

MBGH JQKZ

〔美〕J.P.伊格尼乔 著

□

机械工业出版社

目标规划及其扩展

4
6

目标规划及其扩展

〔美〕 J. P. 伊格尼乔 著

宣家骥 译
娄彦博
顾基发 校



机械工业出版社

本书内容包括：线性目标规划及其灵敏度分析和对偶性，线性整数目标规划，非线性目标规划，优先等级结构，以及目标规划的应用等。本书作者为美国著名的规划问题专家，曾出版过多部专著，此书出版后在世界上影响较大，被视为研究目标规划问题的经典著作。本书系统完整，内容结构合理，叙述由浅入深，同时配有丰富实例，适合于从事管理数学、系统工程、经济管理等方面工作的人员和在校学生阅读。

Goal Programming and Extensions

James P. Ignizio

Lexington Books

D. C. Heath and Company 1976

• • •
目标规划及其扩展

〔美〕J. P. 伊格尼乔 著

宣家骥 姜彦博 译

顾基发 校

•
责任编辑：赵 悦 责任校对：宁秀娥

封面设计：姚 毅 版式设计：乔 玲

•
机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

中国农业机械出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 · 新华书店经售

• •
开本 787×1092¹/₁₆ · 印张11 · 字数 259 千字

1988年12月北京第一版 · 1988年12月北京第一次印刷

印数 0,001—2,000 · 定价：4.40元

•
ISBN 7-111-00746-8/F·164

译者的话

在70年代以前,管理科学主要是解决单目标的最优化问题。但是在许多实际问题中,判断一个决策方案的优劣,总是需要考察多个(有时是互相矛盾的)目标或指标,因此多目标决策在近20年来得到了愈来愈多人的重视,特别是近10年来发展迅速,理论和应用成果层出不穷,引人注目。

目标规划是解决多目标决策问题的一种有效方法,是管理科学的最新分支之一,它在工农业生产、经济管理、工程设计、国防军事等方面都有广泛的应用。目标规划的中心思想是对一组预定的目标,研究如何合理安排现有的资源,使得这组预定的目标尽最大可能地得到满足。因此利用目标规划作为科学决策的一种工具,充分利用现有的资源,提高经济效益,发展生产,对我国的四化建设是十分有利的。

本书作者J. P. 伊格尼乔教授是世界知名的运筹学与管理科学专家,他的专长是大系统与多目标最优化(目标规划):已发表100多篇学术论文,出版了三本教科书和五本学术专著。自1980年以来,他一直担任世界管理科学与运筹学(MS/OR)系列丛书的主编。作者不仅有高深的学术造诣,而且有丰富的实际经验,他曾经参加过著名的阿波罗登月计划工作,担任过美国和欧洲许多政府机构及工业部门的顾问,在把目标规划应用于能源、教育、军事、环境科学、经济管理、工程设计等方面都取得了显著成果。

这本书是为运筹学、系统工程、工商管理、经济学、计算机科学、工程技术等专业的大学生、研究生、教师和实际工作者写的。学习此书只需要线性代数及微积分的基础知识。本书自成体系,系统地阐述了目标规划的基本概念和原理、数学模型(线性、非线性和整数)的建立、求解的方法,应用的实例以及今后可能的研究方向;并且提供了实用的计算机程序。这是一本理论联系实际的较好的目标规划专著,曾经荣获美国运筹学会颁发的一年一度(面对世界各国)的“运筹学优秀作品Lanchester大奖”。

本书的序言、附录及第三、四、五、六、八章由宣家骥翻译,第一、二、七、九章由娄彦博翻译。全部译文由宣家骥整理,并对书中计算机程序作了调试。中国科学院系统科学研究所副所长顾基发研究员审校了本书译文,并且提出了许多宝贵意见;中国科学院应用数学研究所副所长越明义研究员、桂湘云研究员、清华大学卢开澄教授、湖南大学方爱农教授都为本书的翻译出版大力推荐;国家机械委教材编辑室赵悦同志为本书的编辑加工付出了辛勤的劳动。我们在此一并表示感谢。

