高中数学题解

数 学 小 丛 书

高 中 数 学 题 解

（修 订 本）

谭 浩 编著

江 西 人 民 出 版 社

一九七九年二月南昌

高中数学题解

谭 浩 编著

江西人民出版社出版
（南昌百花洲3号）
江西省新华书店发行 江西新华印刷厂印刷
开本787×1029 1/32 印张 20 1/2 字数44万
1973年8月第1版 1978年3月第2版
1979年4月第3版 1979年4月第1次印刷
印数：230,001—330,000
统一书号：7110·3 定价：1.61元

编 者 的 话

本书自一九七三年秋初版以来，经历了峥嵘岁月。每怀往事，深为广大读者对本书的支持与爱护所感动。值此春风浩荡，百卉分外绚丽之时再度问世，虽说不上贡献，也算微言薄意了。

遵循伟大领袖和导师毛主席、敬爱的周总理“一定要在本世纪内实现四个现代化”的遗训，为赶超世界先进水平，编者在修订过程中，就本书系统性、科学性和技术性等方面均企望取得进展，然自知功力不逮，谬误必多，敬希各地读者指正。

本书在修订期间，承蒙江西师院数学系傅超凡、许友凡老师悉心校正；承蒙南昌市三中熊大桢老师殷勤指导；还承蒙我的老同学、武汉大学数学系杨文茂尽力协助；以及广大读者提供的宝贵意见。编者获益良多，深表谢忱。

叶帅《攻关》发表，千种风情，九州激越。编者有感于斯文，为赋寄之以怀，谨志于此，愿与读者共勉。其词曰：“巍巍高山志重霄，洋洋流水思海潮，知音若此堪放马，青春常驻路逍遥”。

谭 浩

一九七八·初春

目　　录

第一编 代 数 学

第一章 实 数

1 下列各数里，哪些是有理数？无理数？为什么？

(1) $\sqrt[3]{\dfrac{568}{243}}$；　　　　(2) $\lg \operatorname{tg}(-840^\circ)$；

(3) $(\sqrt{6}-\sqrt{2})\sin\dfrac{5\pi}{12}$；　(4) $5.3\dot{1}0\dot{6}$；

(5) $10^{2\lg\sqrt{\lg 5}}$；

(6) $\lg(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}})$。

〔解〕将上述各数进行化简：

(1) $\sqrt[3]{\dfrac{568}{243}}=\sqrt[3]{\dfrac{8\times 71\times 3}{3^5\times 3}}=\dfrac{2}{9}\sqrt[3]{213}$；

(2) $\lg \operatorname{tg}(-840^\circ)=\lg \operatorname{tg} 240^\circ=\lg \operatorname{tg} 60^\circ=\dfrac{1}{2}\lg 3$；

(3) $(\sqrt{6}-\sqrt{2})\sin\dfrac{5\pi}{12}=(\sqrt{6}-\sqrt{2})\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi}{6}\right)$

$=(\sqrt{6}-\sqrt{2})\cdot\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\right)=1$；

(4) $5.3\dot{1}0\dot{6}=5\dfrac{3106-3}{9990}=5\dfrac{3103}{9990}$；

(5) $10^{2\lg\sqrt{\lg 5}}=10^{\lg\lg 5}=\lg 5=1-\lg 2$；

(6) $\lg(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}})$

$=\lg[(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}})^2]^{\frac{1}{2}}$

$=\frac{1}{2}\lg[3+\sqrt{5}+2\sqrt{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}+3-\sqrt{5}]$

$=\frac{1}{2}\lg 10=\frac{1}{2}$。

答：根据有理数和无理数的意义可知，（3）、（4）、（6）是有理数，而（1）、（2）、（5）是无理数。

2 比较下列各数的大小：

（1）$-3\sqrt[6]{2}$ 与 $2\sqrt[3]{-4}$；

（2）$2\sqrt{6}\sin 15°$ 与 $\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{6+4\sqrt{2}}-\sqrt{6-4\sqrt{2}})$。

〔解〕（1）∵ $-3\sqrt[6]{2}=-\sqrt[6]{2\cdot 3^6}=-\sqrt[6]{1458}$，

又 $2\sqrt[3]{-4}=-\sqrt[3]{4\cdot 2^3}=-\sqrt[3]{32}=-\sqrt[6]{1024}$

而 $-\sqrt[6]{1458}<-\sqrt[6]{1024}$，

∴ $-3\sqrt[6]{2}<2\sqrt[3]{-4}$.

