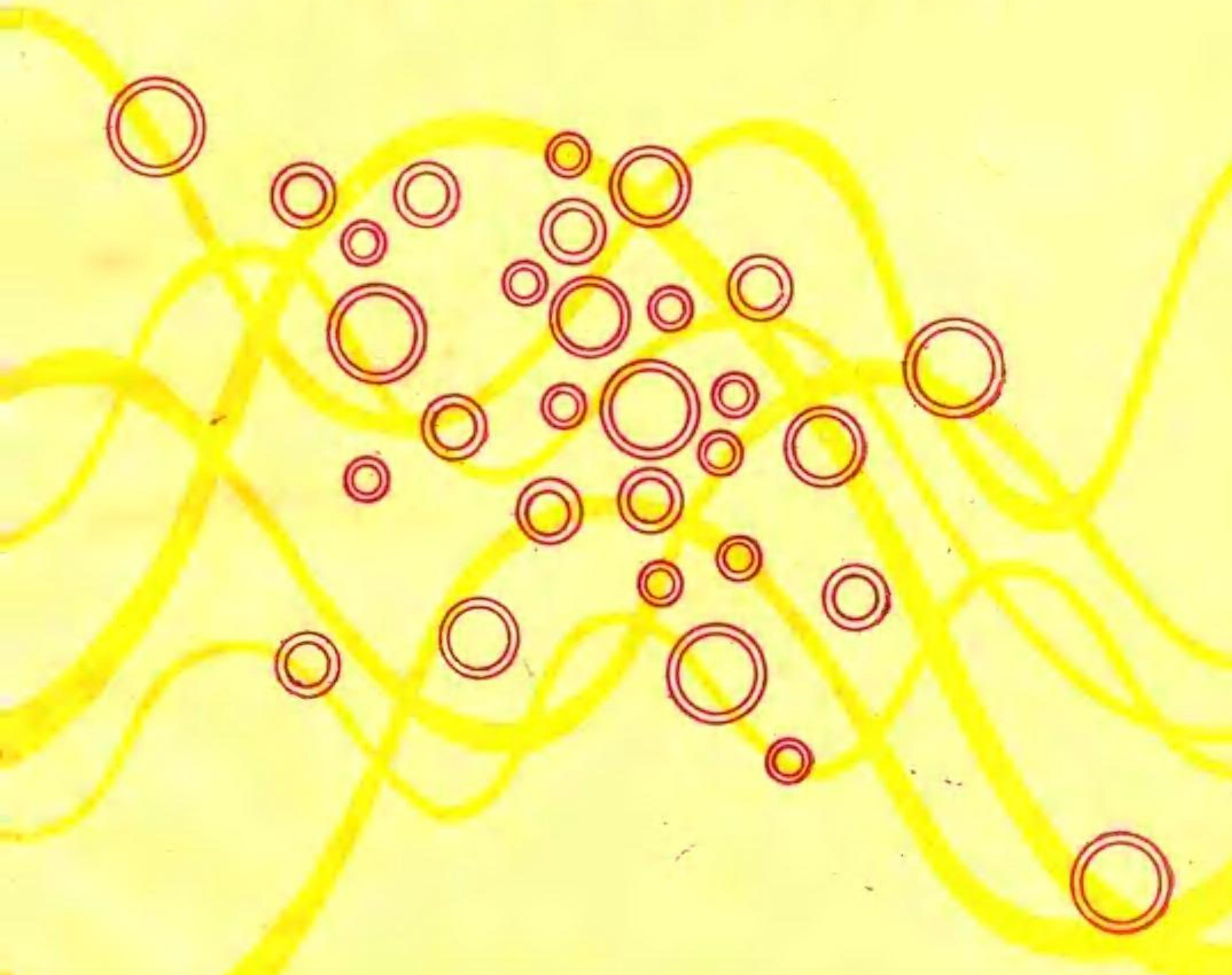
地震统计预报论文集

国家地震局分析预报中心　福建省地震局　编



地震出版社

地 震 统 计 预 报 论 文 集

国家地震局分析预报中心
福　建　省　地　震　局　编

地 震 出 版 社

1 9 8 2

内 容 提 要

本书内容有前兆观测资料的统计分析，若干地震的统计预报效果和预报方法，地震环境因素与地震活动关系的统计研究等，可供地学、数学、天文、气象等学科从事地震预报研究的科技工作者和大专院校师生参考。

地震统计预报论文集

国家地震局分析预报中心
福建省地震局 编

◇

地震出版社 出版

北京复兴路63号

福建师范大学印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

全国各地新华书店经售

◇

787×1092 1/16 9印张 插页1 200千字

1982年6月第一版 1982年6月第一次印刷

印数 0001—2600

统一书号：13180·139 定价：1.00元

前　　言

近十几年来，统计预报方法已在我国地震预报的研究和应用中占有不可忽视的地位，特别在中期预报中取得了一定的效果。为了更好地推进这一工作，一九八〇年九月二十一日至二十六日，国家地震局分析预报中心在厦门召开了地震统计预报经验交流座谈会。参加会议的有部分省地震局、国家地震局所属研究所(队)及南开大学、国家海洋局、中央气象局等协作单位从事地震统计预报工作的科技工作者。会议总结了一九六七年以来，在地震工作中开展统计预报研究的成果、经验和问题；交流了近年来地震统计预报研究的新成果和新方法；讨论了今后统计预报工作发展的方向和内容，并提出了一些改进工作的措施建议。

