

电 工 仪 器 仪 表

——原 理 与 使 用

王鸿钰 解明芳 何 鸣 编

上 海 科 学 技 术 出 版 社

电 工 仪 器 仪 表

——原 理 与 使 用

王鸿钰 解明芳 何 鸣 编

上海科学技术出版社出版、发行

(上海瑞金二路450号)

新华书店上海发行所经销 常熟文化印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 22.5 字数 531,000

1993年11月第1版 1993年11月第1次印刷

印数 5,000

ISBN 7-5323-3163-6/TM·80

定价: 12.20 元

(沪)新登字 108 号

内 容 提 要

本书围绕选用、接线、调试、维护、检定等仪器仪表使用中问题,分层次地从简易仪表介绍到智能化仪器仪表。如常用的模拟指示仪表、比较式仪表、记录仪器、数字仪表、电能表等,对由数字电路、大规模集成电路、微处理器及单片微型计算机组成的新型仪表及最近颁布的标准和规程作为深入介绍。对电源、检定和检定设备作了专门介绍。

本书读者对象为使用电工仪器仪表的电气测试工人、技术人员、高中级电工,亦可作高校仪器仪表专业教材和参考书。

前 言

1981年出版的《电工仪器仪表与应用》颇受读者欢迎,一再重印。然而,最近十多年来,采用新技术、新器件、新材料的新型仪器仪表发展很快,内装微处理器或微处理机的智能化仪表、内装大规模集成电路的普及型仪表、将数字技术和模拟技术结合在一起的混合式仪表、各种不同类型的测试系统等,都相继研制成功。并且在现在引进的设备中,一般也都配置了新型仪表和先进的测试系统。为适应形势的发展,我们对原著作了改编,保留其深受欢迎的特点,对其内容作了更新,增补了近年来最新成果。与此同时,还将原著中仅作一般知识性介绍的测试系统扩编成另一本书《电工测试系统——原理与使用》,作为本书的姊妹篇。

本书仍介绍单元仪器仪表,特别是新型仪器仪表。对书中所述内容,主要用物理概念和最近颁布的标准或规程来加以说明,力求通俗易懂、实用。为使读者能从书中获得更多有用的信息,论述仪表的工作原理与应用简况之时,通常还给出一些典型的国产仪表或国产化仪表的主要技术特性,供参考、比较和选用。

本书由王鸿钰为主编写,解明芳和何鸣参加了部分章节的编写工作。

编写过程中,同济大学的有关老师和上海仪器仪表研究所的有关同志曾给予我们很大鼓励与支持,许多仪器仪表制造厂为本书提供了宝贵资料,作者在此表示衷心感谢。

作者 1992年8月

目 录

第一章 测量及电工仪表 1	六、静电式仪表.....53
§1-1 测量方法..... 1	§2-5 直流电子电压表.....54
一、按获得被测结果的过程划分..... 1	一、直接耦合式电压表.....54
二、按仪表产生被测量数值的方法划分..... 2	二、斩波放大式电压表.....56
§1-2 测量误差..... 3	三、直流检流计.....57
一、误差的表示方式..... 3	四、高阻计.....59
二、测量误差的分类..... 4	§2-6 交流电子电压表.....61
三、系统误差的合成..... 8	一、平均值响应电压表.....61
四、系统误差的消除.....11	二、有效值响应电压表.....64
§1-3 电工仪表的分类和选用.....14	三、峰值响应电压表.....65
一、电工仪表的分类.....14	四、交流电压表的选择.....66
二、选用仪表需考虑的有关事项.....14	五、交流指零仪.....67
三、仪表选择.....29	§2-7 万用表.....69
第二章 模拟指示仪表32	一、机电式万用表.....69
§2-1 机电式仪表的运动方程.....32	二、电子式万用表.....74
§2-2 磁电式仪表.....34	三、万用表的使用.....76
一、工作原理.....34	第三章 比较式仪器82
二、特性.....35	§3-1 标准量具.....82
三、磁电式电流表.....35	一、标准电池.....82
四、磁电式电压表.....37	二、标准电阻.....84
五、检流计.....38	三、标准电容.....87
六、兆欧表(绝缘电阻表).....39	四、标准电感.....88
七、磁电式仪表的使用.....40	§3-2 直流电位差计.....88
§2-3 电动式仪表.....41	一、工作原理.....88
一、工作原理.....41	二、常用的线路结构.....90
二、特性.....41	三、特性.....93
三、电动式电流表.....42	四、使用.....94
四、电动式电压表.....43	§3-3 交流电位差计.....95
五、电动式功率表.....44	一、工作原理.....95
六、电动式仪表的使用.....45	二、特性.....96
§2-4 电磁式和其他形式的仪表.....48	三、使用.....97
一、工作原理.....48	§3-4 直流电桥.....98
二、特性.....50	一、单臂电桥.....98
三、电磁式电流表.....50	二、双臂电桥.....98
四、电磁式电压表.....51	三、直流电桥的特性和使用..... 100
五、热偶式仪表.....52	四、不平衡电桥..... 101

