

秦九韶与《数书九章》

中国数学史研究丛书之二

秦九韶与《数书九章》

吴文俊 主编

北京师范大学出版社

中国数学史研究丛书之二

秦九韶与《数书九章》

吴文俊 主编

*

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

1201工厂印刷

*

开本：850×1168 1/32 印张：15.25 插页：4页 字数：378千

1987年4月第1版 1987年4月第1次印刷

印数：1—3 800

统一书号：13243·132 定价：(平)4.35元

(精)5.85元

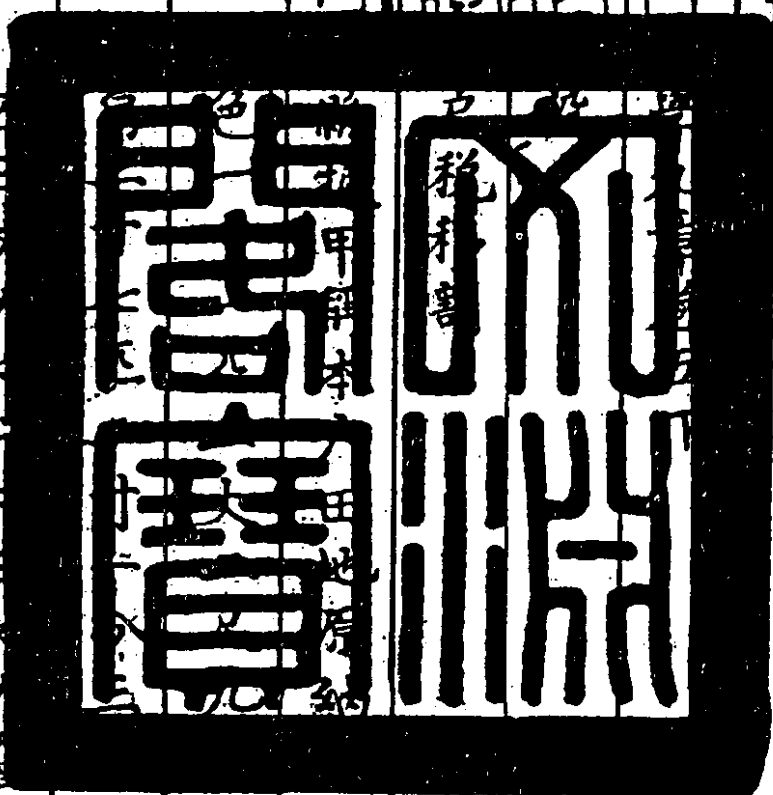
内 容 简 介

秦九韶是我国南宋时代的著名数学家，他的著作《数书九章》有许多遥遥领先于世界的学术成果。

本书是著名数学家吴文俊教授主编的《中国数学史研究丛书》之二，书中共搜集了30篇学术论文，从各个角度对秦九韶及其著作进行了专题性的论述。

本书适于科学史工作者、自然辩证法工作者、数学工作者等参考之用。

欽定四庫全書



秦九韶 撰

三十五石七斗和買

四分八釐七毫五絲

七毫五絲紬絹折綿

紬絹本色二十匹二

數書九章

二

文淵閣四庫全書本《數書九章》書影

欽定四庫全書

數學九章



宋數學九章九卷宋秦九韶撰九韶
惟據原序自稱其籍曰魯郡然序
年魯郡已久入於元九韶蓋署其
祖貫未詳實為何許人也是書分為九類一
曰大衍以奇零求總數為九類之綱二曰天



數書九章序

周教六藝數實成之學士去先所從來尚矣其用本

太虛生一而周流無窮大則可以通神明順性命小

則可以經世務類萬物詎容以淺近窺哉若昔推策

以迎日定律而知氣髀矩濬川土圭度晷天地之大

圓焉而不能外況其間總總者乎爰自河圖洛書闡

發秘奧八卦九疇錯綜精微極而至於大衍皇極之

用而人事之變無不該鬼神之情莫能隱矣聖人神

之言而遺其粗常人昧之由而莫之覺要其歸則數

與道非二本也漢去古未遠有張蒼許商乘馬延年

漢書卷之六

大則可以經世務類萬物詎容以淺近窺哉

以能本件小見以

秋外天作曲松

常元作常

乘馬延年館本無乘字

數學九章攷證

昌平王萱齡學

秦九韶。錢氏大昕十駕齋養新錄云。秦九韶數學九章十八卷。其目曰大衍曰天時曰田賦曰測望曰賦役曰錢穀曰營建曰軍旅曰市易。蓋自出新義。不循古九章之舊。有淳祐七年九月自序。攷直齋書錄解。有技術大略九卷。粵即秦九韶道古撰前二卷。大衍天時二類。打治歷則天者。詳癸辛雜識。又作數學大略。蓋即此書。而吳其石耳。直齋所錄。崇大紀元二歷云。

541/941/6

序