这次会议收到三十余篇论文和总结，其内容概括起来，有以下几个方面：（1）开展地震统计预报工作的总结和回顾；（2）前兆观测资料的统计分析研究；（3）预报效果及预报方法的评价方法；（4）地震环境因素与地震活动关系的统计研究。本论文集基本反映了上述四个方面的内容。我们希望它能有助于我国地震统计预报工作的深入和进一步发展。

本论文集的出版得到了福建省地震局的大力支持，福建省地震局吕浩江、张尚识、陈承照，张　弦、庄金盾、余兆康、邱黎明同志，国家地震局分析预报中心强祖基、肖连玉、徐道一、高　旭、冯　义、邢如英、马文桥同志做了大量工作，在此特致谢意。

1982年6月

目　　录

前　　言

我国地震统计预报学的概况……………………………………………………徐道一　高旭（1）

国外地震发生的随机模型点滴……………………………………………………李漳南（7）

关于1976年四川松潘大地震的统计预报………王梓坤　李漳南　吴　荣　朱成熹（17）

关于极值分布的半不变量……………………………………………………秦卫平（24）

全球地震活动性的多道维纳滤波和预测……………………………………………徐道一（29）

我国气象与地震关系研究的进展……………………………………………………陈玉琼（43）

大气降水对地震活动某种调制作用的初步讨论……………………李海华　谢凤兰（51）

四川强震与降水关系初探……………………………………………………罗　伟（58）

地震前兆数据功率谱分析方法…………………………邢如英　卢振业　孙若昧（67）

地震前兆手段观测的综合判断……………………………………………………张　弦（78）

关于台湾地震周期性的探讨……………………………………陈承照　邱黎明（84）

极值理论的应用……………………………………………………彭美凤　张尚识（89）

中国三千年地震随机点过程触发模式……………………………宋良玉　王振华（95）

一种中长期预报方法……………………………………………………黄世奇（103）

新疆地震统计预报和一些问题的初步讨论…………………………………黄克强（108）

用马尔柯夫链做中强震迁移预报…………………………………………冯　义（112）

地震过程的几个突变理论模型……………………………………康仲远　陆松淦（121）

天文周期地震预报………………………………………郑文振　安振声　徐道一（132）

我国地震统计预报学的概况

徐道一　　高　旭

（国家地震局分析预报中心）

地震的发生在时间上和空间上呈现出十分复杂的图象，它的成因仍然是需要不断探讨和进一步研究的问题。正如有人说过的，地震是由于不清楚的原因，在不清楚的地方发生了不清楚的作用而产生的（安艺敬一，1956*）。近十几年来，地震预报工作有了明显的进展，但预报地震（尤其是大地震）的三要素仍是尚未解决的科学难题。由于统计数学方法可以帮助人们从大量的现象和数据中排除干扰，提取更多信息，进行定量和半定量的预测，因而地震统计预报方法在实际测报工作中取得了一定的效果，逐步发展成为一个独立的分支。

地震统计预报学的定义、内容和方法

一）定义

地震统计预报学的涵义分狭义和广义两方面。狭义的理解就是应用概率论和数理统计方法来预测地震三要素。主要从研究对象（地震）的随机性质出发，研究它的统计特性进行统计预测。

对地震统计预报的广义理解就不局限于数理统计方法，而包括一些与数理统计有密切联系的其他应用数学方法，如控制论、调和分析、图象识别、模糊数学、数字滤波等；从研究对象来说，它也不局限于统计规律，而包括具有物理背景的周期性等研究。总之，地震统计预报学是应用统计及有关应用数学（简称统计数学）的方法来定量地预测地震发生的一门学科。

国外有人提出统计地震学（安艺敬一，1956），实际上主要是研究地震的发生。后来，有人提出地震统计预报（Lomnitz，1966，地震统计预报）。

二）内容

地震统计预报学的基本内容可概括为下列几个主要部分：

1）数据的预处理方法的研究：研究数据的可靠性和准确性。根据一定准则选取有用数据（如某震级下限，时间上下限等），剔除无用数据，或对数据进行变换（对数变换、指数变换等），插值（补缺等）、规格化、分离和滤波等，数据预处理方法的选取要适应于数学模型和预测效果。预处理适当能显著提高预测效果。

2)概率分布等统计特性和周期性检验。根据所用方法的要求，对数据进行随机性

* 安艺敬一，1956，统计地震学现状。地震，9卷，2期

（如正态分布、极值分布、普阿松分布、维布尔分布），平稳性等统计检验。通过周期图、功率谱、频谱等方法确定数据中周期或频率成分的振幅和相位。

3)数学模型的建立。对实际数据应用各种数学方法（如最小二乘法、蒙特卡洛法、有限单元法等）进行逼近、拟合、模拟，建立一些公式来定量地表达用于预测目的的各个变量之间的复杂关系。常用的有马氏过程模型、自回归模型和各种综合模型。

