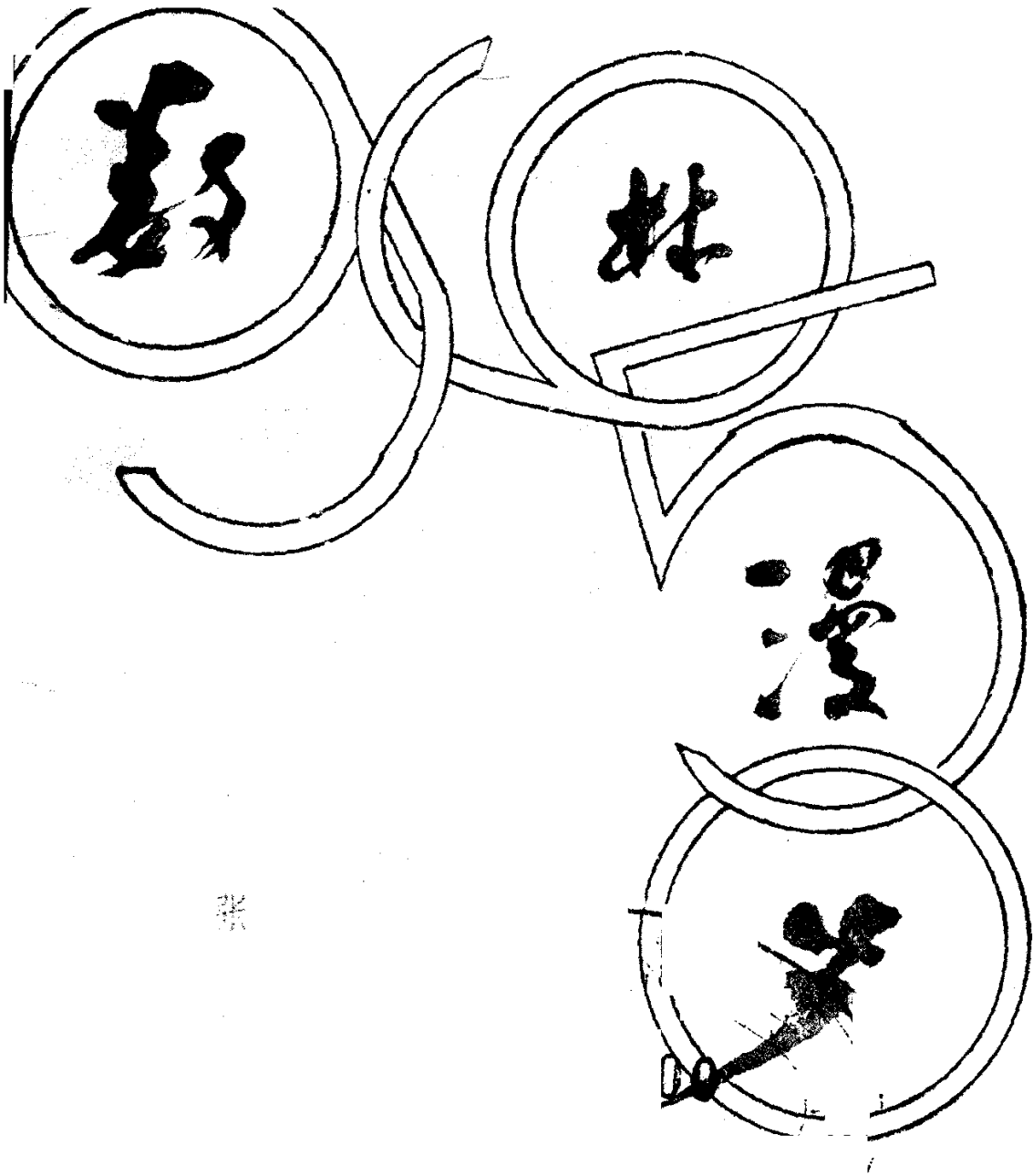


森林漫步

张文修 著

陕西科学技术出版社



张

陕西科学技术出版社

数 林 漫 步

张 文 修 著

陕西科学技术出版社出版

(西安北大街131号)

