

高等学校教学参考书

相对论导引

赵展岳 编著

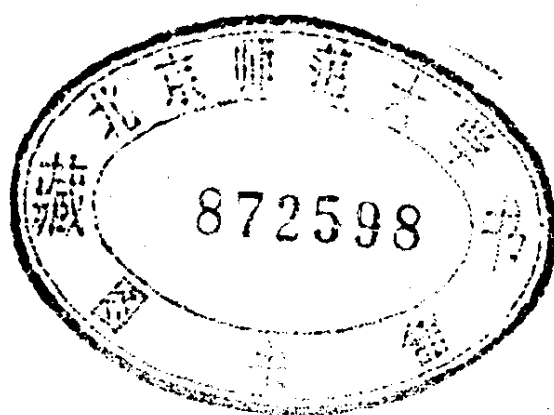
吉林人民出版社

高等学校教学参考书

相 对 论 导 引

赵展岳 编著

J51/155/06



吉林人民出版社

内 容 简 介

本书为高等学校基础课教学参考书。其内容是阐述相对论的基本概念，重点叙述广义相对论，并对黑洞，宇宙论等也做了介绍。其中包括：狭义相对论的时空观；相对论力学和电动力学简介；广义相对论的实验验证；数学形式简介；黑洞；宇宙学简介；关于几个问题的讨论等。本书论述中概念清晰，深入浅出，尽量避免一些繁琐的比较高深的数学推导，因此具有一般微积分知识的读者就能看懂，故也可做为一般科技人员及中等以上学校物理教师的普及性读物。

高等学校教学参考书

相 对 论 导 引

赵展岳 编著

*

吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行

长春新华印刷厂印刷

*

850×1168毫米32开本 10.5印张 240,000字

1982年3月第1版 1982年3月第1次印刷

印数：1—4,740册

书号：13091·107 定价：1.10元

前言

爱因斯坦，多么熟悉而响亮的名字啊！

1979年全世界曾隆重地纪念了他的诞生一百周年，举世都颂扬他创立相对论的伟大功绩。

但是围绕着“相对论”这三个字总是有一圈神秘的光环。据说，一个人乘光子火箭遨游宇宙太空后回来时，会发现自己的儿子竟比自己还要老。各种通俗科学杂志上都有白发苍苍的儿子欢迎年轻力壮的父亲宇航归来的漫画。此外，一切物质中都蕴藏着极其巨大的能量， $E = mc^2$ ，即一千克物质中所蕴含的能量竟等于燃烧二百五十万吨优质煤所放出的热量。

还有什么四维弯曲空间，宇宙有限而无边，……，近来又增添了什么“黑洞”，“大爆炸宇宙论”等等。

这一切都是“相对论”的内容。这的确有点神秘莫测。因此在创立相对论之后的头几年有人说：“全世界只有十二个人懂相对论”，甚至有人说：“全世界只有两个半人懂相对论”，……。更有甚者将相对论与“通灵术”，“招魂术”之类相提并论。

这些话更使相对论蒙上了一层神秘的外衣，不但使一些年轻人觉得高不可攀，望而生畏。而且往往使一些物理教师也望而怯步。

其实，相对论并不神秘，它是最脚踏实地的一种理论，是经过了千百次实践检验的真理。它和量子论一起构成了近代物理学大厦的两大支柱。它已经对人类文明做出了伟大的贡献，今后还将继续做出更大的贡献。

TJ11/155/06

目 录

第一章 狭义相对论的时空观

§1—1	参考系	(1)
§1—2	坐标系	(2)
§1—3	牛顿力学与绝对时空观	(4)
§1—4	经典物理中的两种速度相加方式	(7)
§1—5	光速问题	(8)
§1—6	以太之谜	(10)
§1—7	牛顿的经典理论必须修改	(11)
§1—8	光速不变原理	(13)
§1—9	闵可夫斯基空间	(14)
§1—10	间隔	(15)
§1—11	狭义相对论的基本原理	(16)
§1—12	坐标变换与不变量	(16)
§1—13	洛伦兹变换	(19)
§1—14	速度相加法则	(23)
§1—15	同时性	(24)
§1—16	钟慢效应	(27)
§1—17	尺缩效应	(29)
§1—18	固有时、固有长度和间隔 ds	(31)
§1—19	时钝佯谬或双生子佯谬	(35)
§1—20	钟慢效应能通过实验验证吗?	(41)