4)预测效果检验方法的研究，研究衡量所建立数学模型的内符、外推和实际预报效果方法，各种检验准则(如贝叶斯准则等)的效能。很多数学方法在内符、外推中效果较好，而实际预报时效果明显不同，需要认真研究原因，设法克服。对预报效果的评分方法的研究亦可归于此类。

三）方法

在地震统计预报中应用的数学方法可有下列几种：

1)马氏过程：用马氏过程的随机转移特性研究地震迁移和变化。侧重在发震地点的预测。

2)时间序列分析：把地震序列看作一个时间序列，充分利用数据顺序信息来预报地震的发生。侧重在发震时间的预测。

3)相关、回归分析：应用事物之间的统计相关性建立经验公式用于预测。

4)图象识别法：对多因子进行筛选，利用多因子进行分类判别和预测，是综合预报的一种方法。

5)调和分析：当资料中存在各种周期性变化，应用调和分析可取得较好的预测效果。

6)极值理论：极值方法只要求观测数据取某一个时间间隔的最大值，对资料要求较低，适用于大地震漏记可能性小而小地震较难有完整记录的实际情况。

7)模糊数学：对数据不要求有统计分布特性的假设前提，可进行模糊分类、模糊预测等。

我国地震统计预报学的产生和发展

1966年前，我国地震工作主要是从事地震的记录和分析。邢台地震对人民生命财产造成重大损失，党和国家十分重视，大力开展地震预测预防工作。在此基础上，开展了地震统计预报工作。一方面学习了国外的一些方法，如极值、时间序列、概率分布等；另一方面结合国内地震特点，应用各种统计数学方法进行探索。海洋、气象、天文、地质各个领域中参加地震预报工作的同志，把各个领域中的一些数学方法应用于地震三要素的预测工作。很多数学家把一些新的数学方法应用到地震预报工作中，取得较好的效果，逐步形成了独具风格的我国地震统计预报特色。

十五年来据不完全统计，已有80余篇有关地震统计预报的论文、报告和著作。在一些大地震的中期、短期预报上亦取得了实际效果。大体上可划分为三个阶段：1)1966—1972年是各种方法的建立和形成阶段。在这阶段，对许多种方法都进行了探索和验证。在这一时期，前兆手段尚没有多种的长时间的资料可供分析，统计预报方法一般可作出对某一个地区地震活动的趋势估计和预报意见，在当时受到一定重视，工作有

了较快的发展。2)1973—1976年期间在我国一些人口密集地区发生了一系列7级以上大震，对主要进行中、短期预报的各种统计方法是一个很好的考验。一些方法取得了较好的效果，有的则因误差较大而停下来。3)1977年至今，在上阶段证明较为有效的一些方法向深入和综合方向发展，预测效果逐步有所提高，并出现了一些好的苗头，在理论和方法上都有新的进展。

在多年地震预报实践中，我国统计预报工作具有独特的风格和特色，它可归纳为下列几个方面：

1)由于我国有相对地较为完整的历史地震资料和大量前兆观测资料，使统计数学方法很可发挥作用。地震资料中一些规律性变化（如周期性、相关性等）表现比较明显，给人以深刻的印象。因此，我国许多同志在把随机性与周期性、相关性结合起来统一考虑方面有很多新的探索，突破了国外不少地震学家主要从随机性出发的局限性。70年代前，国外占统治地位的观点是地震的随机性是主要的。后来有人也开始承认地震的重复性，如日本地震学家预报日本东海地区大地震的重要依据之一就是大地震的重复性。我国在这方面的方法和预报实效都是较好的。

2)建立了用马氏过程方法预报地震三要素的一个比较完整的理论和方法，这是我国地震统计预报工作中一个显著特点。南开大学统计预报组同志提出了一些新概念如异常震、牵联震等，建立了各种数学模型，在中短期预报中见了实效。在这个领域中，国外只有少数几篇论文，限于理论上阐述，还缺乏地震预报的实践。

3)综合考虑与地震有关的各种自然因素（如天文、气象等）进行地震三要素预报。由于地震及其有关因素具有极端的复杂性，它在时空分布上不是平稳的，因此不论是多方法的综合预报或者是多因子的综合预报都能提高预测效果。我国地震、数学、海洋、气象、天文、地质等多学科互相渗透，在统计预报中表现得最为明显，结合较好，效果也较显著。国外在统计预报方面大多还停留于单因素或单方法预报上，预报效果受一定限制，应用也还不那么广泛。

预 报 效 果 和 存 在 问 题

地震统计预报方法的好坏是根据预报效果来判断的。

在开始阶段，它只起到大趋势的估计作用，在中期预报上证明是有效果的。仅举我们了解到的几个震例介绍一下。

1971年筹建新疆实验场时，考虑的根据之一就是根据国家海洋局情报所等的计算，天山地震活动有加强的趋势。从近10年新疆地震活动来看，天山地区72—74年的地震活动确实是加强的。