§3-5 交流电桥	103
一、经典交流电桥	103
二、变压器单边比率电桥	105
三、交流电流比较仪式电桥	108
四、变压器双边比率电桥	112
§3-6 自动平衡电桥	116
§3-7 直流电流比较仪式仪器	118
一、磁调制器	118
二、直流电流比较仪式电桥	119
三、直流电流比较仪式电位差计	122
第四章 记录仪器	126
§4-1 动圈式记录仪表	126
一、记录纸的驱动机构与记录轨迹	126
二、常用的记录方式	128
三、电子式记录仪表	129
§4-2 自动平衡记录仪	132
一、工作原理	132
二、记录纸的驱动机构与固定装置	132
三、电路分析	133
四、减小记录仪误差的方法	140
五、产品实例与使用	141
§4-3 光线示波器	146
一、工作原理	147
二、记录仪振动子	148
三、产品实例与使用	154
§4-4 仪用磁带记录仪	158
一、磁带记录仪的基本结构	158
二、常用的记录方法	160
三、磁头	165
四、磁带传送机构	166
五、磁带运动的不规则性	167
六、磁带记录仪的特性和使用	168
第五章 数字仪表	170
§5-1 数字显示	170
一、LED 的工作原理和驱动电路	170
二、LCD 的工作原理和驱动电路	172
§5-2 计数器	173
一、电子计数器的组成	174
二、工作原理	175
三、计数器的使用	180
四、全集成通用计数器	183
§5-3 数字电压表和数字万用表	185
一、模/数(A/D)转换技术	185

二、数字电压表(DVM)	201
三、数字万用表(DMM)	208
§5-4 混合式仪器	228
一、LCR 自动测量仪	228
二、具有模拟、数字双重显示的仪表	234
三、具有数字显示功能的记录仪表	235
四、瞬态记录仪	238
五、波形发生器	240
第六章 电能表	242
§6-1 感应式电能表	242
一、结构	242
二、工作原理	243
三、感应式电能表的使用	246
§6-2 脉冲电能表	247
一、结构和工作原理	247
二、脉冲电能表的使用	249
§6-3 电子式电能表	250
一、工作原理	250
二、现场使用的电子式电能表	252
第七章 电源	255
§7-1 直流线性电源	255
一、工作原理	255
二、集成稳压器	256
三、精密稳压、稳流电源	259
四、程控电源	266
§7-2 开关电源	270
一、非隔离型开关电源的基本电路	271
二、隔离型开关电源的基本电路	272
三、控制电路	274
四、实用电路	276
§7-3 工频电源	278
一、电子交流稳压器	278
二、交流净化电源	284
三、数字合成式工频电源	284
§7-4 音频电源	287
一、工作原理	287
二、电路分析	287
三、音频稳定电源实例	289
§7-5 不间断电源	290
一、交流不间断电源	290
二、直流不间断电源	291

第八章 电工仪器仪表的检定与检定

用设备.....	293	三、直流电位差计自动检定系统.....	310
§8-1 指示电表的检定.....	293	§8-4 交直流电表校验装置.....	311
一、确定仪表基本误差的方法.....	293	一、交直流精密电表校验装置.....	311
二、检定线路.....	295	二、直流电表自动校验装置.....	312
三、检定的其他规定.....	300	三、交流仪表检验装置.....	315
§8-2 数字电压表的检定.....	304	§8-5 交直流校准器.....	317
一、确定直流数字电压表基本误差的方 法.....	304	一、携带式校准器.....	317
二、检定线路.....	304	二、交流电压电流校准器.....	320
三、检定的其他规定.....	306	三、多功能校准器.....	322
§8-3 直流仪器的检定.....	307	附录一 Z80-微处理器的指令系统.....	330
一、直流电位差计的检定.....	307	附录二 MCS-51 系列单片机的指令系统 ...	340
二、直流电桥的检定.....	309	附录三 MCS-96 系列单片机的指令系统 ...	344

第一章 测量及电工仪表

测量是人们对客观事物取得数量概念的认识过程。人们通过测量,探索自然界各种现象之间所存在的客观规律,建立起各种定理和定律。这些定理、定律又促进了测量技术的发展。本书所述的仪器仪表就是依据电场电路、磁场磁路的基本理论制成的。生产技术和测量技术之间同样存在着这种相互促进的关系。生产技术的发展提出了新的测量要求,同时也为制作仪表提供了许多新的材料、新的元器件和部件,这一切都促进了测量仪表的发展;而测量仪表的发展又促进了生产过程的自动化和产品质量的提高,降低了操作人员的劳动强度,保证了安全生产,提高了劳动生产率等。例如:仪表中运用计算机和大规模集成电路后,功能显著增强,性能价格比明显提高,形成了新一代的仪器仪表;测量仪表配上接口与控制软件等之后,成功地构成了自动测试和测控系统。总而言之,科学理论和生产技术的发展推动着仪表和测量技术的发展,而仪表和测量技术的发展又反过来促进了科学理论和生产技术的发展。相辅相成,相互促进。