第二章 相对论力学与相对论电动力学简介

引 言	(43)
§2—1	标量、矢量和张量 (43)

§2—2	物理定律应如何改造	(51)
§2—3	四维速度与加速度	(52)
§2—4	四维动量	(55)
§2—5	四维力	(58)
§2—6	爱因斯坦质能公式	(59)
§2—7	洛伦兹力的四维形式	(61)
§2—8	麦克斯韦方程的四维形式	(65)
§2—9	相对论电动力学小结	(68)
§2—10	狭义相对论小结	(70)

第三章 广义相对论的基本思想

§3—1	广义相对性原理	(72)
§3—2	非惯性系与弯曲时空	(75)
§3—3	牛顿桶与马赫原理	(78)
§3—4	惯性质量与引力质量	(80)
§3—5	场论观点	(83)
§3—6	爱因斯坦升降机和等效原理	(85)

第四章 弯曲空间与黎曼几何的初步介绍

§4—1	弯曲空间的引言	(92)
§4—2	蚂蚁和蜜蜂的几何学	(94)
§4—3	空间的内禀性质	(96)
§4—4	短程线	(99)
§4—5	曲线坐标与黎曼度规 g_{ik}	(100)
§4—6	等效原理和黎曼空间	(107)
§4—7	g_{ik} 与时空度量	(111)
§4—8	旋转圆盘上的度量关系	(117)
§4—9	球对称引力场	(126)
§4—10	稳场与静场	(129)

第五章 广义相对论的实验验证

引 言	(132)
-----	---------

§5—1	引力红移	(133)
§5—2	引力场中光线的偏折	(137)
§5—3	水星近日点的进动	(139)
§5—4	雷达回波的时间延迟	(141)

第六章 数学形式简介

§6—1	张量的意义	(146)
§6—2	张量变换规律的明显形式	(148)
§6—3	张量代数	(150)
§6—4	度规张量 g_{ik}	(151)
§6—5	矩阵代数	(154)
§6—6	g_{ik} 的逆矩阵 g^{ik} , 指标的上升与下降	(156)
§6—7	张量分析简介	(157)
§6—8	矢量的平移	(160)
§6—9	协变微商	(164)
§6—10	Γ^i_{jk} 与 g_{ik} 的关系	(166)
§6—11	短程线	(167)
§6—12	惯性定律 场和势	(172)
§6—13	曲率张量	(175)
§6—14	毕安基恒等式	(179)
§6—15	守恒律浅说	(181)
§6—16	场方程	(190)
§6—17	施瓦西解	(194)
§6—18	牛顿近似 (弱场近似)	(197)
§6—19	引力波与谐和坐标	(207)
§6—20	最小作用量原理	(212)

第七章 黑 洞

引 言	(229)
§7—1	什么是黑洞? (229)
§7—2	自然界中能否存在黑洞? (233)
§7—3	施瓦西黑洞 (237)

§7—4	坐标奇点、勒梅特坐标、自由降落系·····	(244)
§7—5	克鲁斯卡坐标、极大施瓦西几何、白洞·····	(249)
§7—6	“黑洞无毛”定理及黑洞分类·····	(261)
§7—7	克尔黑洞·····	(263)
§7—8	黑洞热力学简介·····	(268)
§7—9	黑洞量子力学简介、大小黑洞·····	(273)
§7—10	黑洞所涉及的一些根本问题·····	(279)