1972年12月中国科学院地质所计算组运用地震迁移的统计方法预报73年3月底前，国内要发生6级以上地震，第一可能在四川，结果73年2月5日在四川炉霍发生7.9级大震。

新疆地震大队的同志在1973年曾预报1974—1975年在乌恰附近可能发生大地震，在1973年5月出版的《地质科学》上“利用地震资料和天文周期分析的方法开展中期地震预报”一文中引用了他们的工作成果，在图上标出他们的预报意见。文章发表后，于1974

年 8 月11日在新疆乌恰西南发生了7.3级地震，时间、地点和震级与图上标出的 都 比较符合，预报效果是比较好的。

地球物理研究所和计算所在75年12月写的“华北未来强震预测”一文中提出：“在华北包括海城在内应有 3 个大地震”，“1975—1983年华北约有 3 次强震，海城已发生一次，还有二次，一次约在1980年以前，一次在1983年以前，…”。76年发生了唐 山 7.8 级地震，表明趋势估计基本上是对的。

1976年初的全国趋势会商会议上，南开大学统计预报组曾指出：“四川境内从1900年以来的 7 级以上地震，有按反时针方向迁移的现象，预计1974年 5 月11日永善7.1 级 地震后在1976年 8 月可能向松潘、茂汶一带转移…”，1976年 5 月成都会商会上重申了这一预报意见。实际发震情况表明，这个意见是正确的。时间上预报到月，地点上预报到一个小地区，震级是 7 级以上。这是在时间、地点、震级三要素上预报得比较好的一个大震震例。在时间尺度上已接近于短期预报的范围。

郑文振等同志发现在 7 — 8 级大震后的90天左右往往有中强地震或强震发生。根据76年以前的几个震例，自77年开始用这个方法，曾试报了三次，时间差距都在 ± 1 天的范围（表 1 ）。这样就有可能作短期预报了。此方法缺点是只能进行中强震发震时间预测，而且一定在 7 — 8 级大地震之后。这个震例表明，对地震规律如能进一步掌握，是有可能进行短临预报的。

表 1　　7 — 8 级大震后90天发震的震例

序号	第 一 个 地 震	第 二 个 地 震	两个地震时间间隔（天）
1	1972年1月25日台湾东部海中8级	1972年 4 月24日台湾大港口西7.3级	90
2	1973年 2 月 6 日四川炉霍7.9级	1973年 5 月 8 日四川松潘5.2级	91
3	1974年 5 月11日云南永善7.1级	1974年 8 月11日新疆乌恰7.3级	92
4	1975年 2 月 4 日辽宁海城7.3级	1975年 5 月 5 日青海卡赛渡口6.4级	90
5	1976年 8 月16日菲律宾8.1级	1976年11月15日天津宁河6.9级	90
6	1977年 8 月19日印尼 8 级	1977年11月18日西藏奇林湖6.4级	90*
7	1978年 3 月25日千岛群岛7.8级	1978年 6 月24日菲律宾7.1级	90*
8	1979年 9 月12日印尼7.5级	1979年12月12日日本6.2级 1979年12月 12 日哥伦比亚 8.2 级	91*

*是事前有时间预测的。

四川省地震局从1973年以后，陆续使用“线性预测”、“天文周期与地震资料相关分析”、“马尔柯夫过程”和“方差分析周期外推”等多种统计预报方法。“正式列入历次趋势会商意见或附录在依据中的统计预报意见共18条，其中 8 条有所对应”。他们认为，统计预报可以在长、中、短、临各阶段及其结合方面发挥作用*。

*见四川省中期预报初步总结，1978。

十几年来，类似的较为成功的预报震例还有许多。在日常预测监视工作中，统计预报已作为中期预报的一种方法（马宗晋等，渐进式地震预报及三个理论问题的讨论，1979）。有时它在短期和震后强余震的预报上亦能起一些作用。

存在问题：

1)统计预报的区域范围较大，时间较长，震级误差较大，需要进一步提高精度，减少虚报，漏报。

2)各种方法之间配合不够，缺乏互相补充。

3)当前的统计预报主要使用地震和天文、气象资料，尚未利用大量前兆观测资料。

4)许多方法停留在研究阶段，研究成果没有进一步推广和普及。

5)地震系统中搞统计预报人员分散，力量较弱。

今后发展方向和措施

回顾十几年历程，看到地震统计预报有显著进展，但按照实际工作要求还有较大差距。对今后的发展，我们的意见是：

1)积极引入和发展一些多变量统计数学方法。目前所用的方法大多是单变量和双变量，预测效果达到一定程度就难以进一步提高，地震预报的一个重要发展方向是开展综合分析。在变量不多的情况下，人的大脑还善于进行判断和分析，当变量增加到一定数量时，人就很难去进行综合考虑。而多变量的统计数学分析在综合多个因素时是很能发挥作用的，应大力推广，促进这方面工作的进展。此外，还应研究能同时预报地震三要素的新方法，改变目前一种方法侧重预报 1—2 个要素的状态。