出现在秦汉之际的《九章算术》，是一部综合当时数学成就的经典巨著。自此以迄宋代，虽历代皆有著作，其中未遭散佚幸存至今者或则创见不多，或则仅及一隅（如《缉古算经》）。其能论述全面而富有创造性成就能与《九章算术》相比美者厥唯秦九韶《数书九章》一书。秦书之大衍求一术与增乘开方术，都已成为经典。夫“术”虽有时也代表公式或定理，但在大多数场合即犹今之“算法”。我国古算往往寓理于算，而以机械化的思想方法为其特色。求一算法与开方算法，即为体现这种思想方法的两大辉煌成就。这与西方数学之以演绎推理为主的公理化体系正相对照而互相辉映。秦汉之《九章》与宋代之《九章》，正是综述这种机械化思想体系所获成就的两大巨著。为复兴我国固有的传统数学，继承发扬其特色，以振兴我国未来的数学事业，有识之士正可从其中吸取力量。今继《〈九章算术〉与刘徽》一书之后，续以《秦九韶与〈数书九章〉》。仍按前者体例，汇集论文三十篇，从各个不同角度论述秦九韶其人、其书，以志不忘古人创业之艰、贡献之巨，并以勉后来者。是为序。

吴文俊

目 录

总论·····	白尚恕、沈康身、李 迪、李继闵 (1)
秦九韶年谱初稿·····	严敦杰 (12)
秦九韶传略·····	李 迪 (25)
《数书九章》流传考·····	李 迪 (43)
·宜稼堂本《数书九章》正误·····	沈康身 (59)
从《数书九章》看中国传统数学构造性 与机械化的特色·····	吴文俊 (73)
《数书九章》与《周易》·····	罗见今 (89)
《数书九章》对《九章算术》的 继承和发展·····	白尚恕、李兆华 (103)
“著卦发微”初探·····	李继闵 (124)
“大衍求一术”溯源·····	李继闵 (138)
《数书九章》中的大衍类问题及 大衍总数术·····	袁向东、李文林 (159)
秦九韶大衍求一术的新研究·····	莫绍揆 (180)
从“演纪之法”与“大衍总数术”看秦九韶 在算法上的成就·····	李继闵 (203)
关于“大衍总数术”中求定数算法的探讨·····	李继闵 (220)
中国古代不定分析的成就与特色·····	李继闵 (235)
库塔卡与大衍求一术·····	沈康身 (253)
《丽罗娃底》与《数书九章》·····	沈康身 (269)
秦九韶大衍总数术与关孝和诸约之术·····	沈康身 (285)
大衍术与欧洲的不定分析·····	白尚恕 (299)

《数书九章》中的天文问题.....沈康身(314)

秦九韶关于“调日法”的记述.....李继闵(327)

秦九韶测望九问造术之探讨.....白尚恕(338)

秦九韶测望造术思想之探讨.....李培业(354)

秦九韶与土木建筑学.....沈康身(373)

增乘开方法源流.....沈康身(398)

秦九韶方变锐阵题解法改正.....李兆华(428)

《数书九章》第九章互易三题释.....沈康身(433)

《数书九章》均货推本题分析.....沈康身(441)

《数书九章》中的统计资料.....李 迪(451)

