

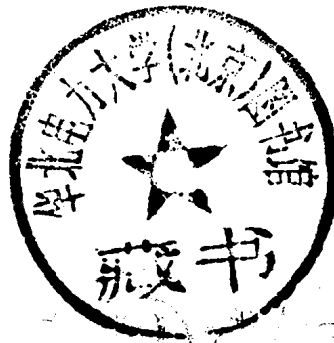


TK124  
4415

163325

# 热传导理论与方法

林瑞泰 编著



京电力大 00167560

天津大学出版社

## 内 容 简 介

本书着重讲述应用广泛的固体热传导过程。全书较全面、深入地剖析了热传导正、逆过程的规律。阐述各种典型的解析解法和数值解法，并提出和简介热传导强化与削弱问题。全书自始至终贯彻物理概念与数学分析相结合，理论与实际结合，各种方法相互补充与比较，并深化基本概念、基本理论和基本方法。既注意了系统性又注意了实用性。

本书可作为能源、动力、工程热物理、制冷、化工、材料等专业教师、研究生、高年级大学生教学用书，亦可供有关专业科技人员参考。

(津)新登字012号

### 热传导理论与方法

林瑞泰 编著

天津大学出版社出版

(天津大学内)

河北省邮电印刷厂印刷

新华书店天津发行所发行

开本：787×1092毫米 1/16 印张：18 字数：446千字  
1992年12月第一版 1992年12月第一次印刷

印数：1—1000

ISBN 7-5618-0417-2

TK·5

定 价：4.70 元

# 前 言

热传导理论与方法是传热学中带有基础性的重要学科分支。其研究对象是各种集态物质，但主要是固态物质内部的热量传导过程。从18世纪至今，热传导这一学科分支已发展成为理论性与系统性强、分析与求解方法全面、内容丰富并日臻成熟的一个学术领域。热传导过程与科学研究、工程技术的许多部门有着紧密的联系。它涉及到能源、动力、航空与航天、核反应等工程材料、构件中热量传递的强化与削弱及热应力分析；土壤及建筑物温度变化与热量传递；金属冷热加工、冶炼、铸造及热处理过程；物体的冷冻与熔化过程；各种换热设备的传热过程；金属与非金属材料及其它工质的热物性测算；动、植物及人体内部温度分布及能量、质量传递，以及热科学中热性能实验与温度测量。学习与掌握研究热传导过程的理论与方法，不仅有助于培养对各种工程技术实际问题的分析与求解能力，而且还有利于训练与提高对客观物理现象的观察与概括能力、由实际现象到数学处理的研究与推理能力和将理论与实际结合起来的思维与创新能力。因此可以说，热传导学科分支对于从事有关专业科学研究、工程设计与技术管理等各种高级科技人员是一门具有关键性的基础学科。

本书是作者在讲授了多年研究生热传导课程的基础上撰写的。编写中，力求精选内容，吸收近期研究成果，反映学科学术水平及最新发展；注意物理概念与数学分析结合，理论与实际结合及解析方法与数值方法并举且加以比较。全书自始至终突出基本概念、基本理论与基本方法。另外，书中还扼要地阐述了热传导的强化与削弱以及导热逆过程的基本概念与分析处理方法。全书共分七章，第一章为概论，在说明热传导学科分支的主要研究内容、方法及特点的基础上，概述了基本概念、定律及数学表述与处理方法，将热传导理论与热力学理论结合起来，将热平衡分析与熵平衡分析结合起来。力求从物理过程的观察概括到数学描述与分析以及各种求解方法的基本途径与思路上，使读者在建立一个较全面、系统、清晰的认识上得到启发与帮助。第二、三章分别阐述稳态与非稳态导热过程的解析解法（包括近似解析解法）。众所周知，导热问题解析解法是十分丰富的，要在有限篇幅内囊括其全部内容是不可能也是没必要的。在这两章内，主要归纳与介绍最基本的、理论含义深刻的、启发性强又具实用价值的途径与方法。第四、五章分别阐述了热传导问题的两种主要数值解法：有限差分法和有限元法在导热中的应用。考虑到阅读本书的读者已具备计算机语言及编写计算程序的知识及篇幅所限，故在这两章内不对计算程序一一列举。第六章简要说明几种有实用价值的特定导热问题，并提出与概括了热传导的强化与削弱问题。第七章扼要地阐述热传导逆问题的分析与处理方法。附录介绍曲线坐标、导热定解问题齐次与线性属性的判断及有关特殊函数的概念与性质。附表列出了贝塞尔函数、勒让德函数、误差函数、超越方程的根值及拉氏变换公式等，供读者参考。