§1-1 测量方法

同一物理量可以用不同的方法进行测量。到底选择哪种方法,应根据测量条件、被测量的性质、准确度的要求等来决定。本节简单介绍各种不同的测量方法。

一、按获得被测结果的过程划分

1. 直接测量

直接测量是从一次测量的实验数据中得到测量结果的测量。在这种测量中,可以使用标准量具,通过电桥、电位差计等仪器,直接与被测量进行比较而取得被测量的数值;也可以从直读式仪表(数字仪表或指示仪表)上直接读出被测量的数值。

2. 间接测量

先直接测出与被测量有一定函数关系的几个量,然后,通过求解函数关系式来确定被测量的大小。例如:测量导体的电阻 R 、长度 l 和截面积 S , 通过计算 $\rho = R \frac{S}{l}$, 求得导体的电阻系数 ρ 。

测量电阻两端的电压 U 和流过的电流 I , 然后计算 $R = U/I$, 求得电阻 R 的大小。这也是间接测量。

当被测量不能直接测量或测量很复杂,或者用间接测量比用直接测量能获得更精确的结果时,可采用间接测量。

3. 组合测量

在这种测量方法中,先直接测量与被测量有一定函数关系的某些量,然后,联立求解这些函数关系式,以此确定被测量的大小。测量标准电阻、标准电池的温度系数是典型的例

子。下面以求标准电阻的温度系数 α 、 β 为例加以说明。因为标准电阻在不同温度 t 下的电阻值 R_t 为:

$$R_t = R_{20} [1 + \alpha(t - 20) + \beta(t - 20)^2]$$

所以,为求 α 、 β 数值的大小,应在 20°C 、 t_1 和 t_2 三个温度下,分别测出 R'_{20} 、 R_{t1} 和 R_{t2} ,然后,联立求解下列方程组,即可求得温度系数 α 和 β 。

$$R_{t1} = R_{20} [1 + \alpha(t_1 - 20) + \beta(t_1 - 20)^2]$$

$$R_{t2} = R_{20} [1 + \alpha(t_2 - 20) + \beta(t_2 - 20)^2]$$

二、按仪表产生被测量数值的方法划分

1. 直读测量法

直读测量法是根据仪表显示的数直接读取被测量数值的。测量单位的复制实物——标准量具并不直接参与日常测量。为了读取被测量,直读式仪表已预先按被测量的单位进行分度。也就是说,直读测量法实际上是用标准量具与被测量进行间接比较。使用模拟指示仪表或数字仪表测量电阻、电压等都属于直读测量;使用记录仪表记录被测量的大小也可归入直读测量法。

2. 比较测量法

比较测量法是指测量过程中需要标准量具直接参与,并通过比较仪器来确定被测量数值的测量方法。根据被测量与标准量比较方式的不同,比较测量法可分为以下几种:

(1) 零值法:在这种测量方法中,用已知的、可调的标准量 A 与被测量 X 进行比较。通过调节 A ,使监视标准量与被测量是否平衡的指零仪指零,以此求得被测量:

$$X = A \quad (1-1)$$

这种测量方法的准确度主要取决于标准量 A 的准确度和指零仪的灵敏度。只要 A 足够准确,指零仪的灵敏度足够高,那么,测量结果中的误差就可减到很小。使用电位差计测量电势、使用电桥测量电阻等都属于这种方法。

(2) 差值法:在这种测量方法中,测量仪器直接读取被测量 X 与某一已知的标准量 A 的差值 α ,然后,通过简单计算求得被测量:

$$X = A + \alpha \quad (1-2)$$

运用差值法测量能够提高测量的准确度。假设 A 的误差小得可忽略不计, A 与 X 之差为 1% ,而这个差值用准确度为 0.2% 的仪表测量。于是,被测量的测量准确度便提高到了 0.002% 。

(3) 替代法:在这种测量方法中,用已知的标准量 A 代替被测量 X ,且通过改变 A 使仪器的指示值恢复到原来状态,因此,被测量

$$X = A$$

这是一种极其准确的测量方法,仪器内部特性或外界因素都对测量结果没有影响。测量准确度取决于已知标准量的准确度。运用替代法测量的例子有:用标准电阻箱和比较仪器测量电阻等。

使用比较法进行测量时,由于标准量具直接参与,所以比直读法有更高的准确度。但是,比较法对测量仪器和测量条件的要求都较高,操作也比较麻烦,故通常在要求测量准确度高时采用。

§1-2 测量误差

任何测量都力求准确,但实际测量中,由于测量工具不准、测量方法不完善以及其他主客观因素的影响,测量结果往往偏离真值。通过测量获得的测量结果与真值(又称实际值)之差,就是所谓的测量误差。