《数书九章》与南宋社会经济.....李 迪(454)

李倍始《十三世纪中国数学》述评.....白尚恕、沈康身(467)

附录：秦九韶与《数书九章》研究论文目录.....(478)

总 论

白尚恕 沈康身 李 迪 李继闵

秦九韶是我国历史上杰出数学家之一，他的数学专著《数书九章》(原名《数术大略》)也广为学术界所知。为了使读者对秦九韶与其成就以及对后世的影响有所了解，这里略作介绍：

一、秦九韶事迹

秦九韶，字道古，一说生于公元1202年，一说生于公元1209年，死于1261年或以后，自称鲁郡人。其父秦季恂，与陈亮(1143—1194)同榜进士，后任四川巴州太守。1219年四川北部一带的宋军作乱，攻克巴州等地，秦季恂弃城逃走，带着全家到达南宋首都临安(今杭州市)。不久，秦季恂在南宋先后任工部郎中和秘书少监等官职。1225年被任命为四川潼川府知府。

秦九韶幼年随父在巴州，后到临安，他在《数书九章》自序中说：“早岁侍亲中都”，就是他早岁随父母在临安一事。在临安期间，正是他努力学习的时候，他不但和朝廷的天文历法家、建筑师等人多所接触，并“尝从隐君子受数学”。从而学习到丰富的科学技术知识。

他又和著名词人李刘有来往，并同他学习骈俪诗词，成为知友。秦九韶通过这一阶段的学习成为一位有学问的青年，为以后的研究工作打下了坚实的基础。

秦九韶跟父亲回到四川，先在乡里为义兵首，后任某县县尉。李刘曾推荐他到南宋朝廷担任校对官，他未赴任，仍留四川。

1236年，蒙古军队南下四川，秦九韶开始东撤，曾在湖北等地做官，最后定居于湖州(今浙江吴兴)。1244年以通直郎为建康府(今江苏南京市)通判，当年冬由于他母亲去世，回湖州守孝。守孝期间，他主要从事数学研究，于1247年完成《数书九章》九卷。

由于秦氏在天文历算方面的成就，经人推荐到朝廷，并有奏稿。

约于1254年秦九韶被任命为建康沿江制置司参议，不久又离职家居。他和朝廷要员如贾似道(1213—1275)、吴潜(1196—1262)等人都有来往，尤其和吴的关系更为密切。1258年，他到扬州找贾似道，贾推荐给潭州(今湖南长沙市)李曾伯(1198—?)，李派他到琼州，为代理琼州守。由于郡人“厌其贪暴，作卒哭歌以快其去”，代理数月就被免职，李曾伯送给他大批东西带回到湖州。之后，他到鄞(今浙江宁波市)找吴潜，吴推荐他任司农寺丞，有人建议任命他知临江军(今江西南昌市)，因刘克庄(1187—1269)等人坚决反对，两次任命都未实现。可以说秦氏仕宦生涯，到此已经结束。

正在此时，南宋统治集团内部斗争激烈，1260年贾似道执掌实权，吴潜被流放到潮州。后清洗朝廷中与吴有关的人员，秦九韶受到一些牵连。但毕竟与贾也有关系，还是派他到梅州(今广东梅县)做地方官，后来死在那里。

这就是秦九韶的简单生平。他的一生十分复杂，首先他是学者，知识渊博，思想活跃。他“性极机巧，星象、音律、算术以至营造等事无不精究。还尝从李梅亭(即李刘)学骈俪诗词。游戏、毬、马、弓、剑，莫不能知”。根据这段记载，可见秦九韶从自然科学到社会科学，从技术到文学，从游戏到武术无不通晓，实为当时我国不可多得的通才、全才。从《数书九章》一书的内容来看，与上面的记载完全相符。该书的内容以数学为主，可是把数学用于天文历法、水利工程、建筑、测绘、田亩、军事、商业贸易、税收、气象、货币金融等方面。这些数学问题，从社会、商