（2）∵ $2\sqrt{6}\sin 15°=2\sqrt{6}\sin(45°-30°)$

$=2\sqrt{6}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}\right)$

$=2\sqrt{6}\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)=3-\sqrt{3}$；

而 $\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{6+4\sqrt{2}}-\sqrt{6-4\sqrt{2}})$

$=\log_2(\sqrt{6+4\sqrt{2}}-\sqrt{6-4\sqrt{2}})^2$

$=\log_2(6+4\sqrt{2}-2\sqrt{6+4\sqrt{2}}\cdot\sqrt{6-4\sqrt{2}}$

$+6-4\sqrt{2})=\log_2 8=3$，

∴ $2\sqrt{6}\sin 15°<\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{6+4\sqrt{2}}$

$-\sqrt{6-4\sqrt{2}})$。

3 计算下列特殊角的函数值：

（1）$\sin 18^\circ$；（2）$\cos 18^\circ$；（3）$\operatorname{tg} 18^\circ$；（4）$\operatorname{ctg} 18^\circ$.

〔解〕（一）作为基本数据，先求 $\sin 18^\circ$ 的值．其解法有二：

（1）用三角函数倍角公式法：（参见书末 Σ_{35}）*

∵ $\sin 36^\circ = \cos 54^\circ$.

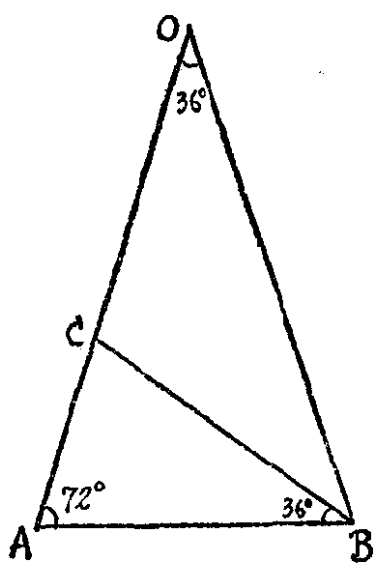
即 $2\sin 18^\circ \cos 18^\circ = 4\cos^3 18^\circ - 3\cos 18^\circ$

即 $2\sin 18^\circ = 4\cos^2 18^\circ - 3$.

即 $2\sin 18^\circ = 4(1-\sin^2 18^\circ) - 3$.

即 $4\sin^2 18^\circ + 2\sin 18^\circ - 1 = 0$.

∴ $\sin 18^\circ = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$（还有一负根舍去）.



（图 1）

（2）用黄金分割法：如图．设 AB 是⊙O 内接正十边形的一边，O 为元心．

则有 $\angle AOB = 36^\circ$,

$\angle OAB = \angle OBA = 72^\circ$.

作 B 角平分线 BC 交 OA 于 C.

则有 $\angle ACB = 72^\circ$,

$\angle OBC = 36^\circ$.

∴ $BC = OC = AB$

不失一般性， 令 $OA = OB = 1$,

又令 $OC = x$， 则 $AC = 1 - x$.

由内角平分线定理，可得；（参见书末 Σ_{60}）

$$\frac{OC}{AC}=\frac{OB}{AB},\quad 即\quad \frac{x}{1-x}=\frac{1}{x},$$

即 $x^2=1-x$, 即 $x^2+x-1=0$。

$$\therefore\quad x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}（还有一负根舍去）$$

但由余弦定理，在$\triangle OBC$中，可得：

$$\frac{OC}{\sin CBO}=\frac{OB}{\sin BCO},\quad 即\quad \frac{x}{\sin 36^\circ}=\frac{1}{\sin 72^\circ}.$$

$$\therefore\quad x=\frac{\sin 36^\circ}{\sin 72^\circ}=\frac{2\sin 18^\circ\cos 18^\circ}{\cos 18^\circ}=2\sin 18^\circ.$$

$$\therefore\quad \frac{-1+\sqrt{5}}{2}=2\sin 18^\circ.$$

$$\therefore\quad \sin 18^\circ=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