陕西省新华书店发行 商洛地区印刷厂印刷

开本787×1092 1/32 印张3.5 字数74,000

1984年2月第1版 1984年2月第1次印刷

印数1—8,500

统一书号: 7202·75 定价: 0.36元

内 容 提 要

《数林漫步》以漫话与杂谈的形式，论述数学研究中的一些特殊方法。全书三十二篇，通过数学家的成功与失败，数学发展中的经验与教训，以及数学史上有趣的故事，叙述了数学研究方法的特殊作用和数学家应具有素质与品德。

本书文章短小精悍，生动活泼，适合于那些热爱科学，有志于科学事业的大、中学校的青年学生，以及那些从事自学的青年。

序

正如作者在前言中所说：“数学形成和发展的历史，有痛苦，也有幸运；有艰难曲折，也有春华秋实。”《数林漫步》这本小册子，通过漫话与杂谈的形式，将数学研究过程中可能出现的各种矛盾展示在年青的读者面前。相信它，将有助于读者增加对数学的兴趣，增强钻研数学的勇气，也将有助于读者建立正确的思想方法，使他们在遇到阻碍数学发展的各种矛盾时，持有比较正确的态度。

数学所直接研究的，不是它的实际对象——实际的量——本身，而是对实际对象经过理想化加工的理想对象——纯粹的量。前者是特殊的，后者是一般的；前者是包含有物质内容的，从而是具体的，后者是撇掉物质内容的，从而是抽象的；前者是近似的，后者是精确的。因此，数学的研究对象，既具有高度的抽象的表现形式，又根植于广泛的现实之中。作为一个数学工作者，对数学的实际问题，应具有撇掉各种质的实际内容，概括出纯量形式的抽象的本领；而在攻读抽象的数学理论时，又应有赋以实际内容加以具体掌握的直观的能力。

由于数学以纯粹的量作为它的研究对象，它的形式体系不同于所有其它学科的理论体系，它的研究方法也不同于所有其它学科的研究方法。在数学中，必须遵循严格的逻辑推导。仅靠直观猜测，不经受逻辑的检验与考核，将可能导致意想不到的谬误。但是，如果离开数学那生动具体的直观背景作指导，即使运用严格的逻辑推理，也不易获得实质上的崭新结果。

数学作为一门科学，与其它科学一样，还要正确地处理好继承与创新、专深与广博等等层出不穷的矛盾。作为一个数学工作者，既要虚心地继承先辈们留下的一切宝贵财富，又应有青出于蓝而胜于蓝的创新气魄；既要深入地钻研某些专门的数学领域，不能对任何领域都满足于泛泛了解，又须注意开阔视野，突破狭隘的眼界，借鉴其它领域中的成果与方法，甚至在不同领域的边缘地带进行工作。历史证明，越是遥远学科的结交，越能产生出类拔萃的结果。

总之，科学研究越是深入，各种矛盾也就越益暴露出来。如果期望在人类的科学事业中有所贡献，必须正确地处理科学研究中的各种矛盾，学会把矛盾中的对立的方面统一起来。

胡国定 于天津南开大学

1982. 2. 20

前 言

数学形成和发展的历史，有痛苦，也有幸运；有艰难曲折，也有春华秋实。数学家们在迷雾中踏着艰难的步伐，顽强的奋斗。他们在数学领域里凝聚的心血，使人们更加热爱数学，尊重数学，鼓起人们从事数学研究的勇气。他们在某一方面的重大突破，甚至他们突然的胜利所产生的激动和喜悦，同样激励着人们奋勇前进。但更重要的，是他们那些有益和无益的劳动，反复的实践与不断的探索而留下的宝贵经验与沉痛的教训，是我们取之不尽，用之不竭的巨大的精神财富。

人们喜欢数学，是因为数学有着内在的协调和巧妙的结构，也因为它在自然科学中的特殊的地位。大自然是数学的肥沃土壤，数学是启开任何一门学科的大门的钥匙。数学使那些不可捉摸的规律脱去神秘的外衣，又能洗涤人们心灵上的愚昧和无知。在一切科学中，结论可以被遗弃，原则可以被修正，而数学的定理却与世长存。有志于从事科学研究的人们，无疑应当首先掌握数学这把金钥匙。