第八章 宇宙学简介

§8—1	宇宙有限还是无限·····	(283)
§8—2	几个主要的观测事实·····	(285)
§8—3	宇宙学原理 膨胀宇宙·····	(289)
§8—4	大爆炸宇宙学-标准模型·····	(291)
§8—5	稳恒态宇宙学·····	(294)
§8—6	狄拉克大数假设与布兰斯—狄克理论·····	(295)
§8—7	其它宇宙模型	
一、	霍伊尔—纳里卡模型·····	(297)
二、	正、反物质模型·····	(298)
三、	等级式宇宙模型·····	(299)

第九章 关于几个问题的讨论

§9—1	广义相对论中的时钟佯谬·····	(300)
§9—2	光速不变原理在广义相对论中仍然成立·····	(303)
§9—3	再谈等效原理·····	(305)
§—4	关于广义相对性原理·····	(308)
§—5	结语·····	(309)
	附 录·····	(316)

第一章 狭义相对论的时空观

§ 1—1 参考系

物质世界中最根本的有三个概念：物质，运动和相互作用。

物质是在相互联系，相互作用下处于不断的发展运动中的。没有不运动的物质，也没有无物质的运动。

物理学研究物质运动的最基本、最普遍的规律。它研究物质在周围其它物质的相互作用下应如何运动的问题（并且用严格的数学形式表示出来）。比如，大家熟知的牛顿运动定律 $F = ma$ ，就可以作为一个典型的例子

（图 1—1）。 m 代表所研究的那块物质， F 代表它与周围物质相互联系，相互作用的总效果。 a 代表在这个总的相互作用下，该物质运动状态的改变率。所以牛顿定律 $a = \frac{F}{m}$ 就表达了：物质在与周围其它物质的相互作用下的运动（状态的变化）规律。

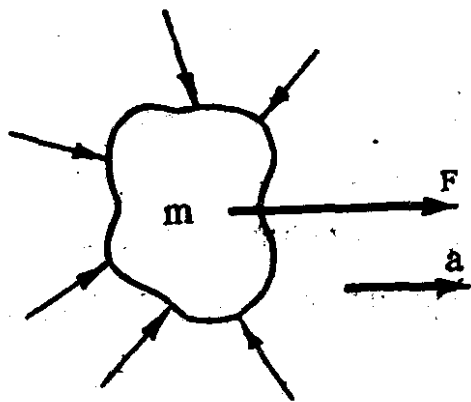


图 1—1

既然物质是在相互联系、相互作用中运动的。所以我们也必须在物质的相互关系中来描述物质的运动，而不可能描述抽象的、孤立的物体的“运动”。

在物理学上这就意味着，描述物体的运动必须是相对于某些参考物而言的。物理学上的所谓参考系并不等同于数学上的抽象坐标系，而是一些具体的参考物体。（需要说明一点：电磁场等虽

然也是物质存在的一种形式，但是在一般情况下“场”不能作为参考物。)比如说，当我们在地球上描述物体的运动时，往往是以地球为参考物的。为了进行度量，我们需要在参考物上安一坐标系，这样的参考物就称为参考系。同一参考物上可以赋予不同的坐标系。比如：地球上可以安上笛卡尔直角坐标系 (x, y, z) ，也可以安上球坐标系 (r, θ, φ) ，而地理学上的经纬度实际上也是一套坐标系。

§ 1—2 坐标系

在数学上“坐标系”的定义有各种各样的，有的是相当抽象的，和物理度量没有直接的关系。而我们现在所说的是指与物理上的时空度量有直接联系的最简单，最具体的坐标系定义。

简单说来，坐标系就是使空间中的每一个点和一组数字相对应，这些数字称为该点的坐标。比如：平面直角坐标系中用两个数字 (x, y) 来确定点的位置；在空间直角坐标系中是用三个数字 (x, y, z) 。在直角坐标系中，坐标 (x, y, z) 就代表三个长度。但是在一般情况下，坐标并不一定代表确定的长度。比如，在经纬度坐标系中，“东经1度”并不代表确定的长度，它在赤道附近所代表的长度要比在北极附近长得多。