由于我们水平有限,谬误之处,在所难免,敬请读者批评指正。

译者

1987年11月

作者简介

J. P. 伊格尼乔1939年10月28日出生于美国俄亥俄州。1962年得到阿克隆大学电机工程学士学位，1968年获得阿拉巴马大学工程硕士学位，1971年获得弗吉尼亚工学院博士学位，现任宾夕法尼亚州立大学工业管理系统工程系教授。他的教学和研究专长是：数学规划、设备布局分析、模拟技术、排序和计划、决策论等。

伊格尼乔自1962年起在美国国家宇航局工作了6年，参加了“阿波罗登月计划”和“防弹道导弹系统”的设计研究工作，并历任美国国家科学基金会、世界卫生组织、计算机科学公司、美国空军研究署的顾问。1974年以来在宾夕法尼亚州立大学任教，1975年以来他已出版了《决策中的运筹学》、《目标规划及其扩展》、《单目标和多目标的线性规划系统》等5本专著和120多篇运筹学与管理科学的学术论文。1980年起，他担任了国际运筹学与管理科学系列丛书的主编。

序 言

数学模型的用处已经得到了数学家、工程师、经济学家、运筹学家、管理学家和其它许多人的良好评价。这些数学模型及其分析、求解的方法在解决现实世界的问题时有如此广泛的应用，足以证明它们不愧为辅助决策的重要工具。现在，数学模型的重要性已是无可置疑的了。

然而，随着近年来人们对有限自然资源的关心和注意，传统的数学模型也随之出现了严重的不足。传统的数学模型和它们的求解方法都仅仅局限于分析只有一个目标的问题。不幸的是，实际问题的特征却几乎总是具有多重的矛盾目标。因此，当我们企图用单目标模型来描述这些多目标问题时，如果不能从有局限性的单目标模型中产生出满意的结果来，则我们就不必惊奇了。

幸亏近年来人们对于多目标模型的研究已经产生了一个有效的方法。对于人们可能会遇到的各类多目标问题，这个方法可以有效地建立模型和解决问题。这个以单目标数学模型为基础的扩展方法，就是众所周知的“目标规划”。

目标规划允许人们通过扩展单目标数学模型的能力来解决多目标决策问题，它通过给每一个目标分配优先权来实现这一点。这些优先权（确切地说，是预先确定的优先权）应该反映决策者（例如经理、董事等等）的偏爱。如果我们能够建立起这样预先确定的优先权，那么就可以利用已有的相当简单的数学方法来解决这个问题。熟悉线性规划（即可用线性不等式描述的单目标决策模型）的读者将会发现，本书讨论许多问题的求解技术就是建立在众所周知的线性规划单纯形法的基础之上。事实可以证明，从本质上说，线性规划只不过是本书讨论的多目标决策模型中的一种特例。因此，本书将为读者提供一个解决下列问题的统一方法：

- 线性规划（单目标线性决策模型）
- 非线性规划（单目标非线性决策模型）
- 线性整数规划（限制决策变量是整数的线性规划）
- 多目标线性决策模型
- 多目标非线性决策模型
- 多目标线性整数决策模型

这样，目标规划就为各种各样广泛存在的实际决策模型提供了一个统一的有效方法。对于想在决策分析中使用数学模型的每一个人来说，研究目标规划都是很有必要的。目标规划的应用范围是极为广泛的。在研究和应用目标规划之前，只需要读者具有基本的线性代数和微积分基础。预先了解一点线性规划是有益的，然而这并不是非要不可的。

本书是为大学生和一年级研究生准备的，而且已经给许多专业的学生用过，这些专业包括商业、管理、预测、经济学、计算机科学、数学和工程科学等。学习或应用目标规划并不需要很深的数学基础。

经验已经证明，这本教材的内容已足够提供半个学期或一个学期的目标规划课程使用。如果只打算局限于线性多目标模型，那么只需要学习一、二、三、四、七、九章。第五章讨论

了整数模型,等六章讨论了非线性模型,而第八章实际上并不需要在课堂上讲授,但是至少应当安排学生阅读和自学,目的是使学生了解怎样建立目标规划模型以及目标规划模型的应用。

本书的内容可以概括如下:

- 决策模型的简明历史
- 一般目标规划模型的建立
- 求解方法
 - (a) 线性模型——线性目标规划
 - (b) 非线性模型——非线性目标规划
 - (c) 线性整数规划——线性整数目标规划和线性 0-1 目标规划
- 线性目标规划的灵敏度分析
- 多维对偶——线性目标规划的对偶性
- 目标排序和加权的方法
- 多目标模型的交互方法
- 指出目标规划进一步研究和应用的方向
- 求解一般目标规划模型的计算机程序和用户指南。

在此,我衷心感谢那些研究和应用目标规划、线性规划和非线性规划的先驱者。特别应该指出的是,E. M. L. 比尔,A. 查尔斯,W. W. 库帕,G. 哈德莱,Y. 伊杰尼,S. M. 李,D. R. 普兰,C. 麦克米兰,J. H. 塔哈和C. S. 沃尔夫等教授的著作使我受益匪浅。

在这本书的选材和撰写过程中,我的学生给我提出了许多有益的意见和建议,我特别要感谢G. D. 史密斯,他不仅仔细阅读了本书的初稿,而且协助整理了本书附录中的计算机程序。我要感谢那些研制和设计本书附录计算机程序的学生,他们是:P. 白夏德,J. R. 戈查欧,O. O. 菲列浦。另外,我要感谢《教育与心理测量》杂志,本书第八章第一节的例子就取材于这本杂志上的一篇文章。我还要感谢J. 德雅,T. 哈姆斯莱,D. 马夏尔,M. 韦斯,本书第八章的西部煤炭资源模型就取材于他们的论文。

D. 林顿博士和E. E. 伊斯考尔博士对最后的手稿进行了审阅,我衷心感谢他们的指导和帮助。

感谢我的妻子辛西娅,她帮助我绘制了本书的全部插图。

J. P. 伊格尼乔

目 录

译者的话

作者简介

序言

第一章 绪论1

§ 1-1 决策模型1

§ 1-2 本书的目标2

§ 1-3 决策模型的历史3

§ 1-4 假设3

§ 1-5 例子4

§ 1-6 本书的范围5

第二章 问题的形成7

§ 2-1 一般方法7

§ 2-2 决策变量的决定7

§ 2-3 目标函数的建立7

§ 2-4 绝对目标9

§ 2-5 给目标赋予优先级数10

§ 2-6 达到函数的建立10

§ 2-7 一般的目标规划模型11

§ 2-8 建立模型的例子11

§ 2-9 建立模型的进一步实践16

第三章 线性目标规划20

§ 3-1 线性目标规划模型20

§ 3-2 图解法20

§ 3-3 定义25

§ 3-4 修正单纯形法27

§ 3-5 复杂情况及其求解36

§ 3-6 线性规划39

§ 3-7 小结44

第四章 线性目标规划的灵敏度分析

和对偶性47

§ 4-1 灵敏度分析的必要性47

§ 4-2 线性目标规划单纯形表的解释47

§ 4-3 需要考虑的各种变化50

§ 4-4 w_{ij} 或 u_{ij} 的变化50

§ 4-5 b_i 的变化52

§ 4-6 线性目标规划的对偶单纯形

算法52

§ 4-7 c_i 的变化54

§ 4-8 增加新目标55

§ 4-9 增加新的决策变量57

§ 4-10 优先等级的重新排序58

§ 4-11 参数线性目标规划59

§ 4-12 多维对偶64

§ 4-13 多维对偶的扩展74

第五章 线性整数目标规划77

§ 5-1 带整数变量的多目标模型77

§ 5-2 割平面法78

§ 5-3 全整数割平面算法79

§ 5-4 整数模型的分枝定界算法83

§ 5-5 0-1模型的扩展88

§ 5-6 0-1模型的修正巴拉斯(Balas)