本书各篇曾在西安交大校刊连续登载，这次重新整理，汇集成册，以献给那些刚刚走向数学丛林的年青人。当然，

我在这里漫步的还只是丛林的边缘，只是些常见的树木和花束的偶然拾零。而在那丛林的深处，有鲜花，也有荆棘；有柳暗花明的仙境，也有山高坡陡的奇峰。在这里，需要那些不畏艰险的勇士们去探索，去追寻，向那丛林的深处迈进！那里虽然更加险峻，但是那里闪光的明珠更加光彩照人。时代赋予我们以宏伟的目标，有志青年要无愧于这样的时代，勇往直前，奋发努力，为科学事业贡献出自己的青春。

目 录

序.....	胡国定 (1)
前言.....	(1)
一、商高论矩.....	(1)
二、希尔伯特的大学生活.....	(4)
三、激发人们的好奇心.....	(8)
四、登堂入室的旅程.....	(11)
五、包亚父子之争.....	(14)
六、笛卡儿梦游坐标系.....	(17)
七、不畏疑难和繁琐.....	(20)
八、欧拉的错误.....	(24)
九、数学家们的专心致志.....	(27)
十、雅可比的风格.....	(30)
十一、虚数的挣扎.....	(33)
十二、克尼格与蜜蜂.....	(36)
十三、欧拉与七座桥问题.....	(40)
十四、餐桌上的思想火花.....	(44)
十五、数学家与工程师的联姻.....	(47)
十六、杨损书算考官吏.....	(51)

十七、擅巧技妙算谈天·····	(54)
十八、数学理论的设计师·····	(57)
十九、在旧的建筑上增添新楼·····	(60)
二十、类比是可以信赖的老师·····	(64)
二十一、从祖冲之的“黄钟律管”谈起·····	(67)
二十二、埋伏着危险陷阱的无限·····	(71)
二十三、能够生出金蛋的母鸡·····	(75)
二十四、象棋发明者锡塔的奖励·····	(78)
二十五、真正可贵的因素是直觉·····	(81)
二十六、不断扩充的数与形·····	(84)
二十七、为人类增添了光彩的人物牛顿·····	(88)
二十八、统计规律的公理化·····	(91)
二十九、公理结构的内在美·····	(94)
三十、思维过程的机械化·····	(97)
三十一、数学的分类和统一·····	(100)
三十二、数学家的素质·····	(103)

商 高 论 矩

勾股定理，我国人民称为商高定理，而在西方称为毕达哥拉斯定理。据说，公元前五、六世纪时，古希腊的毕达哥拉斯(pythagoras)和他的门徒们发现了勾股定理，欣喜若狂，宰了一百头牛来庆贺，故又有“百牛定理”之称。但事实上，商高比毕氏要早好几百年。商高早就指出“折矩以为勾广三，股修四，径隅五。”同时，还给出了一种证明方法。我国还有相传更早的，据《周髀》记载，夏禹治水已用到“勾三股四弦五”的关系。但是，至少在公元前十一世纪前后的周代，我国劳动人民就已广泛地应用到勾股定理的一般形式了。

《周髀》一书，大约成文于公元前一百年左右。在这部书的首章，记载了商高论矩的一个有趣的故事。

一次，周公问商高，古代伏羲是如何确定天球的度数的。“夫天不可阶而升，地不可得尺寸而度，请问数安从出？”意思是说，人们既没有那么高的梯子可以登天，又无那么长的尺子可以测地，那些数据是从哪里来的呢？

商高不慌不忙地说：“数之法出于圆方，圆出于方，方出于矩。矩出于九九八十一。故折矩以为勾广三，股修四，径隅五。”并说，这就是大禹治天下的根据。

周公说，既然数有这么大的用处，“请问用矩之道？”商高又进一步阐述了勾股定理的应用方法。他说：“平矩以正绳，偃矩以登高，覆矩以测深，卧矩已知远。环矩以为圆，合矩以为方。……智出于勾，勾出于矩。夫矩之于数，其裁制万物，唯所为耳。”这真是绝妙的论述。