一、误差的表示方式

常见的误差表示方式有三种:

1. 绝对误差

绝对误差 Δ 是仪表的指示值 A_x 与被测量的实际值 A_0 之间的差值:

$$\Delta = A_x - A_0 \quad (1-3)$$

绝对误差有正有负,量纲与被测量相同。

因为被测量的真值常常难以求得,故计算时可以用检定此仪表的高准确度仪表的指示值作为被测量的真值(实际值)。比如:在负载电路中串接一量程为 10A 的电流表,其指示值为 9.30A,而负载电流的实际值为 9.26A,则其绝对误差为 +0.04A。

实际测量中常常引入更正值 C , $C = -\Delta = A_0 - A_x$ 。因此, $A_0 = A_x + C$ 。上例中,更正值 $C = -0.04A$, $A_0 = A_x + C = 9.30 - 0.04 = 9.26A$ 。引入更正值后,可使测量结果更接近被测量的真值。

2. 相对误差

相对误差是绝对误差 Δ 与被测量的实际值 A_0 的比值,以符号 γ 表示:

$$\gamma = \frac{\Delta}{A_0} \times 100\% = \frac{A_x - A_0}{A_0} \times 100\% \approx \frac{A_x - A_0}{A_x} \times 100\% \quad (1-4)$$

相对误差有正有负,没有量纲。

测量结果的准确程度通常用相对误差表示。测量大小不同的被测量时,若简单地用绝对误差判断测量的准确程度,则很可能导致差错。仍以上例说明,电流表指示的另一个读数为 4.72A,而电路中流过的实际电流为 4.69A,绝对误差为 +0.03A。后者的绝对误差比前者小,但 +0.03A 在 4.69A 中所占的比例为 0.640%,而 +0.04A 在 9.26A 中所占的比例为 0.432%。也就是说,测量 4.69A 时的误差对测量结果的相对影响更大。

用相对误差表示准确度的仪表有电能表等。

3. 引用误差

引用误差是绝对误差 Δ 与仪表测量上限 A_n 的比值,以符号 γ_n 表示。

$$\gamma_n = \frac{\Delta}{A_n} \times 100\% = \frac{A_x - A_0}{A_n} \times 100\% \quad (1-5)$$

引用误差也可正可负,没有量纲。

上面测量 9.26A 负载电流的例子中,因绝对误差为 +0.04A,仪表的测量上限 $A_n = 10A$,因此,

$$\gamma_n = \frac{+0.04}{10} \times 100\% = +0.4\%$$

大多数模拟直读式指示仪表都用这种误差表示其准确度,这时,式(1-5)中的 Δ 为最大

绝对误差。因为这些仪表的绝对误差变化不大，而具体仪表的测量上限又是一个常数，因此，引用误差能比较好地反映出仪表的准确度性能。

二、测量误差的分类

测量误差按其性质可分成系统误差、随机误差和疏忽误差三大类。下面介绍这三大类误差和合成系统误差与消除系统误差的一些方法。

1. 系统误差

测量过程中，恒定不变或按一定规律变化的误差称为系统误差。其主要来源有以下几个方面。

(1) 设备误差：这是测量过程中使用的仪表或标准量具所固有的误差。它由测试设备结构上的、工作原理上的、制造加工(包括校准)上的缺陷引入。仪表的基本误差主要由这项误差决定。

模拟指示仪表中，仪表标度尺分度不准、机械平衡调得不好、转动部分的摩擦等引起的误差是比较典型的系统误差。数字仪表与比较式仪器中也有类似情况，如基准不是很准、比例元件的非线性等。除此之外，分辨力和灵敏度、 ± 1 个字计数误差等也会产生这种误差。下面是一个具体例子。

使用单臂电桥测量电阻时，若已知臂最低十进盘开关连续变化3个单位，检流计的指示没有变化，这时一般取3个数值的中间值作为读数，但它具有最小十进值的 ± 1 个单位的不确定性。假设检流计的灵敏度足够高，最低十进盘每改变1个单位都有变化，电桥仍有最小十进值的 $\pm \frac{1}{2}$ 个单位的不确定性。

(2) 设备时效引起的误差：这类误差由测试设备的性能随时间变化造成。因此，必须对测试设备进行定期检定或校准，保证它的性能指标不超出规定的范围。如果设备随时间的变化超出允许变化的范围，那么，或者对它重新调整，或者降级使用，或者以新的仪器设备取代它。

(3) 测量方法的误差：这种误差由测量方法的不完善，或测量所依据的定律、公式的近似性所引起。

使用双臂电桥测量小电阻的阻值是一个典型的例子。电桥平衡时的方程式为：

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_s + \frac{r R_2}{r + R_1' + R_2'} \left(\frac{R_1'}{R_1} - \frac{R_2'}{R_2} \right)$$

实际应用中，因后一项很小，故常用 $R_x = \frac{R_2}{R_1} \cdot R_s$ 表达式近似，因此，测量结果含有近似误差。如果需要的话，表达式删去部分引入的误差应增加到总误差之中。