算法89

§ 5-7 小结97

第六章 非线性目标规划100

§ 6-1 非线性最优化100

§ 6-2 非线性模型的变换100

§ 6-3 以单纯形法为基础的非线性

目标规划算法104

§ 6-4 非线性目标规划的模式搜索法107

§ 6-5 小结112

第七章 优先等级结构115

§ 7-1 “优先等级”概念的回顾115

§ 7-2 等价线性规划的优先等级结构116

§ 7-3 确定优先等级的典型困难116

§ 7-4 加权和排序的方法117

§ 7-5 目标的排序117

§ 7-6 寻求非劣解集合119

§ 7-7 小结121

第八章 目标规划的应用和进一步

研究的领域122

§ 8-1 目标规划在最优化中的应用122

§ 8-2 天线排列的设计125

§ 8-3 多目标资金预算问题.....	127	§ 9-1 目标规划的前景.....	140
§ 8-4 多目标运输问题.....	130	§ 9-2 问题与回答.....	140
§ 8-5 非线性整数目标规划的求解方法.....	132	§ 9-3 未来的研究领域.....	142
§ 8-6 西部煤炭资源的分配模型.....	135	§ 9-4 小结.....	142
§ 8-7 小结.....	139	附录1 目标规划模型的计算机程序	143
第九章 结论	140	附录2 参考文献.....	160

第一章 绪 论

§1-1 决 策 模 型

决策模型不过是实现目的的手段。一个决策模型总是在某种程度上模拟了一个实际存在的问题。因此,从分析模型的结果中将看到解决实际问题的途径。显然,模型愈好,它的解所确定的方案就愈合理。本书的目的之一就是要使读者具备建立决策模型的能力。一般来讲,这种决策模型要比众所周知的那些传统模型更为先进。这是因为,在本书中所用的模型,不但得到大家公认,而且也考虑到现实世界大多数实际问题具有多目标这一事实。然而,遗憾的是大多数教科书在决策分析(或数学规划、最优化等)领域内,仅仅只涉及到“单”目标模型[⊖],它们在大多数场合都完全忽视了事实上存在的多目标问题。

决策模型具有各种各样的形式:图解法,比例模型,流程图以及包括那些众所周知的数学表达式。例如:

$$F=ma \quad (\text{力等于质量乘加速度})$$

$$E=mc^2 \quad (\text{核能等于质量乘光速的平方})$$

本书将数学模型汇集在一起。当书中涉及到决策问题时,我们可把这种模型当成数学决策模型。倚重数学模型的理由是:

- 这些模型适合表示大量现实世界中的决策问题。
- 一般来说,这类模型比较容易处理。
- 这些模型特别适于敏感性分析。
- 这些模型适合用系统的方法求解问题。以可证明,系统方法对建立和求解模型是最优的。

书中把个别的决策模型表示成多目标决策模型,如果这样的模型是由线性函数组成的话,就可以把它称之为“目标规划”〔3,20〕。[⊖]

然而,在书中不仅涉及到线性多目标模型,也涉及到非线性模型、整数规划模型,以及其它由原始目标规划模型扩展而来的模型。因此,我们将在整本书中使用下列专门术语:

线性目标规划(LGP)——完全由线性函数组成的多目标决策模型。

非线性目标规划(NLGP)——由非线性函数组成的多目标决策模型,或由线性和非线性函数组成的多目标决策模型。

线性整数目标规划(LIGP)——由线性函数组成的多目标决策模型,线性函数中的部分或全部变量必须取整数。

此外,如果书中讨论的个别模型是“单”目标的,那么我们将采用“线性规划”(LP)、“非线性规划”(NLP)和“线性整数规划”(LIP)这些术语。这些术语的定义与上面术语

⊖ “单”目标模型实际上仅是一种受限制的多目标模型。

⊖ 括号中的数字是指在书后所列参考文献的序号,后同。

的定义是相同的，只是把以上定义中的“多字”改为“单”字。

这些模型的应用范围十分广泛。许多问题已经建立出单目标模型。最近，人们已经注意到大量的多目标模型的应用成果和应用多目标模型的建议，特别是LGP模型的应用。它们载于文献〔2、3、4、5、6、7、8、9、11、12、15、17、18、20、21、22、23、24、25、26、29、30、31、32〕，内容包括：

- 中央计划
- 劳动力计划
- 生产计划
- 高等学校的资源分配
- 财政计划
- 城市经济计划
- 规划选择和资金预算
- 医院资源分配
- 运输
- 预测学生成绩

一旦多目标模型被大家所认识，它将会产生更多的用途，这只不过是一个时间早晚的问题。

§1-2 本书的目标

与本书的题目相一致，作者写本书的目的是多方面的。首先，人们必须相信，尽快地编写出一本有关多目标分析的适用教材，是非常重要的。不论是学经营、管理、经济和工程的还是学其它专业的大学毕业生和在校生，都有必要掌握这种有用的对现实世界进行决策分析的有力方法。