在数学上有一维空间（比如说一条线），二维空间（比如说一个球面），三维空间，……， n 维空间等等。也还有更抽象得多的各种“空间”。但是，到目前为止，我们所认识到的物理世界还只是四维的，即三维空间加上一维时间，还没有发现第五维。至于现代微观物理学中常提到的更高维“空间”，则是另外一种意思，我们不讨论这类问题。

四维空间是能够构成真实世界的最低维数。比如：二维空间加上一维时间，共三维就不行。因为二维空间不足以形成合理的

结构。我们来看图 1—2 中那个二维的小人。他的嘴不论张多大也是吃不进那个梨。“光线”也永远射不到他的眼睛上。因为都被“边界”所挡住了。

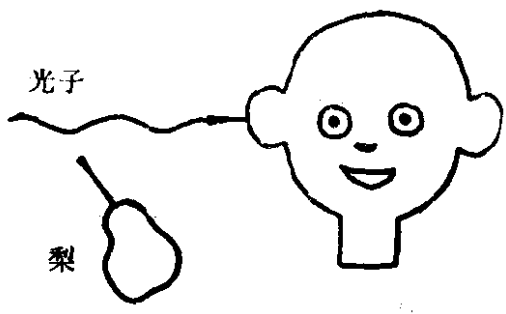


图 1—2

三维空间能形成足够的结构。但如果没有第四维时间，这些结构是死的！没有运动的，仍然不足以构成真实的世界。因此要构成一个真实的、运动着的、丰富多采的活的世界，至少要有四维时空。由此也可看出，相对论中的“四维时空”并没有任何神秘之处，而是最起码的要求。我们的世界恰恰是四维。会不会有更高维的世界呢？目前我们还不知道。我们所能想象的是：四维世界既然比三维世界丰富多采，五维世界当然也会比四维世界更为丰富多采。

按照上述定义，物理世界中的参考系就是一些物体，配上了一套能测量长度和时间的测量手段，即爱因斯坦常说的尺和钟。如果采用笛卡尔直角坐标系，则每一“时空点”（一般称为“事件”）用四个数（ x 、 y 、 z 、 t ）来表示，分别代表“长、宽、高”

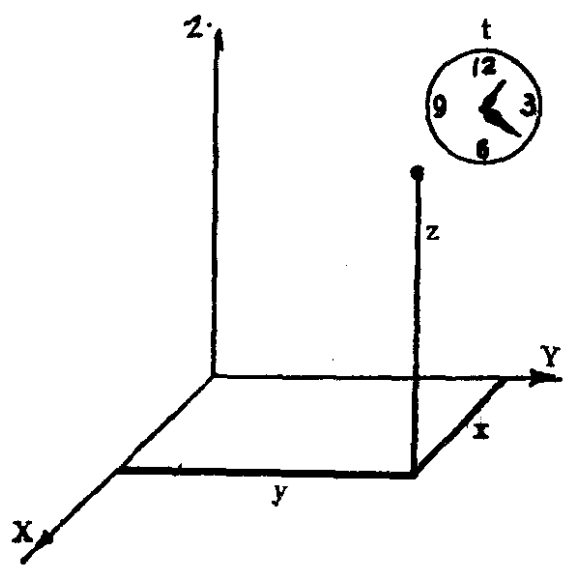


图 1—3

三个长度和一个时间。四维时空点，即“事件”（ x ， y ， z ， t ）是现实世界中最基本的元素。它代表 t 时刻发生在（ x ， y ， z ）位置上的一个事件，即时间和地点的一个结合。一切事物都是存在于时间空间中的，所以都可表示为一系列“事件”（四维时空点）的集合。举个例

