

天然水和污水净化过程 的最优化

B. B. 纳伊坚科

〔苏〕 A. II. 库拉科娃 著

И. A. 舍连科 英

陈积福



化学工业出版社

天然水和污水净化过程 的最优化

B. B. 纳伊坚科

〔苏〕 A. II. 库拉科娃 著

И. A. 舍连科夫

陈积福 袁维颖 译

化学工业出版社

内 容 提 要

本书系统地阐述了天然水和污水净化过程最优化的有关问题,问题的数学提法,工艺过程数学模型的建立,最优化准则的选择,目标函数极值的求法。书中列举了许多天然水和污水净化过程最优化问题的求解实例。

本书可供科研、设计部门的有关科技人员阅读,也可供大专院校有关师生参考。

В. В. Найденко, А. П. Кулокова,

И. А. Шеренков

Оптимизация процессов очистки природных и сточных вод

Москва Стройиздат 1981

天然水和污水净化过程的最优化

陈积福 袁维颖 译

责任编辑 骆文敏

封面设计 季玉芳

*

化学工业出版社出版发行

(北京和平里七区十六号楼)

化学工业出版社印刷厂印刷

化学工业出版社印刷厂装订

新华书店北京发行所经销

*

开本 $787 \times 1092^{1/32}$ 印张 $5^{7/8}$ 字数133千字

1990年9月第1版 1990年9月北京第1次印刷

印 数 1—4,000

ISBN 7-5025-0740-X/TQ·422

定 价3.40元

目 录

绪论	1
第一章 工艺过程的数学模型	4
1. 随机性模型	6
2. 确定性模型	9
3. 数学模型综合法	11
4. 数学模型是否符合实际的检验	18
第二章 最优化准数和工艺过程参数的约束条件	30
1. 最优化的工艺准数	30
2. 最优化的热力学准数	35
3. 最优化的经济性准数	39
4. 净化装置及构筑物结构参数和工艺参数的约束条件	41
第三章 最优化的数学方法	44
1. 线性规划法	44
2. 非线性规划法	50
3. 动态规划法	66
第四章 天然水和污水净化过程最优化问题的求解实例	74
1. 压滤机中污水沉淀物脱水过程的最优化	74
2. 水除盐装置结构参数和工艺参数的最优化	76
3. 压力式浮选法污水净化过程的最优化	81
4. 天然水臭氧消毒装置的最优化	87
5. 水力旋流器净化污水装置的最优化	92
6. 非线性规划法用于污水生物净化和沉淀处理系统的 最优化	112
7. 动态规划法用于污水生物净化系统的最优化	134

8. 用系统分析法和图解分析法解污水生物净化子系统的最优化问题	142
9. 根据水力工况和生物化学变化动力学的数学模型解污水生物净化子系统的最优化问题	163
参考文献	179

结 论

国内外经验证明，将最优化方法用于天然水和污水净化装置的设计是有很有效的。用线性规划、非线性规划和动态规划法，在电子计算机上解最优化问题，能以很高的精确度确定目标函数的整体极值。从而确定天然水和污水净化装置工艺参数和结构参数的最佳值。

在大多数情况下，天然水和污水净化过程最优化问题的数学提法和求解过程包括以下主要步骤：

1. 准备工艺数据和经济性资料，以进行统计处理；
2. 确定函数和主要工艺结构参数的相关系数，建立过程的数学模型；
3. 拟定出最优化准则。对目标函数进行数学分析。选择求目标函数极值的方法；
4. 编制计算程序并在计算机上求解。

是否能成功地解决最优化问题，在很大程度上取决于工艺数据准备得是否完全和准确，天然水和污水净化过程的实验室和工业试验资料是否可靠。经济性资料有举足轻重的作用，它表征出装置和构筑物所有元件的主要价格指标：设备材料价格、建筑安装费用、运行费用等。原始资料可用表格或解析关系的形式输入。

解最优化问题最困难的一步是建立天然水和污水净化过程的数学模型。当不可能以解析函数、常微分方程组、偏微分方程组等形式建立数学模型时，工艺过程和结构参数、工艺参数

间的相互关系可用控制论的方法表达。

拟定和分析目标函数是提出最优化问题和选择其解法的最后一步。经验表明，求解最优化问题的这一步并不都能对目标函数做出完全的估计（函数是单峰的还是多峰的。极值点是在允许范围的边界内还是在允许范围的边界上）。对函数估计的这种不确定性造成选择求极值方法上的困难。这时应使用联合搜索法，用计算机在给定范围内对该函数进行充分详细的研究。