荀子讲：“圆者中规，方者中矩。”规是指画圆形的工具，矩是指画直角或方形的工具。因此，这里的矩也常指直角三角形。商高从“矩”出发，合直角三角形为正方形或长方形，让直角三角形旋转得到圆。至于“圆出于方”，含义不可考。若是圆可以方逼近，那就太高超了，但他总是考虑到了圆和方的关系。商高从许多几何图形中提炼出“矩”，又以“矩”为基础，提炼出其它几何概念。他不是罗列事实，而是以“矩”为核心，描绘了几何学的基本内容，这正体现了数学特有的研究方法。

商高又进一步讲了理论和应用的关系。理论是一般规律，灵活的应用理论，可以解决不同的实际问题。比如，把直角三角形竖起来可测高度；倒立着可测深度；平放着可测距离。这样，虽天高无梯可登，地广无尺可量，但数字仍然可以得到。人们凭借着抽象思维，通过已知的可以得到的数据，以及它们之间的内在联系，就可求出未知的不可测量的数据。

我们暂且不论商高所谈的用直角三角形测量时，已包含着三角学与相似形的内容。而就其研究方法来讲，他以“矩”为基础，举一反三，灵活运用，已是十分深刻透彻的了。无怪乎，周公感慨地说：“善哉！”确实是太妙了。研究数学问题，如果象商高那样，能够抓住问题的实质，还怕

不能有所成就吗？

商高的研究方法，与稍后一些时间的欧几里得的研究方法不同。欧几里得的几何完全从某些基本假设出发，而商高则使“形”与“数”密切联系在一起，把推理与计算密切联系在一起，把理论与应用密切联系在一起，充分体现了中国数学的发展特点。尽管欧氏方法为世界公认，但商高方法也别具优点。比如，用计算机证明几何定理，将几何图形的关系变为代数关系，在计算机上进行验算则更实际可行。中国科学院数学研究所研究员吴文俊先生用类似的思想，在计算机上给出很难解的几何题的证明，并推广到初等微分几何，要比塔尔斯基（Tarski）的方法有效得多。吴先生曾经说过，他就是从中国古代数学研究的特点中吸取了精华，找到了机器证明的新途径。可见，认真研究数学发展的历史，对数学研究也是很重要的。

商高关于“矩”的论述，对我们如何学习数学也是一个很好的启示。学习要独立思考，不思考就成了知识的堆积。堆积的知识没有条理，没有核心，很难灵活运用。商高是一个数学知识很渊博的人。他之论矩，只寥寥数语，和盘托出，透彻精辟。这并非语言之严谨，而是思想之锤炼。他善于思考，所以能够从不同事物的相似之中，找出共同的规律。尽管我们现在研究的数学内容与古代已全然不同，但是认真总结数学发展中的经验和教训，同样会有益于我们今天数学的研究工作。

希尔伯特的大学生活

希尔伯特(Hilbert, 1862—1943)是二十世纪初期德国著名的数学家。他才华横溢,精力充沛,兴趣广泛,富于独创。他对数学的浓厚兴趣和那不达目的誓不罢休的顽强精神,使他成为许多数学领域的开拓者。他曾经说过,相信每个数学问题都可以解决,这对于数学工作者是一个巨大的鼓舞。他坚定地认为,数学中没有不可知的东西,问题只是通过纯粹思维找到它的答案。他本人的兴趣广泛,从研究代数型到代数数论,从研究几何基础到变分法和积分方程,甚至到数学基础的研究,都有突出的成果,不愧是近代数学的奠基人。特别是1900年,他在巴黎第二届国际数学家代表大会上,关于“数学问题”的精采演说,提到的二十三个著名的数学问题,现在仍然是许多数学家向往和为之奋斗的目标。正象作家康斯太丝、瑞德在回忆录中说的:“希尔伯特就象那些穿杂色衣服的风笛手,他那甜蜜的笛声诱惑了如此众多的老鼠,跟着他走进数学的深河”。