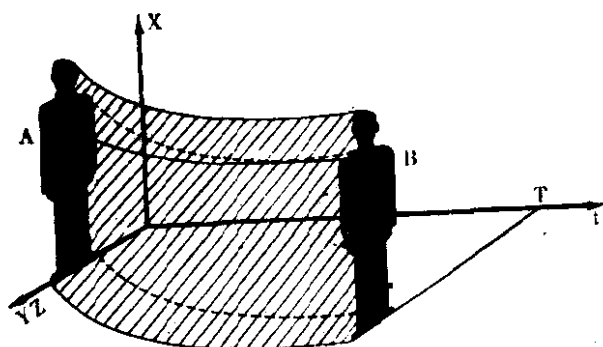


图 1—4

子。图 1—4 中 t 轴代表时间轴， x, y, z 代表空间轴（由于无法画出四维空间，所以将 y 轴和 z 轴画在一起，这当然是不合理的，我们只是表示个意思。）

假定一个人在 $t = 0$ 时刻在 A 位置，在 $t = T$ 时刻他走到 B 位置。那么这个人在这段过程中的“时空存在”就用涂了阴影的那个（四维）“区域”来表示。也就是用组成该区域的那些四维时空点的集合来表示该人的那一段存在。

所以“四维空间”（即四维时空）的描述法并非相对论所特有的。在我们的世界中本来就应是四维描述。

§ 1—3 牛顿力学与绝对时空观

牛顿力学主要有三部分内容：

其一是 牛顿三定律：

第一定律：（不受力的）自由粒子作匀速直线运动。

第二定律：作用在粒子上的力等于其质量与加速度的乘积，

$$F = ma。$$

第三定律：作用力与反作用力大小相等，方向相反，并在同一直线上。

三大定律中第二定律是核心。因为它所回答的是一个最基本的，具有哲学重要性的问题：物体在相互作用下的运动规律如何？因此称之为牛顿运动定律。

其二是 牛顿万有引力定律：

宇宙万物之间都存在着引力，大至宇宙天体，小至微粒子，

无一例外。两物体之间的引力与二者的质量乘积成正比，而与距离的平方成反比：

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

其中 G 为万有引力常数，其值为 6.672×10^{-8} 厘米³/克·秒²。

其三是 牛顿的绝对时空观：

关于“绝对时间”，牛顿说：“绝对的，真正的和数学的时间自身在流逝着，并且由于它的本性而均匀地，同任何一种外界事物无关地流逝着。”

关于“绝对空间”，牛顿说：“绝对的空间，就其本性而言，是和外界任何事物无关，而永远是相同的和不动的。”

这里的“绝对”一词主要是指不受任何外界事物的影响而“绝对不变”的意思。

牛顿的这三部分思想本质上是统一的，是不能截然分开的。绝对时空观其实是牛顿力学的基础，是它所要求的。

比如，第一定律和第二定律显然都是相对某个参考系而言的。因为它们在非惯性系中都是不成立的。牛顿运动定律对之成立的那个优越参考系，牛顿指的是“绝对空间”。

而万有引力定律则实质上已暗含“绝对时间”的概念。因为 $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$ 是一个“瞬时的，超距作用的力”，即不论 m_1 和 m_2 相距多么远（事实上在引力起主要作用的宇宙天体之间，距离都是非常非常远的）， m_1 的位置一变， R 就随之变，作用在 m_2 上的力 F 也就立即随着变。这一切都是“同时”发生的。这本身就要求宇宙中存在一个绝对的“同时”标准，也就是要求存在一个“绝对时间”。因此，牛顿力学实际上要求“绝对时间”和“绝对空间”的概念。