其次，作者试图提出一个更具有一般性的关于建立和求解决策模型的方法。自从出现了一个决策模型可以用来表示线性、非线性或整数（线性整数）多目标和单目标的问题以来，人们相信，作者的这个意图至少已经部分地实现了。这就是所用的数学表达式可以是线性的或非线性的，决策变量既可以是连续的也可以是离散的。此外，由于应用了以线性规划为基础的改进单纯形法，大多数这样的模型就能够求解了〔3，9，13，14，16，19，28，33〕。

第三个目的就是要把过去的和现在的一些经验教训告诉读者，同时也要把目标规划和扩展目标规划的可能用途告诉给读者，当越来越多的人掌握这种方法时，决策模型的作用就会出现不断上升的趋势。

最后一个同样重要的目的是以直截了当和简明扼要的方式介绍这本书的内容，此目的是否能达到，最后将由读者来判断。此外，为了尽可能的吸引读者，本教材的内容只要求读者具有最低的数学水平，除第六章的某些内容需要一些初等微分学知识之外，仅需掌握相当基本的线性代数知识。现在的教学大纲为几乎所有学习经营、管理、经济和工程的毕业生所提供的微分知识和线性代数知识是足足有余的。在学习本书之前，预习一下线性规划会很有帮助，为此已将其编入本书。

§1-3 决策模型的历史

决策模型和决策模型分析的一个有真正价值的突破是兰德公司的G. 但泽克博士和他的同事们在第二次世界大战后不久实现的〔9〕。这些人找到了一个被称为单纯形法的数学工具, 用来求解完全线性的单目标决策模型。虽然这种初期的单纯形法在解决实际问题方面颇有建树, 但它的应用毕竟十分有限, 因为它不能求解非线性模型, 也不能求解多目标函数的模型(大刀阔斧改造后的原始模型当然另当别论)。

单目标非线性模型(即非线性规划)的大多数有意义工作是在过去的20年里进行的。比如, 已经产生出象模式搜索法(Pattern Search), 复合型法(Complex), 梯度搜索法(Gradient Search), 共轭方向法(Conjugate Directions), 割平面法(Cutting Planes)等等以及其它的方法〔1, 33〕。很大一部分非线性模型采用这些方法至少可以得到局部最优解。其它的模型, 比如几何规划〔10〕和沃尔夫(Wolf)的方法〔1〕也已经提出了, 并且通过它们可以得到某些特殊非线性模型的全局最优解。尽管如此, 迄今为止, 仍然没有一种方法能担保获得所有各种各样单目标非线性模型的全局最优解。

早在60年代, 查尔斯(Charnes)和库柏(Cooper)〔3〕就提出了一个求解线性多目标决策模型的途径。

查尔斯、库柏和伊杰尼(Ijiri)〔18〕以及其它人〔20, 27〕的工作最后导致了目标规划的系统方法论的产生, 使目标规划能解决与目标相关的排序和加权的线性多目标问题。这种方法论的主要优点之一就是它采用了简单的算法(在修正单纯形算法的基础上)进行计算, 可以快速和高效地获得计算结果。然而, 直到最近, 主要的目标规划仍然存在以下缺点:

1. 所有的函数必须是线性的;
2. 所有变量必须是连续的;
3. 原有优先顺序概念的假设应当保持不变, 或起码要合理;
4. 没有对目标规划的解进行灵敏度分析的系统方法。

对于前面两个缺点(指不能解决非线性模型或整数模型)的改进, 近年来通过作者的努力已有些眉目。采取的基本途径是将几种求解非线性模型和整数单目标模型的成功的方法和基本的目标规划算法结合起来。借助于相当直接的结合已经获得了最成功的技巧。因此, 我们现在能够解决相当部分的各种各样的非线性、整数、0—1(即变量只能取值为0或1)目标规划以及线性目标规划。这些基本目标规划模型的扩展形成了本书内容的基础。由于作者对求解对偶性目标规划的研究, 最后的困难也得到了基本解决。作者在第四章讨论了这个问题。