2)对地震数据的统计特性和周期性、相关性进行比较全面细致的深入研究。在地震活动性和前兆研究中，越来越多地发现地震的阶段性、周期性、重复性和相关性等带规律性的变化，同时，地震仍具有较强的随机性。随机性与周期性的相互关系随条件和时空的变化不同。因此探讨能适当地把随机性和周期性有机地结合起来的数学模型是很重要的。这种模型还需具有随着时间进程能不断地反馈，修正和适应新条件的特点（“学习”过程）。

3)积极开展一些新的统计数学方法(如图象识别、模糊数学等)在预报工作中的应用。这些新的方法的特点是不要求数据有一定统计分布的特征，因此，很适合于地震这一自然现象的预测现状，有可能提高预测的效果。目前模糊数学已在国内气象预报、中医诊断等方面取得进展，地震预报方面要急起赶上。图象识别在国内已有应用，还须积极推广。

4)继续发扬多学科、多因素综合预测的特点。在地学（地质、地球物理学等）发展方向上一个新趋势是考虑宇宙因素对地象（地球上自然现象）的影响（有人归为新灾变论）。上述地震统计预报的特点适应这个新动向，过去的预报实践也证明有一定实效。海洋潮汐预报就是通过天文、数学、海洋的综合考虑，建立了合适数学模型，才达到较好的预测效果。这个经验很值得我们汲取。

5)逐步开展利用多种前兆观测资料进行统计预报的研究。首先摸清某种前兆资料与地震的统计关系，进而探讨各种前兆量在孕震过程中的时、空分布规律，然后，建立适当的数学模型或综合判别方法（如图象识别）。估计这方面工作的推进将是使统计预报在地震的短临预报中发挥更大作用的重要途径。

建议采取下列几条措施：

1)有领导、有组织地开展地震统计预报工作，希望地震学会和国家地震局有关管理部门能在业务上进行适当组织，成立统计预报专业委员会或专业组，集中有关人员，制订研究规划，加强联合和协作，更好地发挥这一学科的作用。

2)大力开展学术交流，定期召开学术讨论会。

3)建立统计预报意见和效果的技术档案，及时总结档案。

4)建立统计预报方法程序库．便于各种统计方法的推广、普及和检验。

国外地震发生的随机模型点滴

李 漳 南

（南开大学）

随机过程是描述依一定概率法则变化的物理系统演变的数学模型。地震的发生如在时间上看作是随机的，则可用随机过程来模拟。在过程论中，系统的状态是用质点、个体的数目或更一般地用随机变量的值来表示，应用到地震系统时，这随机变量可代表在特定时间内，某地区的地震数目、余震个数、能量大小或最大震级等。下面简单介绍国外文献中见到的一些有关以震报震的随机模型，多是理论描述，缺乏具体实例。本文不包括我国地震工作者在这方面的许多创造性工作。

考虑随机过程 $\{x_t,\ t\geqslant 0\}$，这族随机变量所取的全部可能值所成的集合记为 I，称 I 为过程的状态空间，I 的每一元素称为状态，称参数 t 为时间。

Ⅰ. 普阿松(Poisson)模型

普阿松过程是一个基本的随机过程，它是间断型 Markov 过程中最简单的一种，其应用很广泛，是地震统计分析中常被应用的一种模型。

令 x_t 表示在 $(0,\ t)$ 时间内发生的事件总数，记 $I=\{0,1,2,\cdots\}$

普阿松过程（齐次）的假定如下：

（1）在时间区间 $(t,t+\Delta t)$ 内发生一个事件的概率等于 $\lambda\Delta t+o(\Delta t)$，其中 λ 是正常数，$o(\Delta t)$ 表示 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{o(\Delta t)}{\Delta t}=0$ 的一个量

（2）在区间 $(t,t+\Delta t)$ 内发生多于一个事件的概率为 $o(\Delta t)$

（3）在区间 $(t,t+\Delta t)$ 内没有发生事件的概率为 $1-\lambda\Delta t+o(\Delta t)$

（4）$x_0=0$

令 $p_j(t)$ 表示在 (o,t) 时间内发生 j 个事件的概率，即

$$p_k(t)=p(x_t=k),\quad k=0,1,2,\cdots$$

则在上述条件(1)－(4)下可证

$$p_k(t)=\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t},\quad k=0,1,2,\cdots \tag{1}$$

即 x_t 具有参数为 λt 的普阿松分布。

此外，x_t 的平均值 $m(t)$ 与方差 $D(t)$ 相等：

$$m(t)=D(t)=\lambda t \tag{2}$$

因此常把比值 $D(t)/m(t)$ 用来衡量上偏离或下偏离普阿松分布的准则。

设 τ_n 表示第 n 个事件发生的时间，$T_n=\tau_n-\tau_{n-1}$，则事件发生的间隔时间序列 $T_1, T_2,\cdots$ 为相互独立同指数分布的随机变量，即

$$p(T_n \leqslant t) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{3}$$

故平均间隔时间等于$1/\lambda$。

λ是单位时间内的平均事件数，可由下式估计：

$$\lambda = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} T_i}$$

其中n是数据个数。

今设要以α的概率为起报点，则由(3)得方程

$$\alpha = 1 - e^{-\lambda t} \tag{4}$$

由此解出t值，即知最后一次地震后，经历t时刻应开始报有发震的危险。但当数据较少时，由于λ的估值带来的误差，常使由(4)求出的t值偏大。为此改进如下，令

$$t = \sum_{i=1}^{n} T_i$$

由T_i的独立性及（3）可知t的分布密度函数为

$$f(s) = \frac{\lambda^n s^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda s} \quad (s > 0) \tag{5}$$