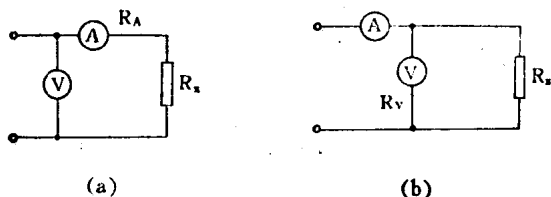


图 1-1 用伏安法测电阻

用电压表(伏特表)和电流表(安培表)测量电阻 R_x 时，可以按图 1-1 布置，并以 $R_x =$

U/I 计算。因为电压表的内阻不是无穷大, 电流表的内阻不等于零, 因此, 图 1-1(a) 中电压表实际测出的电压为 R_x 压降和电流表压降之和。图 1-1(b) 电流表实际测出的电流为 R_x 上流过的电流与电压表中流过的电流之和。用 $R_x=U/I$ 计算电阻值将出现误差。

图 1 2 是说明测量方法误差的又一例子。设被测电源的内阻为 R_s ; 电压表指示的电压值为 U_m , 表的内阻为 R_m , 求测量电压 U_s 的误差。

$$\therefore U_m = U_s \left(\frac{R_m}{R_m + R_s} \right)$$

$$\therefore \gamma = \frac{U_m - U_s}{U_s} \times 100\%$$

$$= \frac{U_s \left(\frac{R_m}{R_m + R_s} \right) - U_s}{U_s} \times 100\%$$

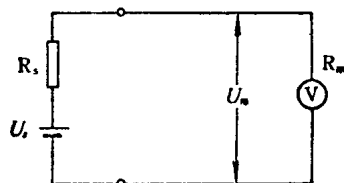


图 1-2 用电压表测量电压 U_s

因电压表的分压影响所产生的读数误差为

$$\gamma = - \frac{R_s}{R_m + R_s} \times 100\%$$

除仪表的固有误差外, 测量的总误差中还应包括由此引起的误差。

令 R_m 等于 nR_s , 可将这种误差与 n 的关系列成表 1-1。

表 1-1 接入仪表产生的误差与 n 的关系

n	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
误差 (%)	9.1	0.90	0.1	0.01	0.001	0.0001

由表可知, 为使这种误差忽略不计, R_m 必须比电源内阻大得多。注意: 这种误差可能成为测量误差中的主要部分。如, 用一台输入电阻为 $10\text{M}\Omega$ 、准确度为 $\pm 0.005\%$ 的数字电压表测量输出电阻为 $10\text{k}\Omega$ 的电源电压时, 这种误差为 0.1% , 大于 $\pm 0.005\%$ 。

(4) 寄生量和残量引起的误差: 在高频情况下, 寄生量的影响非常明显。例如: 寄生电容使阻抗变低, 而寄生电容很可能与测量仪表并联, 由此造成误差。

这类误差包括: ①表面漏泄影响, 这种影响主要在高压, 但低压情况下也可能有影响 (例如: 标准电池两端如有 $10\text{M}\Omega$ 漏泄通路, 将意味着输出 $0.1\mu\text{A}$ 电流; 如果电池的内阻为 700Ω , 则它的端电压将降低 $70\mu\text{V}$); ②接触电阻和导线电阻的影响, 在低阻抗测量中, 这种影响可能相当大; ③导线电感的影响, 表现在高频时给出高的串联阻抗; ④不同金属接点上的热电势影响。

这类误差常常可通过校准进行检查和校正。如先测出导线电阻与接触电阻, 然后再测出加上被测电阻之后的总电阻, 两者相减则可消去导线电阻和接触电阻。又如, 为了消除热电势的影响, 可通过反转电源极性重测, 然后取平均值作为读数。

(5) 环境误差: 这种误差由测量环境变化 (温度、气压、湿度)、外界电场或磁场影响及仪表的安放位置不正确等原因造成。

就一般情况而言, 温度变化的影响最大。例如: 饱和标准电池在标准温度时的温度系数

为 $-40\mu\text{V}/^\circ\text{C}$, 如果端电压为 $1.018590\text{V} \pm 5\mu\text{V}$; 则当温度增加 $1.2^\circ\text{C} \pm 0.05^\circ\text{C}$ 时, 它的端电压将为 $1.018542\text{V} \pm 7\mu\text{V}$ 。不确定性随温度公差增加而增加。