§1-4 假 设

在建立任何富有生命力的模型时, 人们总是需要一些假设。目标规划和目标规划的扩展也是如此。然而, 在许多方法中, 这些模型受到的约束要比传统模型少。

一个关键的假设是, 与决策人一起工作的分析工作者能够为每一个目标或一组目标制定优先等级〔18〕。第一优先等级由 P_1 表示, 第二优先等级由 P_2 表示, ……依此类举。优先等级的概念认为 P_1 比 P_2 重要得多, 因此 P_2 再扩大任何倍数也仍然不如 P_1 重要。

首先, 这样一种假设似乎使用范围很窄, 然而, 在实践中, 许多问题都与这样的假设相适应。事实上, 诸如线性规划一类的传统的单目标模型常常应用优先等级的概念。线性规划是由单一的线性的目标和一些“约束条件”或“限制条件”所组成。解决这种模型的单纯形法常常是固定第一优先等级以满足全部约束条件。

不满足约束条件的解是不可行的解。因此, 当线性规划应用优先等级时, 首先应把优先等级与约束条件联系起来。其次, 应当把它与单目标的最优化联系起来。对线性规划模型的讨论一直要进行到第三章。第三章将论证线性规划模型只不过是一般目标规划模型的特例。

目标规划模型和大多数扩展的目标规划模型的另一假设就是所有决策变量都必须大于等于零。这个假设是必要的, 因为所用的解法只能考虑非负变量。然而, 一个简单的方法就能表示这种假设。如果变量 x 可取任何实数, 那么就可用两个非负变量来表示它, 这就是:

使
在此

$$x = (u - v)$$

$$-\infty < x < +\infty$$

$$u \geq 0$$

$$v \geq 0$$

然后, 我们利用 $u - v$ 代替数学表达式中的 x , 在解决新问题后, 由 $u - v$ 的值找到 x 值。因为只要 u 或 v 中有一个为非零, 则 x 即可取任何实数。

还有一些与特殊的扩展目标规划有关的其它假设。这些内容将在有关涉及该模型的章节中讨论。

§1-5 例 子

为了解释典型多目标问题的性质和使用目标规划处理这一类问题的方法 (作为与传统的单目标方法对立的方法), 下面我们来讨论一个核电站的设计问题。按照传统的单目标方法, 人们必须假设电站建设确实只有一个目标 (例如利润最大或成本最小), 这个最优目标必须绝对满足某些约束条件。

当人们还没有真正的面对一个现实世界的问题时, 这种方法采用任何一种单目标似乎都是对的。例如, 对于核电站而言, 这个单目标是什么? 它是工厂建设成本的最小值吗? 是工厂最安全吗? 还是电力输出的最大值? 或是环境影响的最小值?

现在, 如果人们应用传统方法, 他们将不得不采纳以上的某一个目标 (按传统做法, 这个目标很可能是使电站建设成本最小)。其结果是, 设计的系统虽使电站建设成本最小, 但降低了可靠性或安全性, 或者使环境遭到了严重污染。事实上, 这确实是在我们社会许多其它系统 (例如, 城市公共交通、公路、汽车、铁路、航空、医院等系统) 的设计中已经发生了的事情。那就是, 由于或部分由于传统方法的限制, 系统为了达到一个目标, 就必然忽视其余的目标, 因而在这些方面付出代价。

多目标方法总是试图包括所有适当的目标。多目标方法并不认为能使所有目标最优。然而, 人们可以对每一个目标确定期望实现的值。为此, 人们利用目标规划寻找一个“尽可能”满足所有这些目标值的解。这就是说, 传统方法强调单目标的最优化, 而目标规划则强调多目标的满足, 人们应当认识到这两种方法之间的重大差别。

目标规划与传统方法不同的另一方面就在于怎样看待所谓系统的“约束”，这些约束是用来决定系统的边界的。用传统方法时，一个解必须使全部约束条件都得到满足，这样的解才是“可行的”。然而，应用目标规划的那些人认为，绝对满足全部“约束”条件是不现实的。因此，对于相对满足的“约束”，目标规划是试图使目标值的总偏差为最小，而不是绝对满足这些目标值。必须再强调一句，这种方法上的差异是很有意义的，在后面的章节中还将进一步详细地讨论它。