此处x是将全线段OA分为中外比的结果，通常又叫做黄金分割法，而$x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$则为“优选法”的著名数据。

（二）再求18°的其余函数值：

$$\cos 18^\circ=\sqrt{1-\sin^2 18^\circ}=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4};$$

$$\operatorname{tg} 18^\circ=\frac{\sin 18^\circ}{\cos 18^\circ}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}:\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$$

$$=\frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{10-2\sqrt{5}})}{\sqrt{10+2\sqrt{5}}\cdot\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$$

$$=\frac{(\sqrt{5}-1)\sqrt{2(5-\sqrt{5})}}{4\sqrt{5}}$$

$$=\frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2\cdot 2(5-\sqrt{5})}}{4\sqrt{5}}$$

$$=\frac{\sqrt{(3-\sqrt{5})(5-\sqrt{5})}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5-2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}}$$

$$=\sqrt{1-\frac{2\sqrt{5}}{5}}.$$

$$\operatorname{ctg} 18^\circ=\frac{1}{\operatorname{tg} 18^\circ}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5-2\sqrt{5}}}$$（借助上述推演结果）

$$=\frac{\sqrt{5}\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5-2\sqrt{5}}\sqrt{5+2\sqrt{5}}}=\sqrt{5+2\sqrt{5}}.$$

*〔注〕为叙述简便计，本书采用符号 Σ_n，表示书末所附常用公式，定理一览表的编序。读者倘迂疑难，可及时翻阅。（符号Σ：读作“西格马”，足标n表序号1—99）

4 计算以下各数之积：

$$\sin 15^\circ\cdot\sin 18^\circ\cdot\sin 36^\circ\cdot\sin 54^\circ\cdot\sin 72^\circ\cdot\sin 75^\circ$$

〔解法1〕用半角定理：（参见书末Σ_{36}）

$$\sin 15^\circ=\sqrt{\frac{1-\cos 30^\circ}{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}};$$

$$\sin 36^\circ=\sqrt{\frac{1-\cos 72^\circ}{2}}=\sqrt{\frac{1-\sin 18^\circ}{2}}$$

$$=\frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}};$$

$$\sin 54^\circ=\sqrt{\frac{1-\cos 108^\circ}{2}}=\sqrt{\frac{1+\sin 18^\circ}{2}}$$

$$=\frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}}}{4}=\frac{\sqrt{5}+1}{4};$$

$$\sin 72^\circ=\cos 18^\circ=\sqrt{1-\sin^2 18^\circ}=\frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}};$$

$$\sin 75^\circ=\cos 15^\circ=\sqrt{\frac{1+\cos 30^\circ}{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}.$$

将上述结果代入，得

$$\text{原式}=\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{5}-1}{4}\cdot\frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}+1}{4}\cdot\frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

$$=\left(\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\cdot\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{5}}{64}.$$

〔解法 2〕用余函数、倍角与半角公式：

$$\text{原式}=\sin 15^\circ\cdot\sin 18^\circ\cdot\sin 36^\circ\cdot\cos 36^\circ\cdot\cos 18^\circ\cdot\cos 15^\circ$$

$$=(\sin 15^\circ\cos 15^\circ)(\sin 18^\circ\cos 18^\circ)(\sin 36^\circ\cos 36^\circ)$$

$$=\frac{1}{8}\sin 30^\circ\cdot\sin 36^\circ\cdot\sin 72^\circ$$

$$=\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$$

$$=\frac{\sqrt{5}}{64}.$$

〔解法 3〕用积化和差公式 （参见Σ_{39}）

$$\text{原式}=(\sin 15^\circ\cdot\sin 75^\circ)(\sin 18^\circ\cdot\sin 72^\circ)(\sin 36^\circ\cdot\sin 54^\circ)$$

$$=\left[-\frac{1}{2}(\cos 90^\circ-\cos 60^\circ)\right]\left[-\frac{1}{2}(\cos 90^\circ-\cos 54^\circ)\right]$$
$$\left[-\frac{1}{2}(\cos 90^\circ-\cos 18^\circ)\right]$$
$$=\frac{1}{8}\cos 60^\circ\cos 54^\circ\cos 18^\circ$$
$$=\frac{1}{32}(\cos 72^\circ+\cos 36^\circ)=\frac{1}{32}(\sin 18^\circ+\sin 54^\circ)$$
$$=\frac{1}{32}[\sin 18^\circ+(3\sin 18^\circ-4\sin^3 18^\circ)]$$
$$=\frac{1}{8}\sin 18^\circ(1-\sin^2 18^\circ)$$
$$=\frac{1}{8}\cdot\frac{\sqrt{5}-1}{4}\cdot\left[1-\left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2\right]=\frac{\sqrt{5}}{64}.$$