本书可作为热能、动力、工程热物理、航天与航空、机械制造与加工、冶金、制冷、建筑、供暖与通风、化工、材料等有关专业教师、研究生、本科高年级学生教学用书，又可供有关专业和部门的科研与工程技术人员参考。在本书撰写和出版过程中，曾得到天津大学研究生院和天津大学出版社领导的支持与鼓励，责任编辑陈文润和徐桂英给予作者热情帮助和通力协作，在此作者一并向他们表示诚挚的谢意。鉴于作者水平所限，书中难免有错误与不当之处，欢迎读者指正。

作 者

# 目 录

<b>第一章 概 论</b> .....	( 1 )
§ 1-1 热传导的研究内容、方法及其发展历史.....	( 1 )
§ 1-2 温度场与热流场.....	( 3 )
§ 1-3 傅立叶定律与本构方程.....	( 5 )
§ 1-4 导热系数.....	( 9 )
§ 1-5 热传导方程与焓方程.....	( 18 )
§ 1-6 单值性条件.....	( 28 )
§ 1-7 热传导问题的求解方法.....	( 38 )
<b>第二章 稳态导热过程及其解析解</b> .....	( 46 )
§ 2-1 概 述.....	( 46 )
§ 2-2 一维稳态导热问题.....	( 47 )
§ 2-3 准一维稳态导热问题.....	( 53 )
§ 2-4 多维稳态导热问题.....	( 60 )
§ 2-5 积分近似解法.....	( 79 )
<b>第三章 非稳态导热过程及其解析解</b> .....	( 82 )
§ 3-1 概 述.....	( 82 )
§ 3-2 薄壁物体非稳态导热问题的解析解.....	( 86 )
§ 3-3 厚壁物体非稳态导热问题的解析解.....	( 91 )
§ 3-4 无限大和半无限大物体的非稳态导热问题.....	( 98 )
§ 3-5 非稳态导热问题的简化.....	( 114 )
<b>第四章 热传导问题的数值解法之一——有限差分法</b> .....	( 124 )
§ 4-1 概 述.....	( 124 )
§ 4-2 龙格-库塔法.....	( 128 )
§ 4-3 多维稳态导热问题的有限差分解法.....	( 135 )
§ 4-4 非矩形区域及非均质材料的差分格式.....	( 149 )
§ 4-5 有限差分法在求解非稳态导热问题中的应用.....	( 155 )
<b>第五章 热传导问题的数值解法之二——有限元法</b> .....	( 178 )
§ 5-1 概 述.....	( 178 )
§ 5-2 变分法简介.....	( 179 )
§ 5-3 有限元法要点及其单元离散化分析.....	( 188 )
§ 5-4 单元变分分析与计算.....	( 192 )
§ 5-5 总体合成.....	( 198 )
§ 5-6 结点温度方程组的求解.....	( 205 )
<b>第六章 几种特定导热问题</b> .....	( 207 )
§ 6-1 移动边界问题.....	( 207 )

§ 6-2	多孔物质中的导热问题	( 214 )
§ 6-3	夹层结构的导热问题	( 221 )
§ 6-4	热传导过程的强化与削弱	( 222 )
<b>第七章</b>	<b>热传导逆问题</b>	<b>( 226 )</b>
§ 7-1	概述	( 226 )
§ 7-2	热传导逆问题精确解	( 229 )
§ 7-3	函数规范法和调整法	( 234 )
§ 7-4	热传导逆问题数值分析	( 245 )
§ 7-5	换热系数估计问题	( 247 )
附录 I	曲线坐标	( 250 )
附录 II	导热定解问题的线性、齐次属性之判断	( 252 )
附录 III	贝塞尔 ( Bessel ) 函数	( 253 )
附录 IV	勒让德 ( Legendre ) 函数	( 257 )
附录 V	高斯误差函数	( 259 )
附 图		( 261 )
附 表		( 264 )
	<b>参考文献</b>	<b>( 276 )</b>

# 第一章 概 论

本章将在简述热传导的含义，由来与发展及热传导过程特点的基础上，进一步阐明有关热量传导所涉及的物理概念、基本定律及热传导方程；对单值性条件进行分析；对各种解法进行概括综合，使读者在总体上对热传导过程有一个更系统、更深入的理解，以期奠定研究与探讨热传导问题的基础。