§1-6 本书的范围

在第一章里，我们概述了这本书的目的和决策方法论的发展简史。决策方法论在以后的章节中还将要继续讨论。第一章列出的参考书对于那些希望对这个领域早期工作有更多了解的人，将有重大帮助。

第二章中，我们讨论和说明对问题建立模型的一般方法，特别是建立各种多目标决策模型的方法。读者将会发现，本章采用的方法，与传统教科书或早期有关目标规划著作中提出的方法有显著不同，至少从哲学的观点来看是如此。这些差异导致了建立具有相当适应性的数学模型的系统方法。事实上，决策分析最困难的一步就是写出问题的表达式。因为一旦建立了问题的模型，就可以用相当简明的方法进行系统的求解。虽然，本书给出了不少建立模型的例子，但是提高这种建立模型的能力的唯一有效途径就是依靠自己现在已有的经验。

第三章介绍了一类很特殊的多目标决策模型：完全线性模型。这种模型是以后章节中扩展方法的基础。因此，读者应当仔细地学习它。第三章也告诉读者，怎样用简单明了的方式把线性规划（即单目标线性决策模型的求解）当作线性多目标决策分析来处理。希望这一章将有助于消除读者可能把目标规划仅仅看作是线性规划的一种巧妙扩展的模糊概念。

第四章与对偶性（多维对偶）的发展和有关，并且还和线性目标规划的次优性和灵敏度分析有关，我们将发现对偶性和次优性或灵敏度分析不但可以用于线性多目标模型，而且可导致更有成效的扩展。

第五章使我们不但能够处理多目标模型，而且也能处理决策变量必须是整数的模型。这就提出了大量现实生活中的问题。例如，我们要盖的房子数目取分数就没有意义。同样我们打算要制造的飞机和船只数也只能是整数。另一类重要的整数规划问题就是资金预算问题、规划选择问题或背包问题。在这样的模型中，我们想确定采用哪一个方案、规划或投资抉择，可以在获得最大利润或者冒最小风险或者扩大销售市场等方面接近预算值。这类问题不但是整数模型，而且事实上是 0—1 模型。这就是说，表示可选择或不可选择的决策变量必需是 0 或 1。

在第六章中，我们谈到了非线性多目标决策模型（包括传统的非线性规划或非线性决策模型）。在第六章的开始，介绍了如何用简单的搜索法对某种特定类型的非线性多目标模型（其函数不但连续，而且可微的模型）求得局部近似最优解的方法。这种搜索法的基础与求解线性多目标模型的算法极为相似。在第六章的后面，对于一般的非线性目标规划，介绍了一个更加简单、限制更少的算法。

构成多目标模型的假设之一，就是我们能够在不影响问题真实性的前提下建立优先等级，同时，也为每一个目标或目标体系确定权数。第七章我们研究这种概念并简要的讨论一些确

定优先等级数和权数的方法。第七章还提供了参考文献目录,如果人们希望研究这个问题和有关的领域,这个目录对读者将有指导作用。在这一章末尾还介绍了多目标模型的另一种方法。这个称之为“非控解”或“折衷规则”的方法都是基于不需要优先等级这一假设。

第八章提醒读者对未来研究和应用的可能领域的注意。第九章在扼要地总结本书的同时,也回答了一些有关目标规划方法一般特性的问题。

虽然求解多目标模型的方法只是由一些很基本的数学运算步骤所组成(通常是指加、减、乘、除),但是在求解一个问题的过程中,由于少不了多次重复这些运算步骤而显得冗长乏味。因此,一旦读者在用手工求解一些实际问题时,就会考虑怎样利用计算机求解更进一步的问题。这本书的附录对各种各样的问题提供了一个可供选择的计算机程序系统,并为用户提供了指南和范例。

第二章 问题的形成

§2-1 一般方法

在构造一个决策数学模型时，我们建议首先分离出决策变量，即分离那些可以控制而且用来确定决策结果的参数。然后建立由下列因素决定的目的或目标：

- (1) 决策者的愿望；
- (2) 有限的资源；
- (3) 在决策变量的选择时，所有其它明显的或隐含的限制。

从这些目标中，我们将一些“绝对目标”分离出来（亦即是，对这样一些目标，如果不满足它们，则其最终结果之解将无法实施）并制订出满足这些特殊目标的第一优先等级，其次的优先等级（以及可能的加权因子）和所有余下的非绝对目标有关。

