a'a_x = Aa = z_A$ 。

例 2-1 点 A 的坐标 x_A 、 y_A 、 z_A 分别为 5、3、4 个单位, 试画出点 A 的两面投影图。

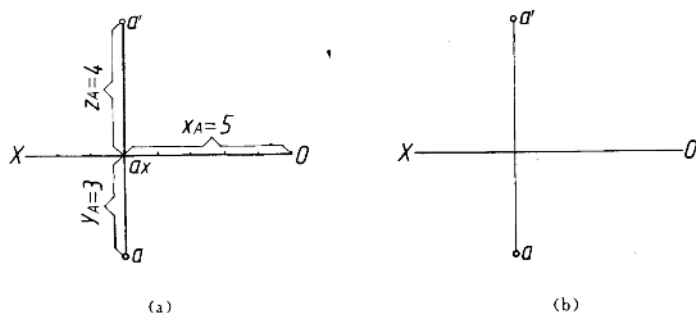


图 2-6 点 A 两面投影图的画法

解: 画出一水平线作为 OX 轴, 并自原点 O 向左在 OX 轴上量取 $x_A=5$, 得 a_x (图 2-6a), 过 a_x 作直线垂直于 OX 轴, 沿此线自点 a_x 起向下量取 $y_A=3$, 得 a , 向上量取 $z_A=4$, 得 a' 。完成的图形如图 2-6b 所示。

上面的例题是已知空间点的坐标, 运用点的投影规律画投影图。反之, 有了点的投影图应能想象出点在空间的位置。

例 2-2 试画出例 2-1 中点 A 的立体示意图。

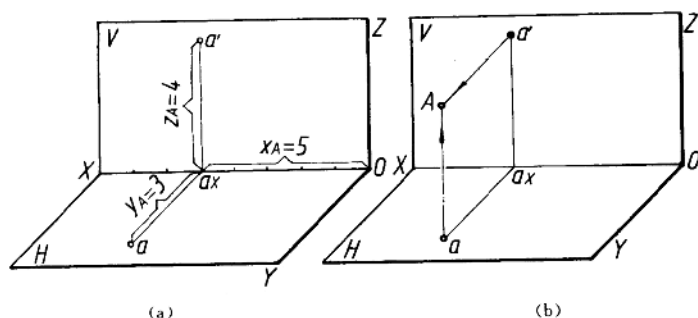


图 2-7 点 A 的立体示意图画法

解: 画出互相“垂直”的 H 、 V 面, 并标出原点 O 及 OX 、 OY 、 OZ 轴 (图 2-7a)。在 OX 轴上量取 $x_A=5$, 得 a_x , 过 a_x 在 H 面上画平行于 OY 轴的作图线, 并在其上量取 $y_A=3$, 得 a ,

过 a_x 在 V 面上画平行于 OZ 轴的直线，在其上量取 $z_A=4$ ，得 a' 。过 a 作投射射线平行于 $a' a_x$ ，过 a' 作投射射线平行于 aa_x ，两投射射线交得点 A ，即为所求（图 2-7b）。

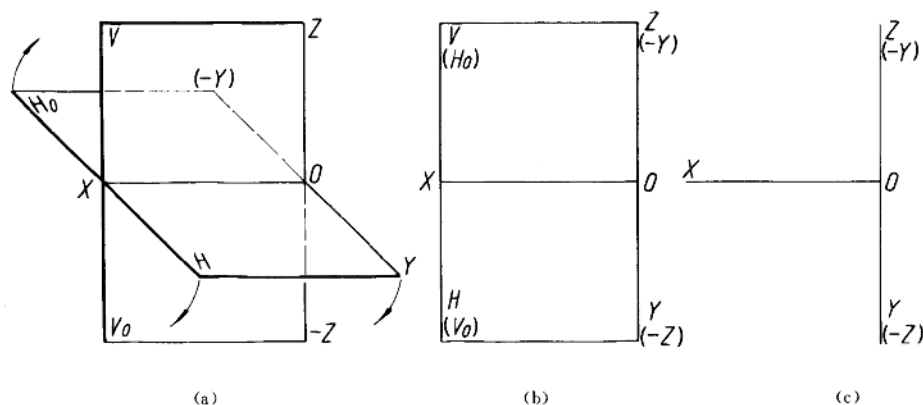


图 2-8 两投影面重合的情况

四、点在两面体系中各种位置的投影

在两面体系中，空间点的位置有：在各分角间、在各投影面内和在投影轴上等几种情况。

只讨论第 I 分角时， H 、 V 面的展开已如前述，如要研究点的任意位置，则还需确定 V 面之后的 H 面延展部分 H_0 以及 H 面之下的 V 面延展部分 V_0 。在投影图中的位置。图 2-8a 中表示了当 H 面向下旋转时， H_0 便跟着向上旋转，而当 H 与 V_0 重合时， H_0 便与 V 重合，如图 2-8b 所示，此时， $-OY$ 轴与 OZ 轴重合， OY 轴与 $-OZ$ 轴重合。若不画边线而只保留各轴，则成为图 2-8c 所示的形式。通常不必画出和标出 OY 、 OZ 轴。

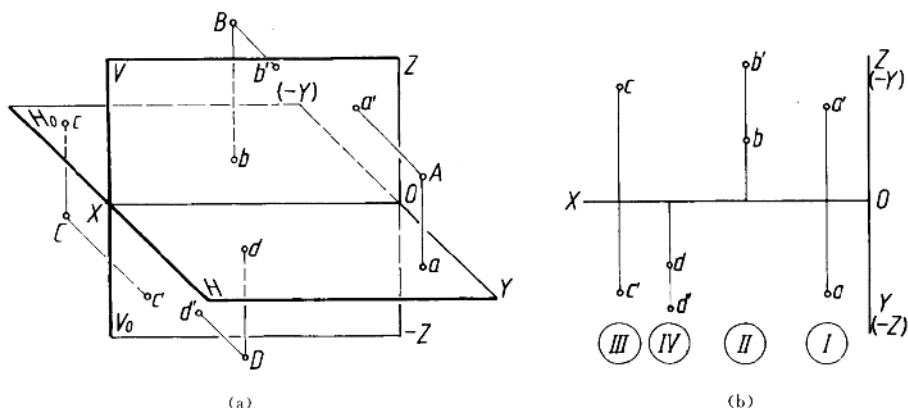


图 2-9 各分角中的点

图 2-9a、b 中，分别画出了在第 I、II、III、IV 各分角中 A 、 B 、 C 、 D 四个点的立体示意图和投影图。图 2-10a、b 中则分别画出了在 H 、 V 、 H_0 、 V_0 各投影面及 OX 轴上的 J 、 I 、 E 、