故T_{n+1}/t的分布函数为

$$P(T_{n+1}/t \leqslant s) = 1 - \frac{1}{(1+s)^n}$$

或

$$P(T_{n+1} \leqslant ts) = 1 - \frac{1}{(1+s)^n} \quad (s > 0) \tag{6}$$

设以α的概率为起报点，由(6)得

$$\alpha = 1 - \frac{1}{(1+s)^n}$$

由此解出s值，即知最后一次地震后，经ts时刻应起报。（3）式在抗震设计中的应用见〔18〕。

下面是用极值分布理论的大地震发生的概率模型。

Ⅱ．极值模型

设$X_1, X_2, \cdots, X_n$为相互独立的随机变量，且有相同的分布

$$P(X_i \leqslant y) = 1 - e^{-\beta y}, \quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{7}$$

其中$y \geqslant 0$，$\beta > 0$常数，N是与X_i独立的随机变量。若设N具有参数λ的普阿松分布，即

$$P(N = K) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \tag{8}$$

而$\xi = \max\{X_1, X_2, \cdots, X_N\}$，则由(7)，(8)可推出$\xi$的分布函数

$$G(y) = p(\xi \leqslant y) = \exp(-\lambda e^{-\beta y}) \tag{9}$$

(9)式可应用于地震危险性估计（〔1〕、〔13〕、〔14〕等）。设地震的发生是彼此独立的，且古登堡—里克特关于震级-频度关系成立

$$\log N(M) = a - bM \tag{10}$$

令X_i表示第i“次”地震的震级，N表示一年内的地震数。则由(10)可证X_1，X_2，…，X_N满足(7)，其中$\beta=b\ln 10$. 由(7)知X_i的平均值

$$EX_i=\frac{1}{\beta}$$

如设N的分布是(8)则据（9）式知一年中最大地震的震级ξ的分布函数为$G(y)$，其中λ是年平均地震数。λ与a的关系为

$$a=\ln\lambda/\ln 10$$

可证(〔1〕p.24)在某一指定年内，震级超过y的平均地震数N_y为

$$N_y=\lambda e^{-\beta y}$$

故震级大于y的平均重现期

$$T_y=\frac{1}{N_y}=\frac{1}{\lambda}e^{\beta y}$$

使$G(y)$达到最大值的$\hat{y}$即是每年最可能（或最频繁）的最大震级。可证

$$\hat{y}=\ln\lambda/\beta$$

T年内最可能的最大震级为

$$\hat{y}_T=\frac{\ln(\lambda T)}{\beta}=\hat{y}+\frac{\ln T}{\beta}$$

令y_p为最大年震级，超过y_p的概率记为p，由(9)知

$$\exp(-\lambda e^{-\beta y_p})=1-p$$

从而

$$y_p=\hat{y}-\frac{\ln(-\ln(1-p))}{\beta}$$

如$y_p(D)$表示D年内最大震级，p表示超过此值的概率。则$y_p(D)$可由下式求出

$$y_p(D)=y_p+\frac{\ln D}{\beta}$$

D年内发生一次超过y级地震的概率

$$R_y(D)=1-\exp(-\lambda De^{-\beta y})$$

极值分布共有三种类型，(9)式称为第一型，此型的变量不要求有上下限，但实际上地震的震级是有上界的，故认为用第三型较好，此型的变量要求有一上限。〔14〕列出了三种极值分布类型及其参数的估计方法。我们也可用风险函数

$$V(\tau)=\frac{F'(\tau)}{1-F(\tau)}$$

来表示在时刻τ发震的危险程度，其中$F(\tau)$是两个相邻地震的时间间隔的分布函数，这时可不要独立性条件。如果前一次地震至今已过了τ_0时刻，而在此期间内没有发生过其它地震，则在此条件下今后τ'时间内发生地震的概率可用下式计算：

$$G(\tau_0,\tau')=\frac{F(\tau_0+\tau')-F(\tau_0)}{1-F(\tau_0)}$$

文献[1]p.48给出估算强震概率的另一种方法。作为随机过程的地震危险预报见[6]。

如果把余震也考虑在内，地震发生的独立性假设就不成立，前面提到的模型就不适用。[1]p.27举出不符合普阿松分布的例。于是提出了如下几种模型来代替。

Ⅲ．蔓延模型

这是Polya-Eggenberger过程的一般化。设在一容器内有红、黑两种球，每次随机地抽取一球，取后放回，并加上c个与所取出的球同颜色的球。如此继续下去，当容器中的球数为无穷多时，就成为Polya-Eggenberger过程。如把取得红球看作发生了一次事件，则这个事件每出现一次，它的可能性就增大，反之减小。此模型曾用于传染病的蔓延。Kitagawa，T. 在[19]中提出的蔓延模型是把上述过程一般化。即假定某时刻容器中红、黑球的个数是这样确定的，若该时刻的前一次取出的是一红（黑）球，则红（黑）球多c_1个，若前二次取出了二个红（黑）球，则红（黑）球多c_2个等等。量c_i表示当时事件发生的难易程度，c_i可取负值。但如何具体应用此模型，未见实例。