静态最优化问题应该区别于动态最优化问题。后者主要是在自动调节和操作系统的综合阶段解决。

工业污水净化过程动态最优化方面的第一批系统工作见И. В. 戈尔金、Н. Б. 玛努索娃和Л. Н. 斯米尔诺夫的专著^[9]。专著中研究了动态最优化的实际问题，详细地分析了求解过程所有阶段的方法。毫无疑问，在建立天然水和污水净化系统时，静态最优化和动态最优化问题必须同时解决。这种情况下，系统才得以最全面和最充分的分析。

根据最优化经济性准数提出的最优设计问题，是确定折算费用最小时装置和构筑物的工艺参数和结构参数。例如在铸造业污水净化构筑物（包括储水箱、压力旋流器、压力快滤池、泥渣斗、加药设施、水泵）最优设计过程中，要确定下列参数的最佳值：一级二级水力旋流器的直径、泥渣量、水力旋流器进水压力、储水箱和储渣箱的容量、水泵流量和扬程、快滤池滤速、清洗水耗量、药耗。确定了装置的最优参数后，要解决动态最优化问题，即确定水力旋流器泥渣管径最佳值与进水悬浮物浓度的关系（而后把这些信息贮存到水力旋流器最优调节系统的记忆装置中）；确定药剂量最佳值与压力水力旋流器前级处理中悬浮物浓度的关系，以建立药剂自动剂量系统控制作

用的规律。

在天然水和污水净化方面,最优化设计问题内容十分广泛。本书仅叙述了这方面的主要问题以及最有代表性问题的提法和实际解法。

第一章 工艺过程的数学模型

为了能在计算机上解天然水和污水净化过程的最优化问题，必须先有该过程的数学模型。过程的完整数学模型包括过程主要参数，主要参数间的关系，过程的约束条件和最优化准则。

工艺过程的状态可用下列主要参数描述：

1. 输入参数 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 。其值可以测量，但不可能对这些参数施加影响。例如进入净水设施的地下水的含盐量；

2. 操作参数 $u_1, u_2, \dots, u_r$ 。根据工艺要求的不同，可以改变这些参数，从而对过程加以控制。例如，药品剂量，它对污染物凝聚过程影响很大；

3. 状态特征参数 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 。这些参数确定了过程工况。换言之，它是输入参数和操作参数综合作用产生的状态。例如：污水净化过程的状态特征参数是净化污水中污染物的浓度；

4. “扰动”参数。其值是随机方式变化的。例如：电镀车间工业污水采用流动中和系统时，剂量装置的滞后性对净化质量有很大的影响。

过程主要参数间的关系可以用能反映状态特征与输入参数、操作参数间关系的显函数形式给出。也可以用隐函数、常微分方程组或偏微分方程组的形式给出。工艺过程模型最方便的形式是把每一状态特征都表示成输入参数和操作参数的函数：

$$y_i = f_i(\bar{x}, \bar{u}), \quad i = \overline{1, n} \quad (1.1)$$

式中 $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ —— 输入参数向量;

$\bar{u} = (u_1, u_2, \dots, u_r)$ —— 操作参数向量。

通常, 最优化准数是过程主要参数的函数:

$$Q = Q(\bar{y}, \bar{x}, \bar{u})$$

式中 $\bar{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ —— 过程状态特征向量。

在建立工艺过程模型时, 必须注意到客观实际对操作参数和过程状态特征参数变化范围的限制和约束。这种限制是由技术要求、物理上实现的条件、可靠性等所引起的。例如: 在使用卧式泥浆泵把泥浆送到水力旋流器时, 确定水力旋流器进口压力的实际范围要考虑到水泵工作压力的范围 (在效率最大时), 约为 $0.12 \sim 0.41 \text{ MPa}$ 。这时对进口压力的限制可写成不等式形式: $0.12 \text{ MPa} \leq P_{\text{进口}} \leq 0.41 \text{ MPa}$ 。