除一些特殊测量场合(如采用火花隙测量高压)外, 湿度和气压的影响不太重要。不过, 每次测量都有必要记录温度、气压和湿度, 以便在需要时, 对测量结果进行修正。

当测量环境超出规定仪表基本误差的环境条件时, 环境误差应作为附加误差计入总误差之中。

(6) 人为误差: 这是由操作人员的分辨能力、读数习惯(如读取模拟表的读数总偏高或偏低)所引起的误差。例如: 一台额定值为 10V 的 0.5 级电压表, 它有 100 个分度。测量时, 操作人员对指针所指的位置通常能估计到 0.2 分度(具有 ± 0.1 分度的不确定性), 因此, 当指针指在 8.84V 电压处时, 除仪表固有的误差 $\pm 0.05\text{V}$ (额定值的 0.5%) 外, 严格来讲, 还应考虑人为误差 $\pm 0.01\text{V}$ 。读数的最大误差为 $\frac{\pm 0.06}{8.84} = \pm 0.68\%$ 。

(7) 计算误差: 在计算结果里, 除了上述误差外, 还有一种由计算产生的误差。如果使用计算能力很强的工具计算, 如使用 10 位数字的计算器计算, 则计算误差在大多数情况下可忽略不计。若计算器的位数比较少, 而且在计算精密测量的结果, 则应注意这种误差。计算误差中影响较大的很可能是四舍五入误差。例如: 若把 14.648 四舍五入成 14.65 , 则引入的误差为 0.0137% ; 假如再把 14.65 舍入成 14.7% , 则总的计算误差为 0.355% 。为了使计算误差相对于测量误差可以忽略不计, 应根据微小误差准则, 使舍入误差约为被测对象误差的 $1/10$ 。如: 测量 2.0 级电能表的误差, 其测量结果数据应舍入的位数为 $\frac{1}{10} \times 2\% = 0.2\%$, 即测量结果的百分数误差应舍入到小数点后第一位, 舍入间距为 2 的整数倍。

2. 随机误差

随机误差与系统误差不同, 它是由超出操作人员控制范围的外部因素对测量产生的影响。这些因素有: 电源电压的瞬变, 机械冲击或振动, 湿度和压力的变化, 噪声(电的和声的)等等。这些现象与正在进行的测量没有关系, 并给出纯粹是随机性质的误差。虽然它们难被消除, 但通过获取大量读数(n 次)和求平均值 $\bar{x}$, 能有效地减少这种影响。

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (16)$$

在消除系统误差之后, 这种平均值比单独的读数更接近真值。因而, 在精密测量中常用这种平均值作为测量结果。

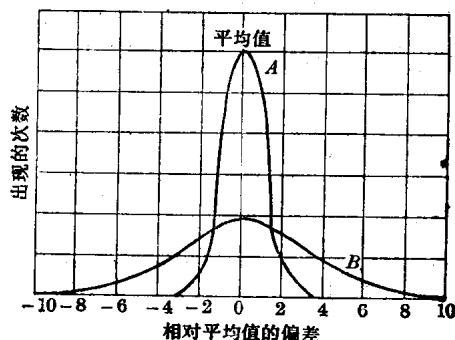


图 1-3 正态分布曲线

读数在平均值周围的分散程度给出了测量中涉及的随机误差的量度。理想情况下, 这种分散应当很小, 不过, 也会出现与平均值差别很大的偶然读数。这种离群的值不应该忽略, 因为在那瞬间, 它也许是真值和从那些隐藏系统误差(这种误差在测量过程中变化了)的值中取得。如果测量的结果只受随机误差的影响, 则随着读数的增加, 它们应近似为正态分布。这种分布能通过描绘相对读数值出现的数目的图形来检验(见图 1-3), 曲线的中间值(中线)与平均值相符合。

计算一组观测值随机性的方法是, 计算对于这种分布的标准差。因为随机分布中的所有点的偏差之和为零, 所以, 必须通过计算偏差平方和的平均值的开方, 求得单一观测值的标准差。对于有限观测次数, 标准差 S 为

$$S = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

式中, $\bar{x}$ 是平均值, x_i 是个别值, n 是观测次数。

当 $n \rightarrow \infty$ 时, 标准差 σ 为

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

对于正态分布, 观测值落在 $\pm 1.96\sigma$ 以外的机会为 5%, 落在 $\pm 3.09\sigma$ 以外的机会为 0.2%。因此, 常常以 $\pm 3S$ 作为观测次数足够多的随机误差的极限(不确定度)。注意: 当观测次数不够多时, S 前所乘的系数应以次数 n 和要求的概率为基础, 查表求得。不管此系数大小如何, 标准差的大小都是分布质量的明确表示。图 1-3 中, 曲线 A 的标准差为 1, 而曲线 B 为 3。

如前所述, 测量结果可用取样平均值表示, 这时的标准差等于多少?

$$\therefore \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} x_1 + \frac{1}{n} x_2 + \dots + \frac{1}{n} x_n$$

考虑各次观测值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的标准差均相等,

$$S_1 = S_2 = \dots = S_n = S$$

又因为误差传递系数为 $1/n$, 故各观测值的局部标准差为

$$\frac{1}{n} S_1 = \frac{1}{n} S_2 = \dots = \frac{1}{n} S_n = \frac{1}{n} S$$

将上述几个局部标准差按方和根合成, 得

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\left(\frac{1}{n} S\right)^2 + \left(\frac{1}{n} S\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{n} S\right)^2} = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (18)$$