## § 1-1 热传导的研究内容、方法及其发展历史

热能是物质能量的一种表现形式，传热过程则是热能的传播过程。人类对传热现象的认识与利用起源甚早，但形成传热学这一独立、系统的学科，还只是近半个多世纪以来的事情。通常将传热过程分为热传导（又称导热）、对流换热和热辐射三种基本方式。它们也是传热学的三个主要学科分支。与其它分支相比较，热传导是首先被开发、系统性、理论性已日臻成熟的较强的一个分支。其研究内容、方法又堪称为传热学的基础。

对于热传导这一基本传热方式的物理含义，学者们曾提出过多种阐述。从热量传递机理与实质分析，可将热传导现象的特征归纳如下：参与导热的物体各部分或各物体之间直接接触，它们之间在宏观上无相对运动；仅通过组成物质的微观粒子（如分子、离子、原子和电子等）在微观规模内的平移、转动和振动去传递热量；热量从高温区向低温区定向传播。因此可以说，热传导是在物体各部分或直接接触的各物体之间无相对宏观运动，仅通过组或物质的微观粒子在微观规模内的平移、旋转和振动，从高温区向低温区的热量传递过程。

研究表明，气体、液体和固体中的导热机理是有所不同的。在气体中，热量是由分子的热运动使气体分子相互碰撞传递的。在固体电介质中，热传导主要是由原子、分子的晶格振动所形成的弹性波来实现的。在固态金属中，弹性波和自由电子运动均在导热中起作用。对于液体，其热传导机制则介于气体与电介质固体之间。对此有两种看法，一种认为液体导热机理与气体类同，其区别仅在于液体分子之间距离更小而已；另一种看法则认为液体导热机理与固体电介质类似，即主要靠分子晶格振动弹性波导热。究竟何种液体、在何种条件下、由哪种机理控制，尚待研究。由此可见，导热微观机理是相当复杂的，许多问题有待继续探讨。还应指出的是，虽在气体、液体、固体中均可发生导热过程，但由于实际上在气体、液体中很难排除对流现象，故严格说来，纯导热只能在固体中发生。所以，在本书中仅讨论固体中的导热现象。

热传导的研究内容，是由少到多、由简到繁，逐渐积累与发展起来的。迄今为止，其内容已包括了一个相当大的范围，其中既有有关概念、定律、物理过程实质与数学模型等理论研究，又有独具特色的实验研究。从是否受时间因素的控制上区别，有稳态与非稳态两种导热过程；从空间坐标变量的数量上区分，有一维、二维、三维三种导热过程；在导热问题求解方法上，则有解析法、数值法、模拟与实验法等多种；从导热现象复杂程度上分析，则包括金属颗粒到边界移动、或内部结构复杂多变、或形状极复杂的各种物体的导热问题。应用中，不仅涉及强化与削弱导热两类问题，而且其应用范围从人类日常生活到尖端技术，从地

下资源开发到宇宙航行中的导热问题，都是热传导学科分支的研究内容。还应指出的是，若按研究目标的不同，还可分为导热正问题与导热逆问题两类。所谓导热正问题就是由已知条件去求解物体内部温度分布或热流分布；导热逆问题则是通过测量物体内部某处温度值，去确定物体边界处热流或温度变化或由此确定边界条件。导热正问题已为人们所熟悉，本书各章主要阐述导热正问题。导热逆问题是本世纪60年代才提出的，将在第七章中加以说明。

与物理学其它学科分支类似，在热传导中也采取两种不同的研究方法：一种是表象性的宏观研究方法，另一种则是微观的统计方法，宏观研究方法，将导热物质视为连续的（对于导热物质的几何尺寸远大于其分子的平均自由程的情况，这种假设是完全可以成立的），再根据大量实验与经验归纳成宏观定律，来表征物体导热现象中各种变量的有机组合，从整体上描述现象的一般规律。对于具体（即特定）的过程，则要用实验方法确定一般表达式中的各个系数和单值性条件，以得到特定过程的具体描述，也就是得到具体过程的特解。这种方法忽略了物体的微观结构，避开了那些至今还难以弄清的微观导热机理，从现象的宏观表现上去揭示问题的客观规律。虽然其预测精确度受到实验与描述方法的限制，但实际结果表明，只要实验方法与描述方法得当，所得结果的误差是有限的，且可以定量加以修正。但应该指出，采用这种宏观方法也是有缺陷的，如由于实验数据只适用于一定范围，故凡采用这种宏观方法以实验数据归纳的具体规律有其特定性。另外，实施实验也必然要消耗人力和物力。但又必须看到，实验方法是人们认识客观事物的一种必要手段，即使采用微观理论研究方法，实验观察与验证也是必不可少的。所以，在实施实验上付出一些代价是必要的，不过要尽量减少人力与物力的消耗。微观的统计方法，则是从物质微观粒子（显然，它是离散的）的运动与相互影响上，寻求导热过程的微观机理，并以统计分析方法去得到导热过程的整体性能。这种方法不仅可从理论上对导热现象做出深入分析，揭示导热现象的本质，而且在推导过程中不直接依赖于实验数据。但这种方法，至今只能对少数简单问题得到一些结果，在众多复杂的实际问题面前却无能为力。因此，在导热过程的研究中，主要采用宏观方法，但并不排斥微观方法，特别是在研究物质的导热物性参数中，往往要借助于这两种方法的有机结合。