一般情况下, 约束条件可以用联系过程主要参数间关系的等式或不等式表示:

$$R_j(\bar{y}, \bar{x}, \bar{u}) = 0, \quad j = \overline{1, k};$$

$$R_j(\bar{y}, \bar{x}, \bar{u}) \leq 0, \quad j = \overline{k+1, l}$$

如果模型把过程所有状态特征都表示成输入参数和操作参数的显函数形式 (1.1), 则最优化准数和约束条件可表示成这些参数的函数:

$$Q = Q(\bar{y}, \bar{x}, \bar{u}) = Q(\bar{f}(\bar{x}, \bar{u}), \bar{x}, \bar{u}) = \tilde{Q}(\bar{x}, \bar{u}); \quad (1.2)$$

$$R_j(\bar{y}, \bar{x}, \bar{u}) = \tilde{R}_j(\bar{x}, \bar{u}) = 0, \quad j = \overline{1, k}; \quad (1.3)$$

$$R_j(\bar{y}, \bar{x}, \bar{u}) = \tilde{R}_j(\bar{x}, \bar{u}) \leq 0, \quad j = \overline{k+1, l} \quad (1.4)$$

这时, 最优化问题就归结于, 给定输入参数 $\bar{x}$ 时, 求出操作参数 $\bar{u}$ 的值, 使函数 (1.2) 在约束条件 (1.3), (1.4) 下达到

极值。

建立工艺过程的数学模型有许多方法。选择何种方法取决于建立模型的目的以及拟定模型时研究者面临问题的特性。

但是，在任何情况下，必须掌握工艺过程的完整资料，特别是要选择反映工艺过程特征参数，并考虑到各参数之间的相互作用。

数学模型可分为两类：随机性模型（概率性模型）和确定性模型。

1. 随机性模型

实际过程都是在大量随机因素作用的条件下进行的。过程状态的特征表现为随机函数。过程状态特征的随机性是由输入参数或操作参数的随机性，以及过程自身进行中的随机性所决定的。一般情况下，前述所有因素都具有随机性。考虑随机性因素影响的数学模型称为概率性模型或随机性模型。

有随机因素的过程可以用给定的概率分布来描述。随机过程在每一具体试验中的实现都是非随机的和完全确定的。重复实现同一过程所得到的状态特征也是随机量，它不能客观地表征过程的状态。所以状态特征通常取多次过程实现的数据平均值。如果为估计状态特征所用的实现次数足够多，则根据大数定律，得到的估计就具有统计稳定性，取其作为过程状态特征的近似值将有足够的精确度。

水平沉淀池中悬浮物沉淀过程的随机性模型

这种随机性模型是Г. И. 帕弗洛夫为描述悬浊液澄清过程而提出来的。悬浮物在沉淀池中的沉淀过程用三个基本参数的相互作用来刻画。这三个参数是：初始悬浊液固相颗粒的沉降速度（或称水力粗度） u_c ，沉淀池中液体的平均水平速度 v_c 和向上湍流速度分量 ω 。

众所周知，垂直速度分量 ω 是遵从正态分布的随机量，其分布密度为：

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (1.5)$$

式中 σ_ω ——垂直速度分量 ω 的方差。

可以认为，在沉淀过程中，运动轨迹与沉淀池的假想底平面^①相交的所有颗粒都被沉淀池截留了。视水平速度 v_c 为常数，它可按沉淀池有效截面平均计算：

$$v_c = \frac{Q}{BH}$$

式中 Q ——悬浊液的计算流量；

B, H ——分别为沉淀池的计算宽度和深度。

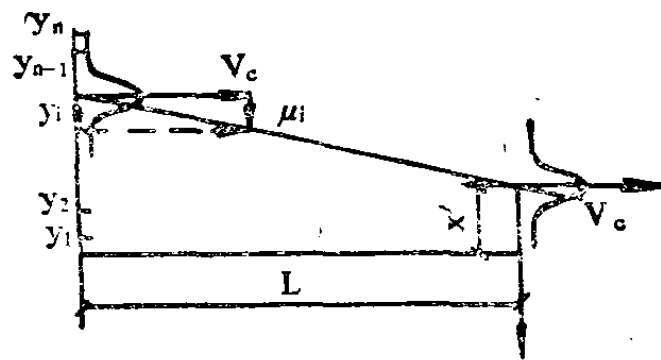


图 1 悬浮物在水平沉淀池中的沉淀示意图
(随机性模型)

考虑到垂直分量 ω 的随机性，可以在给定 H 值的条件下，从要求截留的悬浮物数量 Φ （由不同沉速颗粒构成的）计算沉淀池长度 L 和宽度 B 。沉降速度为 u_i ，水平速度为 v_c ，从高度

① 中性层上界。

y_i 处, 沉在路径 L 段上的悬浮物百分数由下式确定 (图1)。

$$\Phi_{ii} = \frac{100}{\sigma_{\omega} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x'_{ii}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{\omega}^2}} dx = \frac{100}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_{\omega}} \int_{-\infty}^{\frac{x'_{ii}}{\sqrt{2} \sigma_{\omega}}} e^{-t^2} dt \quad (1.6)$$