式中 $S_{\bar{x}}$ ——有限次观测时, 取样平均值标准差的估计值。

上式表明, 取样平均值 $\bar{x}$ 的标准差 $S_{\bar{x}}$ 是单一测量值的标准差 S 的 $1/\sqrt{n}$ 倍。 $S_{\bar{x}}$ 随观测次数 n 的增加而减小, 即测量结果的精密度随之提高。不过, 由于 $S_{\bar{x}}$ 与 n 的平方根成反比, 精密度的提高随着 n 的增加而越来越慢。因此, 在精密测量中, 一般观测次数取 $n=10 \sim 20$ 次左右即可。

同样, 取样平均值的不确定度也可以用类似的方法求得。随机误差通常比较小, 工程测量中往往可以不予考虑。

3. 疏忽误差

除系统误差和随机误差外, 还有一类疏忽误差。这种误差是由于试验人员疏忽所造成。例如: 试验时读数读错, 记录记错。这种数据应该抛弃。

从上面介绍的情况可知, 要实现精密测量, 必须做到: 去掉疏忽误差; 尽量减小系统误差; 进行多次测量, 并以测定值的算术平均值作为测量结果。

假设系统误差已消除, 完整的计算过程如下,

① 对被测量作足够多的 n 次测量,测得 n 个值 x_i ;

② 计算被测量的算术平均值 $\bar{x}, \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$;

③ 计算每次测量的剩余误差, $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$;

④ 计算每次测量的标准差, $S = \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1) \right]^{\frac{1}{2}}$;

⑤ 以疏忽误差判别准则(比如,看 $|\Delta x_i|$ 是否大于 $3S$),检查并剔除这种误差,然后从第二步起重新进行计算,直到清除所有疏忽误差;

⑥ 计算算术平均值的标准差, $S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$, 式中 $n, \bar{x}$ 等于删除疏忽误差后的测量次数和均值, $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ 为余下各次测量值的剩余误差;

⑦ 测量结果 $x = \bar{x} \pm 3S_{\bar{x}}$, 式中 $3S_{\bar{x}}$ 为测量的极限误差(不确定度)。根据测量的重要性,有时还应给出测量结果的置信概率(比如,99.7%、95%等)。

三、系统误差的合成

为了得到总的系统误差,应该考虑第二部分产生系统误差的各种因素。若将所有误差相加,则可得到最大的可能误差。

对简单测量而言,除测试设备的基本误差外,系统误差中还应加上各种附加误差,如工作温度超出规定范围引入的误差等。

对较复杂的测量,依测量结果的表达形式不同,系统相对误差和最大的可能误差可按下列方式计算。

1. 表示成商的形式:

$$x = A/B$$

伏安法测量电阻是一个典型的例子。被测电阻 $R = \frac{U}{I}$, 假定分别使用额定值为 10V 的 0.5 级电压表和额定值为 1A 的 0.5 级电流表进行测量。测得电阻两端的电压为 10V, 从其上流过的电流为 1A, 并且,电压表和电流表都在正常条件下工作(后面举的例子也符合此条件),于是,被测电阻应为 $10\Omega \pm 1.0\%$ 。因为电压可能是 9.95 或 10.05V, 电流可能是 0.995 或 1.005A。取可能的最坏情况,被测电阻为

$$R = \frac{10.05}{0.995} = 10.05(1+0.005) = 10.1(\Omega), \text{误差为 } +1.0\%;$$

$$R = \frac{9.95}{1.005} = 9.95(1-0.005) = 9.90(\Omega), \text{误差为 } -1.0\%.$$

这一结论也可通过对 $R = U/I$ 两边取对数并微分求得:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dU}{U} - \frac{dI}{I}$$

因为 $\Delta R, \Delta U, \Delta I$ 相对 R, U, I 很小,所以,测量的相对误差为

$$\gamma = \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta U}{U} - \frac{\Delta I}{I}$$

最大可能误差为

$$\gamma_{\max} = \frac{\Delta R}{R} = \pm \left[\left| \frac{\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{\Delta I}{I} \right| \right] \quad (1-9)$$

电压表指示 10V 时的相对误差为 $\pm 0.5\%$, 电流表指示 1A 时的相对误差也为 $\pm 0.5\%$, 所以,

$$\gamma_{\max} = \frac{\Delta R}{R} = \pm \left[\left| \frac{\Delta U}{U} \right| + \left| \frac{\Delta I}{I} \right| \right] = \pm (0.5\% + 0.5\%) = \pm 1.0\%$$

2. 表示成积与商的形式

$$x = \frac{ABC}{P^2Q^3}$$

两边取自然对数

$$\ln x = \ln A + \ln B + \ln C - 2\ln P - 3\ln Q$$

两边微分

$$\frac{dx}{x} = \frac{dA}{A} + \frac{dB}{B} + \frac{dC}{C} - \frac{2dP}{P} - \frac{3dQ}{Q}$$