经过多年的积累、发展与提高，热传导这一学科分支已具有下述特点：

- 1) 与其它传热学分支相比较，其基本概念较严格，基本定律较清晰，系统性、理论性强。
- 2) 它是使用解析概念与方法最广泛、最系统的一个领域。实际上，热传导的解析方法已成为数理方程的重要组成部分。
- 3) 丰富与发展了数值解、模拟解、近似解等一系列的分析与求解方法。热传导是各种数值解法（如数值积分、有限差分法、有限元法等）在传热学中首先应用的领域，迄今已形成了较完整的体系，并且有明显的应用效果。
- 4) 其内容的研究深度与广度也优于传热学的其它学科分支。热传导中，既有较深入的理论探索；又有广泛的应用研究，是理论与实际结合较紧密的传热学领域。
- 5) 虽已积累与形成了一系列较成熟的实验方法，但实验研究仍是热传导所探讨的重要内容之一，且日益显示出其重要性。

由于上述特点，有人甚至认为在传热学中只有热传导这一分支才称得上是“完美”科学。显然，这种说法既不全面又欠妥当。翻阅一下近年来有关热传导的研究资料就会立即发现，在有关热传导的各学术领域内，还存在着各种学术问题需要进一步研究与探讨，例如：



1) 对基本概念、基本定律的含义与表述有待继续深化。例如,如何从过程的不可逆性出发,去研究导热过程的性质与规律,以及进一步研究热传导速率的变化及其影响等。

2) 将宏观方法与微观方法结合起来,深化对导热过程本质的认识,并在研究方法上创新。

3) 在将实际问题的简化与抽象上、问题属性的判断上以及各种分析方法的运用上,进行归纳与概括,弄清其区别与联系,以对其进行完善与改进。

4) 在各种求解方法上仍有很大的改进和发展的余地。尤其是开发那些具有众法之长,即解析法、数值法及实验研究相结合的方法,是今后值得注意的发展方向。

从实际应用出发,继续深入地开展对各种复杂导热及导热逆问题的研究,其结果必然会推动学科学术水平的进一步提高。

应当承认,正确地预测热传导学科分支的发展并非易事,但它将在上述方面得到发展是无疑的。

## § 1-2 温度场与热流场

物理量场的概念,是指该物理量在空间和时间所有点上的分布。简言之,就是物理量的时空分布。由§ 1-1可知,导热过程是与物体内的温度分布即温度场有关的。在实际的导热正问题中,要揭示温度场和热流场的分布,以及温度场与热流场之相互关系及其变化规律。但必须指出,根据导热过程的实质可知,温差的存在是热量传递过程的前提和动力。这是因为,如果没有物质微观粒子运动平均能量的差别,就不可能有能量的宏观转移。因此,从本质上来说,是由温度场的变化导致热流场重新分布的。

### 温度场

从物质的微观结构上分析,温度是物质内部大量微观粒子运动平均动能的宏观表现。显然,它本身是一种无方向性的量即标量。既然温度是微观粒子平均动能的表现,故严格说来,物体某点处的温度是没有意义的。但这里所采用的宏观研究方法是将物体视为连续,从而也就是物体温度场为连续的,即物体内各时空坐标点上的温度都有其确定值,这就意味着将某点处的温度理解为该点附近微观粒子运动动能的平均表现。由微观粒子运动的绝对性与相对性,完全可以对物体温度场的连续性做出完满的解释。