业、技术、科学等各个角度反映了南宋后期的实际情况。他自己住宅的建筑也极讲究，是他本人所设计，并有建筑实践；家中又有各种乐器，本人精通乐律。事实充分说明，秦九韶不仅学识渊博，而且有实践精神。从学术上来看，秦九韶还有创新精神，敢于突破前人的束缚，《数书九章》的编排和内容就是一例。

其次，他进入仕途之后受到各种谴责和谩骂，甚至飞章不断上到朝廷，死后仍在叫骂。刘克庄说他“暴如虎狼，毒如蛇蝎”，周密(1232—1308)引用陈圣观的话说：“如(秦九韶)所不喜者必遭其毒手，其险可知也”，并举“己未透渡，秦喜色洋洋”，杨守斋到其家，“坚欲苛留，杨力辞之，遂荐汤一杯，皆如墨色，杨恐甚，不饮而归”以及其他等事例。这些说法的真实性有多大，是个应当深思的问题。我们认为有些说法是真实的，秦氏的人品可能不好，他贪财、暴虐、好色等等，但这是封建社会中大多数官员的通病，并非秦氏一人如此。实际上，秦九韶是一个很有才干的人，虽然没有关于政绩的记载，可是他被主张蓄积人才的吴潜看中；晚年“在梅治政不辍”，都可以说明这一点。在某种程度上说，当时一些人对秦的叫骂有妒嫉成分在内，因而叫骂不免有失实或夸大之处，不能一概相信，要分析地对待。

最后，秦九韶的政治生涯没有顺利的时候，多是数月就被调动或免职，到处奔波，从未安定过。晚年时几次任命，都因遭到反对而撤消。

总之，他的学术研究没有得到应有的发展，政治才干也没有得到施展的机会。可以说是在不得志中了其一生。由于他在数学上的卓越成就，使他在中国乃至世界科学史上占一席之地。

二、《数书九章》内容概述

《数书九章》列算题八十一道，分为九类。有些是按题文所涉自然现象(如第三卷天时类)或社会现象(如第五卷赋役类)，有的是

按题文所及数学现象(如第一卷大衍类)分类。限于历史条件和认识水平,这样分类未尽人意,难免互有交叉。总的说《数书九章》能继承并发扬《九章算术》以来我国数学传统,内容丰富多采,出类拔萃,推陈出新,真是青出于蓝而胜于蓝。题文不只谈数学,还详及自然现象、社会生活。尤为我国历来数学专著所仅见。

《数书九章》在数学内容上颇多创新,能道前人所未道。中国数码字记数法在此得以完整保存。自然数、分数、小数、负数都有专条论述,无理数虽未列专论,但借助于求微数可以取其近似值到所需精度。最大公约数和最小公倍数灵活运用,《数书九章》继《九章算术》更相减损求等数方法,能进一步熟练。我国古代无素数概念,秦氏首创连环求等,借以求几个数的最小公倍数。在比例问题上《数书九章》又有深刻一层的认识,《九章算术》重今有术(连比例法)止于三对变量。《数书九章》设题达五对之多,层层变换,有条不紊,体现了刘徽对此预言“虽四五转不异也”。《数书九章》还模拟《九章算术》以漆、易油和漆题,衍为出谷、得米、易麦、踏曲、酝米题,题意源出盈不足而不落窠臼、另辟蹊径;改用重今有术解,真可谓推陈出新,立术新颖可喜。同余式方面的创造发明尤其是《数书九章》最大特色之一。在《孙子算经》物不知数基础上总结成大衍求一术,使解题规格化、程序化,又从物不知数两两互素模数推广为非两两互素模数。对解一次同余组问题有关奥妙哲理,曲尽无遗。所设定母、衍数、衍母、乘数、求各总、并总及所求率数,秦氏心细如发,道来井然有序,娓娓引人入胜。秦氏早于五百多年能言德国数学家高斯所说新鲜事。大衍总数术所说“借数”,虽同赘设,但在其“用数”互通有无、借贷关系却是正确无误的,而个中道理,吾人只能用现代数论知识始可道其详。

在几何领域内《数书九章》也有精湛成果,三斜求积公式即为一著例,为我国传统数学填补了空白,使希腊哲人海龙所创边长表示的三角形面积公式不专美于前。东方数学有其特色,循自己