另一方面，由绝对时空的概念又可以推出：牛顿力学在任何

惯性系中都成立。为简单起见，我们只就第二定律 $F = ma$ 作一证明，因为它是牛顿力学的核心。假定 $F = ma_0 = m \frac{d^2 R_0}{dt^2}$ 对于绝对空间成立，其中 a_0 和 R_0 是质点在绝对空间中的加速度矢量和矢径。有一惯性系 K ，相对于绝对空间以恒定的速度 V 运动， a 和 R 是该质点在 K 系中的加速度矢量和矢径。显然有 $r_0 = r + vt$ ， t 为绝对时间。将此式对 t 求两次微商，得：

$$\frac{d^2 r_0}{dt^2} = \frac{d^2 r}{dt^2},$$

即 $a_0 = a$ ，

所以 $F = ma$ 在 K 系中也成立。

因此，牛顿定律在任何惯性系中都成立。或者说，一切惯性系在力学上是完全等价的，从力学的角度是无法区分的。这就是著名的伽利略相对性原理。它也可以叙述为：相对于“绝对空间”的匀速直线运动是无法察觉的。

从上述证明中我们可以看出，伽利略相对性原理之所以成立，主要在于牛顿第二定律（运动定律）中只出现加速度 $a = \frac{dv}{dt} =$

$\frac{d^2 R}{dt^2}$ ，而不出现速度 $v = \frac{dR}{dt}$ ，这就使得匀速直线运动不具有可测量的效果。也就是说，伽利略相对性原理的成立不仅依赖于时空结构（牛顿的绝对时空观），而且依赖于运动定律的具体形式。但是，绝对时空观具有明显的形而上学性质。首先表现为：虽然一切物质及其运动和相互作用都是在时空中进行的，都是和时空密不可分的，而时空却又是绝对不受“外界任何事物”的反作用的。这是难以理解的。另外，“绝对运动”（指相对于“绝对时空”的匀速直线运动）本来应该是最根本性的运动，却又是绝对无法察觉的。因而“绝对空间”本身的存在也就无法察觉了。由此可见，绝对时空的概念是有根本性缺陷的。正因如此，在历史

上莱布尼兹和马赫等人都对之提出过质疑。

由前面知道，“绝对时空”的概念是由牛顿力学和（力学的）相对性原理所要求的。而这两者可不是思辨的产物，而是建立在十分坚实的实验基础上的，而且牛顿力学的无比辉煌的成就又是有目共睹的。所以“绝对时空”实际上并非牛顿的思辨产物，而是牛顿从当时的大量实践中总结、提炼后抽象出来的。因而绝不能轻易否定。而必须通过更高的实践来进一步检验它，修正它。而且一旦发现“绝对时空”的概念被动摇了，我们就知道，牛顿力学或力学的相对性原理等也必须进行某些修改了。

在下面几节中我们将看到“绝对时空”的概念是怎样被动摇的。

§ 1—4 经典物理中的两种速度相加方式

先提出一个问题。有一架飞机，其速度为 $V = 330$ 米/秒，装有一挺机枪，向前方发射子弹，机枪的技术规格标明：子弹速度 $v_1 = 340$ 米/秒。问：子弹相对地面的速度 u_1 是多少？假定声速为 $v_2 = 331$ 米/秒，问：飞机发动机发出的声音（声波）相对于地面的速度是多少？相对于飞机的速度是多少？（假定风速为零）

答案是明显的：子弹相对于地面的速度 $u_1 = V + v_1 = 670$ 米/秒。因为 v_1 是子弹相对于飞机的速度，加上飞机相对于地面的速度，就得子弹相对于地面的速度。

而声波相对于地面的速度就是 $v_2 = 331$ 米/秒，并不需要加上飞机的速度。因为声速是指声波在空气中传播的速度。这个速度与波源（即飞机）的速度是无关的。风速为零，所以声波相对于地面的速度就是声速331米/秒。

这时飞机相对于地面的速度是330米/秒，所以声波相对于飞机的速度只有1米/秒，即飞机几乎要追上它自己发出的声音了。

子弹和声波虽然都是飞机所发出的，但是它们的速度相加方式是不同的。一种是“粒子”的方式，一种是“波动”的方式。

飞机不可能“立即追上”它所发射出的子弹，不管飞机飞得多快。反之，当飞机的速度超过声速时，它会“立即”超过自身所发出的声波的，这就是所谓的“超音速飞机”。因为声波相对于传播媒质（空气）的速度是声速。只要飞机相对于此媒质的速度超过声速，飞机就赶在它自身所发出的声波前面去了。