〔注〕请注意解法1中六个因数都是特殊角的正弦，是常用数据．此外，可用复角的正弦函数求得另解：

$$\sin 15^\circ=\cos 75^\circ=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4},$$
$$\sin 75^\circ=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}.$$

5 计算：$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\cdots\cdots}}}}}$

〔解法1〕用分层开方法：

$$\text{原式}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\cdot\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}\cdots\cdots$$
$$=2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 2^{\frac{1}{8}}\cdot 2^{\frac{1}{16}}\cdots\cdots$$
$$=2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots\cdots}$$
$$=2^{\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}}$$
$$=2.$$

〔解法 2〕用分析法：

$$\because\quad \sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}},$$

$$\sqrt{2\sqrt{2}}=\sqrt{2^{\frac{3}{2}}}=2^{\frac{3}{4}},$$

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}=\sqrt{2\cdot 2^{\frac{3}{4}}}=2^{\frac{7}{8}},$$

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}=\sqrt{2\cdot 2^{\frac{7}{8}}}=2^{\frac{15}{16}},$$

……

$$\underbrace{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\cdots\cdots\sqrt{2}}}}}}_{n\text{层根号}}=2^{\frac{2^n-1}{2^n}},$$

又 $\quad\because\quad \dfrac{2^n-1}{2^n}=1-\dfrac{1}{2^n},$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)=1-\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2^n}=1,$$

$\therefore$ 当 $n\to\infty$时，$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\cdots\cdots}}}}=2$。

〔解法 3〕用取对数法：

设 $\quad x=\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\cdots\cdots}}}},$

则 $\quad \lg x=\lg\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\cdots\cdots}}}}$

$$=\frac{1}{2}\lg 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\cdots\cdots}}}$$

$$=\frac{1}{2}\left[\lg 2+\lg\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\cdots\cdots}}}}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\lg 2+\frac{1}{4}\left(\lg 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\cdots\cdots}}}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\lg 2+\frac{1}{4}\lg 2+\frac{1}{8}\lg 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\cdots\cdots}}}$$

$$=\frac{1}{2}\lg 2+\frac{1}{4}\lg 2+\frac{1}{8}\lg 2+\frac{1}{16}\lg 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\cdots\cdots}}}$$

$$=\lg 2^{\frac{1}{2}}+\lg 2^{\frac{1}{4}}+\lg 2^{\frac{1}{8}}+\lg 2^{\frac{1}{16}}+\cdots\cdots$$

$$=\lg 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\cdots\cdots}$$

$$\therefore \quad x=2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots\cdots}=2.$$

即

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\cdots\cdots}}}}=2.$$

6 计算 $a_n=\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+2+\sqrt{2}}}}}_{n\text{个}}$.

〔解〕借助公式 $1+\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha$，（参见$\Sigma_{35}$），可得

$$a_2=\sqrt{2+\sqrt{2}}=\sqrt{2\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$$

$$=\sqrt{2\left(1+\cos\frac{\pi}{4}\right)}=\sqrt{2\cdot 2\cos^2\frac{\pi}{8}}=2\cos\frac{\pi}{8},$$

$$a_3=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}=\sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{8}}$$

$$=\sqrt{2\left(1+\cos\frac{\pi}{8}\right)}=\sqrt{2\cdot 2\cos^2\frac{\pi}{16}}=2\cos\frac{\pi}{16},$$

…………

由上述推演，我们可以猜想：

$$a_n=2\cos\frac{\pi}{2^{n+1}}.$$

现在用数学归纳法来证明这种猜想是否正确：

(1) 当 $n=2$，3 时，验证如上，猜想是正确的。

(2) 设当 $n=k$ 时，猜想也是正确的，即有

$$a_k=\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}}_{k\text{个}}=2\cos\frac{\pi}{2^{k+1}}$$