同上所述, x 中的最大可能误差由这些项的模决定。用 $\Delta x, \Delta A, \Delta B, \Delta C, \Delta P, \Delta Q$ 代替 dx, dA, dB, dC, dP, dQ , 于是

$$\frac{\Delta x}{x} = \pm \left[\left| \frac{\Delta A}{A} \right| + \left| \frac{\Delta B}{B} \right| + \left| \frac{\Delta C}{C} \right| + \left| \frac{2\Delta P}{P} \right| + \left| \frac{3\Delta Q}{Q} \right| \right] \times 100\% \quad (1-10)$$

3. 表达成和的形式

$$x = y + z + p$$

在这种情况下, x 的最大可能误差为:

$$\pm \Delta x = \pm (\Delta y + \Delta z + \Delta p)$$

或写成:

$$\frac{\Delta x}{x} = \pm \frac{\Delta y + \Delta z + \Delta p}{x} \times 100\% \quad (1-11)$$

如果 y, z 和 p 的误差已经以百分数形式给出, 则

$$\frac{\Delta x}{x} = \pm \left[\frac{y\Delta y}{xy} + \frac{z\Delta z}{xz} + \frac{p\Delta p}{xp} \right] \% \quad (1-12)$$

综合十进电阻箱的误差是这种误差分析的一个实例。假定四个十进盘的电阻箱有,

“a”十进盘 $10 \times 1000 \pm 1\Omega$ (0.1%)

“b”十进盘 $10 \times 100 \pm 0.1\Omega$ (0.1%)

“c”十进盘 $10 \times 10 \pm 0.05\Omega$ (0.5%)

“d”十进盘 $10 \times 1 \pm 0.01\Omega$ (1.0%)

和设定在 5643Ω 。

设定值的误差是,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x}{x} &= \pm \left(\frac{5 + 0.6 + 0.2 + 0.03}{5643} \right) \times 100\% \\ &= \pm \frac{5.83}{5643} \times 100\% = \pm 0.103\% \end{aligned}$$

另一种形式,

$$\begin{aligned}\frac{\Delta x}{x} &= \pm \left[\frac{5000}{5643} \times 0.1 + \frac{600}{5643} \times 0.1 + \frac{40}{5643} \times 0.5 + \frac{3 \times 1}{5643} \right] \% \\ &= \pm \left(\frac{585}{5643} \right) \% = \pm 0.103 \%\end{aligned}$$

因此, $x = 5643(1 \pm 0.103\%) \Omega$ 或 $x = 5643 \pm 6 \Omega$.

4. 表示成和与积的组合形式

$$\begin{aligned}x &= \frac{B}{A+C} \\ \therefore \ln x &= \ln B - \ln(A+C) \\ \therefore \frac{dx}{x} &= \frac{dB}{B} - \frac{d(A+C)}{A+C} \\ &= \frac{dB}{B} - \frac{dA+dC}{A+C}\end{aligned}$$

用 $\Delta x, \Delta A, \Delta B, \Delta C$ 代替 dx, dA, dB, dC , 且取这两项的模, 得最大可能误差为

$$\frac{\Delta x}{x} = \pm \left[\left| \frac{\Delta B}{B} \right| + \left| \frac{\Delta A + \Delta C}{A+C} \right| \right] \times 100\% \quad (1-13)$$

计算用电桥测量电阻时的总的不确定性是一个典型的例子。电桥平衡时, 被测电阻

$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_s$ 。已知 $R_1 = 1000 \Omega \pm 0.05\%$, $R_2 = 100 \Omega \pm 0.05\%$, 而 R_s 是四位十进盘电阻箱。各盘电阻如下:

“a”盘 $10 \times 1000 \Omega \pm 0.5 \Omega$
 “b”盘 $10 \times 100 \Omega \pm 0.1 \Omega$
 “c”盘 $10 \times 10 \Omega \pm 0.05 \Omega$
 “d”盘 $10 \times 1 \Omega \pm 0.05 \Omega$

电桥平衡时, R_s 设置在 5436Ω 上, 因此, 被测电阻 R_x 为

$$R_x = \frac{1000}{100} \times 5436 = 54.36 (\text{k}\Omega)$$

R_s 的相对误差为

$$\begin{aligned}\frac{\Delta R_s}{R_s} &= \pm \left(\frac{5 \times 0.5 + 4 \times 0.1 + 3 \times 0.05 + 6 \times 0.05}{5436} \right) \times 100\% \\ &= \pm \frac{3.35 \times 100}{5436} \% \\ &= \pm 0.0616 \%\end{aligned}$$

$\therefore R_x$ 的最大相对误差为

$$\begin{aligned}\frac{\Delta R_x}{R_x} &= \pm \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_s}{R_s} \right) \times 100\% \\ &= \pm (0.05 + 0.05 + 0.062) \% \\ &= \pm 0.162 \%\end{aligned}$$