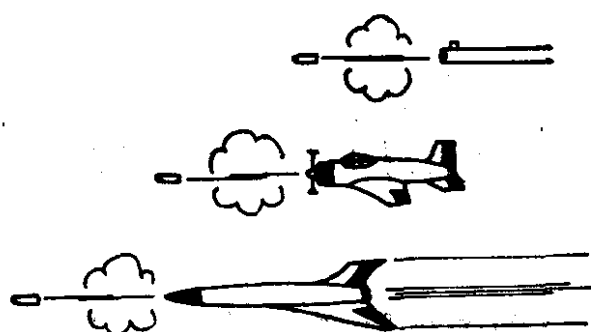


图 1—5 子弹永远在飞机前面，相对于飞机的速度是一样的

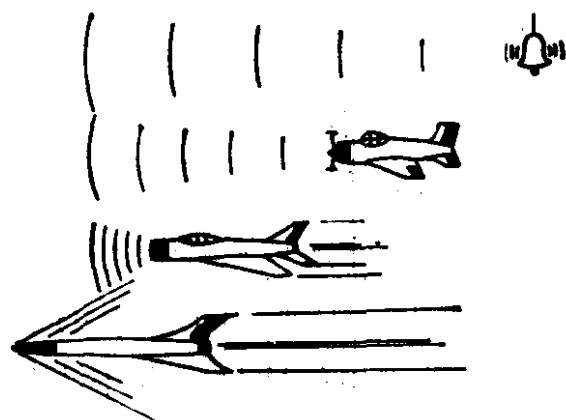


图 1—6 不管声源的速度如何，声波在空气中的速度是不变的，因而声波相对飞机的速度是不同的，甚至可以被飞机超过

§ 1—5 光速问题

如果光是经典粒子，光相对于光源的速度为 c ，而光源相对于观察者的速度为 v ，则光相对于观察者的速度为 $u = c + v$ 。

这是可以通过实验来检验的。比如，通过对双星的观测就可以检验此式是否正确。下面说明其大意。

为简单起见，考虑一对简化的双星。它们围绕共同的质心 O 旋转，考虑其中的一个，运动轨道如图1—7所示，假定地球在左边的远处。在某一时刻，该星位于 A 点，向着地球运动，速度为 V 。经过半个周期后，它到达 B 点，背向地球运动，速度为 $-V$ 。

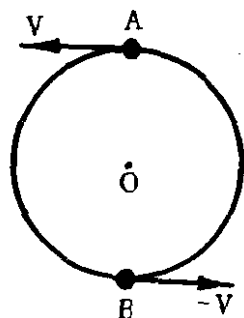


图 1—7

在 A 点时发出的光相对地球的速度为

$$u = c + v$$

在 B 点时发出的光相对地球的速度为

$$u' = c - v$$

假定该星与地球间的距离为 S ，周期为 T ，轨道半径为 R ，则可以进行如下的计算：

设 $t = 0$ 时刻双星经过 A 点，则经过 $t_1 = \frac{S}{c + v}$ 时间，它在 A 点发出的光到达地球。另一方面，它从 A 运动到 B 需时 $T/2$ ，在 B 点发出的光则需经过 $\frac{S}{c - v}$ 时间才能到达地球。所以 B 点发出的光到达地球的时间为

$$t_2 = \frac{T}{2} + \frac{S}{c - v}$$

因此，在地球上的观察者看来，该星从 A 点运动到 B 点所需的时间是

$$t_2 - t_1 = \frac{T}{2} + \frac{2Sv}{c^2 - v^2}$$

同理可得，从 B 点回到 A 点所需的时间是

$$\frac{T}{2} - \frac{2Sv}{c^2 - v^2}$$