则当 $n=k+1$ 时，因为

$$a_{k+1}=\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}}_{(k+1)\text{个}}$$

$$=\sqrt{2+2\cos\frac{\pi}{2^{k+1}}}=\sqrt{2\left(1+\cos\frac{\pi}{2^{k+1}}\right)}$$

$$=\sqrt{2\cdot2\cos^2\frac{\pi}{2^{k+2}}}=2\cos\frac{\pi}{2^{k+2}}.$$

这就是说，当 $n=k+1$ 时猜想也是正确的。

根据(1)，(2)可以断定，上述猜想是正确的。

∴ 原命题 $a_n=2\cos\frac{\pi}{2^{n+1}}$ 是正确的。

〔注〕读者不难证明：命题中将"+"号易为"−"号时，

$$a_n=2\sin\frac{\pi}{2^{n+1}}.$$

7 任意四个连续自然数的积与1之和，必为某一自然数的平方。

〔证明〕设此四数分别为 n，$n+1$，$n+2$，$n+3$。则有

$$\begin{aligned}&n(n+1)(n+2)(n+3)+1\\=&n(n+3)\cdot(n+1)(n+2)+1\\=&(n^2+3n)[(n^2+3n)+2]+1\\=&(n^2+3n)^2+2(n^2+3n)+1\\=&(n^2+3n+1)^2.\end{aligned}$$

现在用数学归纳法来证明它的普遍性：

（1）当 $n=1$ 时，

$$左式=1\cdot2\cdot3\cdot4+1=25,$$

$$右式=(1^2+3\cdot1+1)^2=25.$$

∴ 命题是成立的.

（2）设当 $n=K$ 时，原命题也是成立的，即有

$$K(K+1)(K+2)(K+3)+1=(K^2+3K+1)^2$$

则当 $n=K+1$ 时，

$$\begin{aligned}\because\ &(K+1)(K+2)(K+3)(K+4)+1\\ &=(K+1)(K+4)\cdot(K+2)(K+3)+1\\ &=(K+1)[(K+1)+3]\cdot[(K+1)+1]\\ &\quad[(K+1)+2]+1\\ &=[(K+1)^2+3(K+1)]\cdot[(K+1)^2\\ &\quad+3(K+1)+2]+1\\ &=[(K+1)^2+3(K+1)]^2+2[(K+1)^2\\ &\quad+3(K+1)]+1\\ &=[(K+1)^2+3(K+1)+1]^2.\end{aligned}$$

∴ 当 $n=K+1$ 时，原命题也是成立的.

根据（1），（2）可以断定，不论对于任何自然数 n，原命题是成立的.

8 有一堆苹果，分为 2 堆少 1 个，分为 3 堆少 2 个，分为 4 堆少 3 个，如此类堆，直到分为 11 堆时少 10 个，求苹果数.

〔解法 1〕设苹果总数为 x，则据题意

$(x-1)$必为 2 的倍数，

$(x-1)$必为 3 的倍数，

$(x-1)$必为 4 的倍数，

……

$(x-1)$必为 11 的倍数。

于是，$(x-1)$必为 $11!$ 的倍数。

即有 $$\frac{x-1}{11!}=K \quad (K\text{为自然数})$$

$$\therefore \quad x=K\cdot 11!+1.$$

答：苹果总数为$K\cdot 11!+1$(个)

〔解法 2〕$\because$ $11!=11\times10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1$.

注意到：

$$\begin{cases}\text{能被10整除的数，一定能被 2 或 5 整除；}\\ \text{能被 8 整除的数，一定能被 2 或 4 整除；}\\ \text{能被 9 整除的数，一定能被 3 整除；}\\ \text{能被 6 整除的数，一定能被 2 或 3 整除；}\\ \text{能被 4 整除的数，一定能被 2 整除.}\end{cases}$$

于是，可知 $(x-1)$必为 $5\times7\times8\times9\times11$ 的倍数.

即有 $$\frac{x-1}{5\times7\times8\times9\times11}=K(K\text{为自然数})$$

$$\therefore \quad x=27720K+1.$$

答：当$K=1$时，可得到苹果最少应为

$$x=27720+1=27721(\text{个})$$

9 求证$\sqrt{3}$不是有理数。

〔证明〕这里采取反证推理来认识这一命题.