Ⅳ．马尔柯夫(Markov)模型

设随机过程$\{x_t, {}_{t\geqslant 0}\}$的状态空间$I=\{0,1,2,\cdots\}$，称$\{x_t, {}_{t\geqslant 0}\}$是连续参数的马尔柯夫链，如果对任意$0\leqslant t_1<t_2<\cdots<t_n(n>1)$及$i_1,i_2,\cdots,i_n\in I$有

$$P(x_{t_n}=i_n|x_{t_1}=i_1,\cdots,x_{t_{n-1}}=i_{n-1})$$
$$=P(x_{t_n}=i_n|x_{t_{n-1}}=i_{n-1}) \tag{11}$$

以下简记$P(x_t=j|x_s=i)=p(s,i;t,j)$. 条件（11）称为马氏性或无后效性，它是马尔柯夫过程的特征，其直观意思是：如果把t_{n-1}看成“现在”，t_n是“将来”，而$t_1,t_2,\cdots,t_{n-2}$都属于“过去”。则(11)式表示在已知过去“$x_{t_1}=i_1,\cdots,x_{t_{n-2}}=i_{n-2}$”及现在“$x_{t_{n-1}}=i_{n-1}$”的条件下，系统在“将来”时刻$t_n$处于状态$i_n$即事件“$x_{t_n}=i_n$”的条件概率，只依赖于现在发生的事件“$x_{t_{n-1}}=i_{n-1}$”，而与系统在时刻$t_{n-1}$以前的历史无关。$p(s,i;t,j)$称为马氏链$\{x_t, {}_{t\geqslant 0}\}$的转移概率，它表示系统在时刻$s$处于状态$i$的条件下，在时刻$t$处于状态$j$的条件概率。如果$P(s,i;t,j)$只依赖于间隔时间$t-s$,则称马氏链为齐次的或称具有平稳转移概率的马氏链。这时记

$$P(s,i;s+t,j)=p_{ij}(t)\quad ,i,j\in I,\ t\geqslant 0 \tag{12}$$

齐次马氏链完全由其$p_{ij}(t)$及初时分布$P_i=P(x_0=i),i\in I$所决定。

令$p_j(t)=P(x_t=j)$表示在时刻t系统处于状态j的概率。易见

$$P_j(t)=\sum_{i=0}^{\infty} p_i p_{ij}(t) \tag{13}$$

实际中根据经验或观测资料，给出过程的强度函数q_i和相对转移概率Q_{ij}比找出全部$p_{ij}(t),t\geqslant 0,\ i,\ j\in I$容易。$q_i$，$Q_{ij}(i\neq j)$的意义如下。

$q_i\Delta t+o(\Delta t)$是系统自状态i出发，在很短的Δt时间内离开i(发生一次转移）的概率。故$1-q_i\Delta t+o(\Delta t)$是自$i$出发在$\Delta t$内不发生转移（仍停留在$i$）的概率。$Q_{ij}$是系统自$i$出发已知第一次离开$i$的条件下，立即转移到$j$的概率。已知$q_i,Q_{ij}$求$p_{ij}(t)$及$p_i(t)$的公式为

$$\frac{dp_{ij}(t)}{dt}=-q_j\,p_{ij}(t)+\sum_{k\neq j}q_k Q_{kj}\,p_{ik}(t) \tag{14}$$

$$\frac{dP_j(t)}{dt}=-q_jp_j(t)+\sum_{k\neq j}q_kQ_{kj}\,p_k(t) \tag{15}$$

方程(14)称为Kolmogorov向前方程。如果系统的状态空间 I 是连续的，转移概率就写成 $p(t,x,A)$，$x\in I$。A是I的子集，它表示自i出发，经时刻 t 系统处于A中的状态的概率。这时 q_i 化为 $q(x)$，Q_{ij} 为$Q(x,A)$。以下令$I=(o,\infty)$并简记$Q(x,[o,y])=Q(x,y)$。这时方程(14),(15)化为

$$\frac{dP(t,x,A)}{dt}=-q(x)p(t,x,A)+\int_{I/\{x\}}q(y)Q(y,A)p(t,x,dy) \tag{16}$$