式中
$$x'_{ii} = \frac{Lu_i}{v_c} - y_{ii} \textcircled{1}$$

且 $\sigma_{\omega} = \frac{\sqrt{L} (\sqrt{H} - 0.2)}{2.74 \sqrt{2}}$ 。沿高度方向将沉淀池分成许多区域, 各区域重心与沉淀池底的距离为 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 。假定开始时各种沉降速度的颗粒沿沉淀池高度上的分布是均匀的, 则在沉淀池全高上某种沉速悬浮物沉降的百分数 Φ_i 为

$$\Phi_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Phi_{ii} \quad (1.7)$$

很明显, 被截留在沉淀池中由各种沉速颗粒组成的悬浮物沉降百分数 Φ 由下式确定:

$$\Phi = \sum_{i=1}^k \frac{P_i \Phi_i}{100} \quad (1.8)$$

① 此式原文似误, 应为 $x'_{ii} = u_i - \frac{y_{ii} v_c}{L}$, 这可证明如下: 在 y_{ii} 处颗粒沉降在

L 上的条件是 $\frac{v_{ii}}{u_i - x} < \frac{L}{v_c}$ (x 是垂直的速度分量, 即 ω)

$$\therefore x < u_i - \frac{y_{ii} v_c}{L} = x_1$$

$$\text{于是 } \Phi_{ii} = \int_{-\infty}^{x_1} f(x) dx = \frac{100}{\sigma_{\omega} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u_i - \frac{y_{ii} v_c}{L}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{\omega}^2}} dx$$

——译者注

式中 P_i ——悬浮物中第 i 种沉速颗粒的百分数，其值由沉降曲线确定；

k ——沉速分类数。

这样一来，在沉淀池中除去悬浮物的效率可用随机性模型确定，同时还确定了澄清后水中固体颗粒的粒度组成。

应该考虑到，随机量的作用会使过程状态特征平均值产生偏差。

实际上，如果状态特征 y 是随机参数 s 的已知函数， $y = f(s)$ ，则状态特征平均值 $\bar{y}$ 并不是随机参数平均值 $\bar{s}$ 的同一函数，即

$$\bar{y} \neq f(\bar{s}) \quad (1.9)$$

因此，考虑了随机因素影响的随机性模型，在随机因素影响较大的场合，比确定性模型更精确。

应该指出，直到现在天然水和污水净化过程的随机性模型应用得还很少。不使用随机性模型的主要原因是缺乏工艺参数随机量分布函数的资料。在这方面，近代科学技术成就的发展趋势已表明，必须建立工艺过程准确而灵活的数学模型，那样就可以考虑到输入参数和操作参数值的分布规律而实现净水过程的最优化。

按照我们的观点，在不久的将来，随机性模型将会在天然水和污水净化过程的数学描述中得到广泛的应用。水力旋流器、离心机、分离器和沉淀池中悬浊液和乳浊液的分离过程，水库的自净化过程，用浮选法除去污水中的悬浮物和石油产物的过程等等，在上述这些方面建立过程随机性模型的工作很有意义，并且很有前途。

2. 确定性模型

描述下述过程的模型称为确定性模型：没有随机因素影响

的过程，或者虽有随机因素影响，但这种影响在模型中可不予考虑，即这时假定是随机量的平均值在起作用，而不必考虑随机量的分布。

水平沉淀池中悬浮物沉淀过程的确定性模型

计算水平沉淀池时，如果不考虑水流的垂直速度分量 ω 的分布密度，就很难估计沉淀池所截留的悬浮物百分数。这种计算其实就是根据给定的池深 H ，沉淀池截留悬浮物的条件——沉降速度 $u \geq u_0$ ①，在最不利的情况下，确定沉淀池的长 L 和宽 B 。水流上层的颗粒符合这些条件，因为这些颗粒的运动路径最长。取 $\omega = \sigma_\omega$ 为水流垂直速度分量 ω 最不利的值，且认为 ω 的

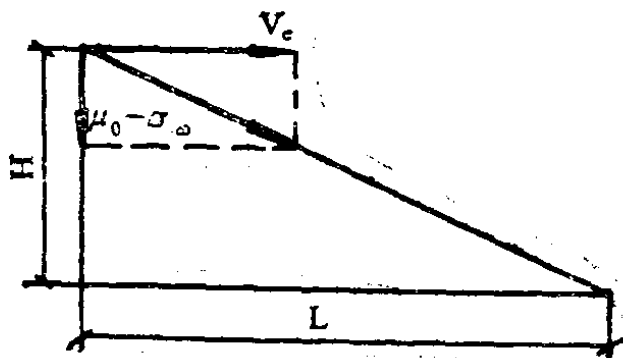


图 2 悬浮物在水平沉淀池中沉淀示意图
(确定性模型)