为要降低模型的规模和复杂性，继而进行的步骤决定于模型的简化是否可能。决策模型形成的最后一步是达到函数（Achievement function）之推导。这些步骤分别在下面详述。关于建立模型一般方法的一本优秀教材是雷曼梯教授的著作〔2〕，虽然它与本书使用的方法稍有不同。李（Lee）的教材〔1〕则提供了目标规划的一些例子。

§2-2 决策变量的决定

分离出决策变量是构成制订决策模型中其余步骤的基础。决策变量是决策者所控制的因素。由于这个原因，决策变量有时被认为是“控制变量”。下面考察一个相当简单的决策模型的例子：用室内空调器来调节室内温度。一些是确定室温的主要因素，如室外温度、空调器的体积、室内人数、窗帘或装饰以及空调器控制旋钮所处的位置等。但是，以实际观点出发，我们仅能做到调节窗帘（关闭、打开或部分关闭）以及调节空调器控制旋钮的位置。我们不可能改变室内人数，或者不希望如此。我们也不可能改变室外温度或空调器的大小。因此，虽然这些非控制因素也是确定最终室温的基本因素，但若将其包括在模型之内则既是不必要的，而且也是无效的。

为统一起见，我们将按照惯例把决策变量记为 x 。这样 x_j 即为第 j 个决策变量。建立一个模型的最终目的是用来确定这些决策变量的最优值。这里用 x_j^* 来标志第 j 个决策变量的最优值。

§2-3 目标函数的建立

熟悉线性规划或数学规划的人将会记得，在这些模型中，总是单一的目标函数，在受一些约束函数支配下，它不是极大化就是极小化。一个函数若不是清楚地表示为一个目标，便

表示为一个约束。在现实生活中，如此清晰的区分是罕见的，如果存在，必然在我们的决策模型中，我们仅需考虑到如前所述的目标，它们无非是：

- (1) 决策者的欲望；
- (2) 有限的资源；
- (3) 在决策变量选择中，所有其它明显的或隐含的限制。

我们首先推荐的形成目标函数的方法，都被包括于上述三类目标之中。第一类中的典型目标可包括这样一些：

- 使利润最大；
- 使成本最小；
- 使加班时间最短；
- 最大限度地利用人员或工序；
- 使机器停工工期最短；
- 使风险最小；
- 使加工过程保持在一定控制限度之内的概率最大；
- 使返工率最小。

第二类中的目标可能包含这样一些目标，既不违背资源约束，或使资源约束破坏得最小。资源约束包括：

- 有限的人力；
- 有限的原料；
- 有限的预算；
- 有限的时间。

第三类，与就是最后一类目标中，我们的目标是满足或试图满足如下各种各样“法定的”约束，例如：

- 一个变量或多个变量非负的实际要求；
- 规定一个变量或多个变量必须等于或超过一个给定极小值的限制要求。

目标函数形成的下一步骤是试图使目标总数最少。一个目标的实现，甚至还有可能导致另一目标的实现。例如，使利润极大化和成本极小化这两个目标，通常就由使利润极大化这样一个目标取代。目标简化的另一种方法是将那些我们认为重要性是次要的或可忽略的目标删去。

在目标数尽可能地或适当地减少后，就可以开始把余下的目标构造成一个实际的数学表达式。在本书中，我们将目的或目标记为 G_i ，例如 G_3 ，就是第三目标函数。每一目标函数必须依次表示为决策变量的函数，即：

$$G_i = f_i(x)$$

这里 $f_i(x)$ 是与第 i 个目标有关的决策变量函数。

一次只考虑一个子系统，常常能使 $f_i(x)$ 之公式更加简化。在建立表达式时，对于那些特殊的子系统，必须表明它们对所有目标的影响。于是，每一个子系统的影响之表达式必定与所有其它子系统的表达式相关，这样就形成了相互关联的目标。在某些情况下，一个子系统的影响可能与其它一些子系统的影响相加；在另外一些情况下，一个子系统的影响可能与其它子系统的影响相减或相乘。直到所有的目标函数表达式都被认为合适为止。

每一个目标函数有且必须有一个与之相关的右边值，即：