$$\frac{dP(t,A)}{dt}=\int_0^\infty q(y)Q(y,A)p(t,dy) \tag{17}$$

其中$p(t,A)=P(x_t\in A)$。

今设$P(x_0=i)=1$即系统的初始状态为i,定义

$$\tau_i=inf\{t:\ x_t\neq i\}$$

τ_i 表示系统停留在初始状态 i 的时间长度。可证 τ_i 的分布是指数型的，即

$$P(\tau_i\leqslant t)=1-e^{-q_it} \tag{18}$$

从而在初时状态 i 的平均停留时间 $E\tau_i$为

$$E\tau_i=\frac{1}{q_i} \tag{19}$$

可见过程的强度越大，等待的时间越短。

最早提出用马氏过程研究地震发生的是Aki(见[1] p. 1)。文中X_t表示 t 时刻以前发生的地震总数，并设$Q_{ij}=\begin{cases}1. & j=i+1\\ 0 & \text{反之}\end{cases}$，这时(14)化为

$$\frac{dP_{ij}(t)}{dt}=-q_jp_{ij}(t)+q_{j-1}p_{ij-1}(t) \tag{20}$$

因此，如能给出 q_i就能由(20)确定$p_{ij}(t)$。特别如 $q_i=\lambda$ 常数,$i=0,1,2,\cdots$，则由(20)得

$$\frac{dP_{0j}(t)}{dt}=-\lambda p_{0j}(t)+\lambda p_{0j-1}(t)$$

其解

$$P_{0j}(t)=\frac{(\lambda t)^j}{j!}e^{-\lambda t},\quad j=0,1,2,\cdots$$

由此可知地震次数的分布是普阿松分布。

Vere-Jones([1] p.41)用马氏过程作为研究古典型余震序列的随机模型，他以能量为系统的状态，X_t表示时刻 t 所积存的能量，其基本思想是把余震序列看作为“纯死”过程的一个实现，在序列开始时，系统内储存了一定数量的应变能E_0，此后以余震的形式逐渐释放。同时假定在整个地震过程中，任何外部能量的迁入是可忽略的。马氏性的假设表现在系统将来的进展(即未来余震发生的强度及时间的概率)只取决于目前 X_t 的值(能量水平)，而与该地区过去曾储存了多大能量无关。文中规定 $q(x)=kx^\alpha$，k为常数，$\alpha>0,Q(x,y)=(y/x)^\beta$，$0\leqslant y\leqslant x$，并给出方程(17)解的形式，同时求出了有关余震序列的三个分布：

（1）在时间轴上余震发生的频度的分布

$$\mu(t)=\int_0^{E_0}q(x)p(t,dx)$$

（2）在时间轴上平均能量释放

$$R(t)=\int_0^{E_0}q(x)p(t,dx)\int_0^x(x-y)Q(x,dy)$$

（3）能量轴上地震次数的分布

令$F_n(x)=P$（紧跟着第n个余震，$x_t\geqslant x$），$F_n(x)$可由$Q(x,A)$来决定。记$Q(x)=$ $=\sum_{n=1}^{\infty}F_n(x)$，显见$F_1(x)=1-Q(E_0,x)$。

又震级$\geqslant x$的余震平均数

$$M(x)=\int_x^{E_0}Q(y,y-x)d\theta(y)+1-Q(E_0,x)$$

紧跟着第n个余震的时间间隔分布函数

$$\psi_n(\tau)=\int_0^{E_0}(1-e^{-q}(x)^{\tau})dF_n(x)$$

从而，在整个余震序列中，间隔时间长度小于τ的平均值为

$$\psi(\tau)=\sum_{n=1}^{\infty}\psi_n(\tau)=\int_0^{E_0}(1-e^{-q}(x)^{\tau})d\theta(x)$$

但用上述模型得出的频度-震级关系与通常的 pareto 形式不一致，这可能与$q(x)Q(x,y)$的选取有关，为此Vere-Jone在[2]中提出称为预装包(Prepackaged)的代替模型。Sklien和 Toksoz 在[12]中给出确定$q(x)Q(x,y)$的另一方式。

V．半马尔柯夫模型

此模型的特点不仅考虑了最近一次地震的大小对下一次地震的影响，且考虑了自最近一次地震至今这段时间（的能量积累）的影响。

设随机点过程每次发生的事件可能有N种不同的类型（状态），如果

（1）从i型事件出发，下一次发生的事件是j型的（一次）转移概率p_{ij}，$i,j=1,2,\cdots,N$构成马氏链；

（2）从i型事件发生到下一次发生事件，设为j型，所需等待的时间τ_{ij}是一随机变量，记其分布$F_{ij}(t)=P(\tau_{ij}\leqslant t)$，

则称该点过程是半马氏过程。

若选定单位时间并把时间离散化，则τ_{ij}就成为取正整数值的随机变量。令

$$f_{ij}(m)=P(\tau_{ij}=m)\qquad m=1,2,\cdots$$

我们关心的是在未来n个单位时间内发生各类型事件的概率分布。为此令$P_i(k_1,k_2,\cdots,k_N|n)$表示刚发生$i$型事件的条件下，未来$n$个单位时间内将发生1型事件$k_1$次，2型事件$k_2$次，…，$N$型事件$k_N$次的概率。可知

$$P_i(k_1,k_2,\cdots,k_N|n)=\sum_{j=1}^{N}\sum_{m=1}^{n}p_{ij}f_{ij}(m)p_j(k_1,\cdots,k_{j-1},\cdots,k_N|n-m)$$