希尔伯特在数学方面卓著的成就,与他年青时代的大学生活有着密切的关系。

希尔伯特的大学生活,主要是在他的家乡哥尼斯堡大学

度过的。虽然，哥尼斯堡大学离当时的文化中心柏林很远，但是，那里曾聚集着一批富有才华的著名的数学家。象雅可比 (Jacobi)、韦伯 (Weber)、林德曼 (Lindeman)、赫维茨 (Hurwitz) 等，都曾就教于哥尼斯堡大学。雅可比被认为是高斯 (Gauss) 时代仅次于高斯的最优秀的数学家。韦伯多才多艺，在数论与数学物理方程方面都做出了卓越的贡献。林德曼证明了长期受到怀疑的 π 的超越性。由于这些学者，使得哥尼斯堡大学具有优良的科学传统，成为人们羡慕和向往的高等学府之一。而希尔伯特也正是在这里，跟随韦伯学习了数论与函数论，又经过林德曼把他推荐给赫维茨。当时赫维茨也只有25岁。希尔伯特能够直接得到这些著名学者的教诲，使他能站在巨人的肩膀之上。这对于他以后事业上的成就，有着很大的影响。

希尔伯特在这里，感到最大的愉快是，在大学这个广阔的天地里，可以纵横驰骋。教授们有着渊博的知识，和高超的授课艺术，想教什么课就教什么课。学生们也是想学什么课就选学什么课。学校也不规定最少必修课的数目，只是在毕业时，为了取得学位才严格考试一次。这使他在预科学校为了升大学，不得不去死记硬背其它一些课程所带来的不愉快的情绪，在这里一扫而光。这种学习方式，使得希尔伯特能够集中全副精力来研究数学。

在大学里，上课的方式也和预科学校里不一样。在预科学校里老师在讲新课之前，总要复习一下上一节课程的内容，讲课细致，甚至用重复的方式增强学生们的理解和记忆。而希尔伯特在海德尔堡大学听课的半年中，得到了“瞧一瞧最高超的数学思维的实际过程”的机会。在那里，有些

老师讲课的方法，确实与众不同。老师上课时不拿讲稿，在课堂上一边提出问题，一边进行推导。如果在某一条思路上遇到了障碍，或者失败了，那就另辟蹊径。无论是成功，或者失败，都使学生有所收获。书本可以给人们以知识，而老师的讲课还能提供研究问题的方法，并为学生展现出更广阔的视野。希尔伯特在后来任教期间，他经常在课堂上突然展示他对某个问题的想法，而充满了精采的观点。当然，讲课有各种各样的方式，不能强求一律。但在大学里，至少应该是给同学以更多的独立思考的机会。并且通过教学再现教师的经验与失败，这对于培养学生分析问题和独立解决问题的能力，是一个极好的训练。

希尔伯特在大学期间特别善于交朋友。他不仅和腼腆怕羞而有天赋的学生闵可夫斯基 (Minkowski) 密切相处，而且与性情温和，弹得一手好钢琴的年青的老师赫维茨建立了忠诚的友谊。闵可夫斯基是俄国人，由于沙皇政府对犹太人的迫害，使他来到了哥尼斯堡。他们三个人相处得很好，每天下午五点钟准时相会，然后在苹果园里一边散步、一边讨论数学问题，相互交换对某一问题的新的理解；交换彼此的设想和计划。他们以这种有趣的学习方式，考虑着数学世界中的奥妙，孕育和培植着新的数学思想的萌芽。这种友谊不仅支撑着他们在大学期间的研究活动，也成为他们以后能够共同合作的基础。希尔伯特以后的“数学问题”的报告，实际上是他们三个人集体劳动的产物。就是在闵可夫斯基同一位皮革厂厂主的女儿结婚后，在他给希尔伯特的信中仍然宣称：“对于朋友，对于科学，我的态度仍然同以前一样。”

“在我们之中，谁不愿意揭开隐匿着的未来世界的面纱，窥测我们学科里的下一个里程，去发现它在新世纪进展中的奥秘呢？”当希尔伯特用这样的气魄在巴黎国际数学会议上演讲的时候，大学老师的教诲和同时代数学家的友谊，肯定是对他的最大的鼓励。