方向是垂直向上的。这时沉淀池的长 L 和宽 B 由下式确定 (图 2)：

$$L = \frac{H v_c}{u_0 - \sigma_\omega}; \quad B = \frac{q}{v_c H}$$

式中 q ——水的计算流量；

① 原文误为 $u \leq u_0$ ——译者注。

σ_{ω} ——垂直速度分量 ω 的方差;

v_c ——水平速度的平均值。

将沉淀池中悬浊液澄清效率的计算数据和实际数据加以比较,可以看出,随机性模型的结果更精确。上述水平沉淀池两种模型的共同缺点是没有表达沉淀池工作室中真实的水力学状况。

3. 数学模型综合法

建立数学模型是从用公式描述对象的工艺过程开始的,也从描述设施中发生的物理化学、热力学及水力学现象开始的。一一列出要考虑的主要子过程,就确定了数学模型中要包含的全部主要参数。这时应确定其中哪一些参数是随机量。用公式描述工艺过程本身,就包含着所研究问题的提法。在建立最优化问题的数学模型时,选择什么样的最优化准数,在很大程度上确定了数学模型的形式。

选择了最优化准数,确定了过程的主要参数以后,就可以建立它们之间的关系了。在建立过程参数之间的关系时,首先要利用已知的物理定律、化学定律以及实践验证过的数学关系。

例如,为了计算压力式水力旋流器内悬浊液的分离效率,高尔基工程建筑研究所归纳出一组微分方程。对该微分方程组积分,就可以计算出压力式水力旋流器工作室中固相颗粒运动轨迹的坐标,并且考虑到了真实的水力学状况^[18]。

用圆柱坐标 (r, φ, z) , 该微分方程组的形式为:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \pi R_i^3 (2\rho_r + \rho_c) \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) = \\ & = \frac{2}{3} \pi R_i^3 (2\rho_r + \rho_c) \frac{v_\varphi}{r} - \frac{4}{3} \pi R_i^3 \rho_c \frac{v_\varphi}{r} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4}{3} \pi \rho_c R_r \lambda \left(\frac{dz}{dt} v_\varphi - r \frac{d\varphi}{dt} v_z \right) - \kappa \mu^{2-n} \rho_c^{n-1} d^n \times \\
& \times \left[\sqrt{\left(\frac{dr}{dt} - v_r \right)^2 + \left(r \frac{d\varphi}{dt} - v_\varphi \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} - v_z \right)^2} \right]^{n-1} \times \\
& \times \left(\frac{dr}{dt} - v_r \right); \\
& - \frac{2}{3} \pi R_r^3 (2\rho_r + \rho_c) \left(r \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} \right) = \\
& = \frac{4}{3} \pi \rho_c R_r \lambda \left(\frac{dr}{dt} v_r \textcircled{1} - \frac{dz}{dt} v_z \right) - \kappa \mu^{2-n} \rho_c^{n-1} d^n \times \\
& \times \left[\sqrt{\left(\frac{dr}{dt} - v_r \right)^2 + \left(r \frac{d\varphi}{dt} - v_\varphi \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} - v_z \right)^2} \right]^{n-1} \times \\
& \times \left(r \frac{d\varphi}{dt} - v_\varphi \right); \\
& - \frac{2}{3} \pi R_r^3 (2\rho_r + \rho_c) \frac{d^2z}{dt^2} = - \frac{4}{3} \pi \rho_c R_r^3 \lambda \times \\
& \times \left(r \frac{d\varphi}{dt} v_r - \frac{dr}{dt} v_\varphi \right) - \kappa \mu^{2-n} \rho_c^{n-1} d^n \times \\
& \times \left[\sqrt{\left(\frac{dr}{dt} - v_r \right)^2 + \left(r \frac{d\varphi}{dt} - v_\varphi \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} - v_z \right)^2} \right]^{n-1} \times \\
& \times \left(\frac{dz}{dt} - v_z \right), \tag{1.10}
\end{aligned}$$

式中 v_φ ——水力旋流器工作室中液流的圆周速度分量;
 v_z ——水力旋流器工作室中液流的轴线速度分量;
 v_r ——水力旋流器工作室中液流的径向速度分量;

① 原文误为 v_z ——译者注。