道路，同样可以有所发现和发明，异途同归，此公式即为一范例。中国和印度都有用三边表示的三角形面积公式，近来查明中印都在勾股术上久有素养，家学渊源、其来有自。

在代数学方面《数书九章》“均货推本”题记有四元线性方程组，秦氏吃透《九章算术》方程术，将题设二十个数据列为“方程”^①（首图），依次相乘直除，作算图十四幅，图旁详注变换因果关系，直至系数矩阵化为单位矩阵止（终图），按步就班，其精审无讹，一如今日大学生作业。《数书九章》也仅此一例有完整方程术演算实录，史料价值极高。显示早于高斯二千年我国已有这种消去法。在数值解多项式方程方面《数书九章》继贾宪增乘开方法（1050）进而作正负开方术，发明“投胎”、“换骨”诸术，允许多项式方程系数可以是负数。在扩（缩）根（进退系数数位）、在估根（用常数与一次项系数之比为准）、在减根（用综合除法）较贾宪原术有更为明确的记录，其“兴田求积”草文，是一典型。说明数值解方程至此已到炉火纯青的地步。比之五个世纪之后英国人霍纳的类似“新”方法，不仅在时间上优先而且也在质量上制胜。

数学内容而外，从《数书九章》还可以看到南宋时代社会经济、文化、生活、科学、技术等各种活动的一个侧面。《数书九章》题文所记大致是真实的。例如第三卷天时类从此可以窥测当时天文工作和气象工作；推算积年和降水仪器及其算法都是我国最早文献。从“推土计功”、“三斜求积”、“计地容民”、“围田先计”等题可见“民以食为天”。南宋偏安江南，官民争相扩大耕地，于此也推进了数学科学的发展。第十一卷钱谷类、第六卷赋役类、第九卷市物类记载了当时借贷关系、海外贸易、粮食互换、冶炼工艺、金银比价、运输派工许多社会现象。第十五卷军旅类述宋代用兵、步卒操练、兵器给养等，正可以补宋代兵法《武经总要》（1044）之不足，其第七卷测望类、第十三卷营建类所设问题尤饶兴味。土木

① “方程”，即今称矩阵。

工程施工之前最重测量，从测量九题可以见宋人对此学之精到，而营建九题广及筑城、垒台、建屋、造楼，浚河、壅坝、夯土、铺地以至功限、考勤，题问图文并茂，兼及具体数据，大可以翼同代人李明仲《营造法式》(1103)。《数书九章》某些记载为建筑史提供可靠文献以补文物无徵，例如“表望浮图”记通天塔心柱，这种承重构件海内已无实物可考；《营造法式》虽为宋建筑百科全书，但造塔之制适付缺如。又“计定城筑”一题所说城墙造法，远详于《武经总要》及《营造法式》所说，对照今存宋城，其结构与之若合符节。

三、秦九韶的主要贡献及其在 数学发展中的价值

秦九韶的《数书九章》是宋元数学代表作之一，它在许多重要数学分支领域内的杰出成就是前所未见的。

如所周知，中世纪数学的中心课题是寻求应用问题的一般解法。当时，对于有定问题最困难的堡垒是高次方程问题的解法，而对于不定问题的兴趣则集中在同余问题与不定方程整解求法方面。《数书九章》关于高次方程的数值解法和解一次同余问题的大衍总数术，正是中国传统数学在这两个方面所取得辉煌成就的出色总结。以此而论，可以毫无夸张地认为秦氏的著作标志着中世纪世界数学的最高水平。

中国传统数学以注重实用为基本特征，因而自始至终中算家的高次方程问题研究完全致力于它的数值解法，即开方术的探索。早在汉代的《九章算术》中已有了开平方术与开立方术的系统、完整的记述，并运用带从开平方法解二次方程应用问题。十一世纪，贾宪将刘益的正负开方术推广为一般高次方程问题数值解法。提出“增乘开方法”给出了开任何高次方的统一运算法则，它随乘随加，简便易行，并且还可以推广到求高次方程的正根上去。秦