按照上述定义,可将温度 $T$ 对空间、时间坐标的变化关系表示如下,

对于笛卡儿坐标系,如图1-1(a)所示,则为

$$T(x, y, z, \tau)$$

其中 $\tau$ 为时间。对于圆柱坐标系,如图1-1(b)所示,表示为

$$T(r, \theta, z, \tau)$$

对于球坐标,如图1-1(c)所示,表示为

$$T(r, \phi, \psi, \tau)$$

对于一般正交曲线坐标<sup>①</sup>,如图1-1(d)所示,表示为

$$T(u_1, u_2, u_3, \tau)$$

一般说来,如将温度场按是否受时间 $\tau$ 的影响分类,可分为稳态与非稳态温度场;按空间坐标变量的数目分类,可分为一维、二维、三维温度场等。

<sup>①</sup>正交曲线坐标见附录1。

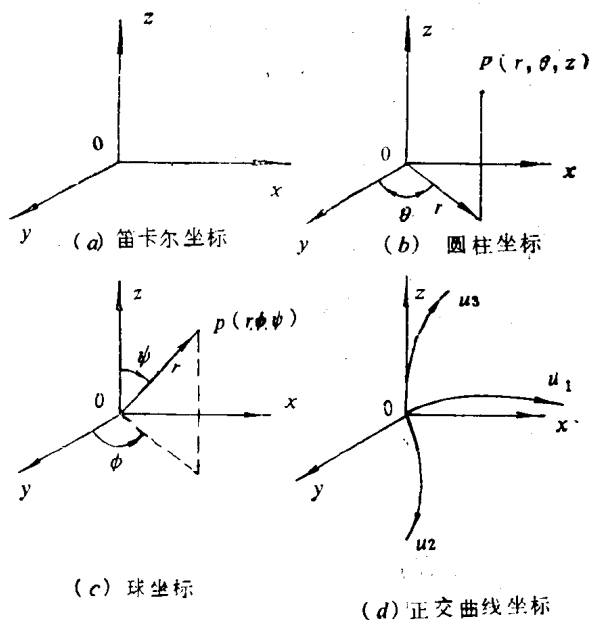


图 1-1 各种典型坐标系

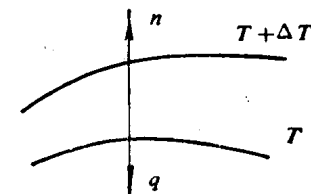


图 1-2 等温面及热流方向示意图

若将物体内部温度相同的空间点联接起来，就形成了等温线或等温面。显然，在任意时刻，空间任意固定点不可能存在两种不同的温度。所以，不同的等温线和等温面在物体内部不能相交，也不可能终止，只能是封闭的曲线或终止于物体的边界上。

热量传导过程只能沿不同的等温线、等温面进行，如图1-2所示。物体内部存在着许多温度各不相同的等温线（或等温面），在同一等温线（面）上，不可能发生热量传递，热量只能沿不同的等温线（面）方向传递。在不同的等温线（面）间的各个方向上都存在着温度变化，但温度变化最剧烈的是沿等温线（面）的法线方向。于是，将任意时刻在某给定空间点上，沿等温线（面）法线方向单位长度上温度的升高量，称为温度梯度（temperature gradient），其数学表达式为

$$\text{grad}T = \frac{\partial T}{\partial n} \vec{n} \quad (1-1)$$

温度梯度  $\text{grad}T$  既有大小又有方向性，故为一矢量。在笛卡儿坐标系中，温度梯度可表示为

$$\text{grad}T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k} \quad (1-2)$$

其中  $\frac{\partial T}{\partial x}$ ， $\frac{\partial T}{\partial y}$ ， $\frac{\partial T}{\partial z}$  分别为  $\frac{\partial T}{\partial n}$  在  $x$ ， $y$ ， $z$  轴上的分量，显然，有

$$\left| \frac{\partial T}{\partial n} \right| = \sqrt{\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2} \quad (1-3)$$

物体内部各点的温度梯度随时间、空间坐标而变的分布，就是物体的温度梯度场。温度梯度场是一矢量场。

### 热流场

在18世纪和19世纪初叶，有些科学家曾设想：物质中含有一种无形的“热素”或“热质”（caloric），热量传递就是这些“热质”的“流动”过程。于是，热流这一术语就相

应出现了。但是，这种假想是不正确的，不符合物质微观结构的客观实际，而其对热量传递所授予的术语——热流却流传至今。但在今天，热流已有其正确的物理定义，它表示：沿物体温度降低的方向、单位时间所传递的热量，以 $Q$ 表示；单位为 $J/s$ ，将单位时间、单位面积上、沿温度降低方向所传递的热量，称为热流密度或热流强度<sup>①</sup>，以 $q$ 表示，单位为 $W/m^2$ 。热流及热流密度均为既有大小又有方向性的一种矢量。与温度场的分析类似，沿温度变化最大的方向，即温度梯度负方向上所传递的热流密度，称为法向热流密度。以 $\vec{q}_n$ 表示。沿不同等温线(面)的任意方向上的热流密度

$$\vec{q}_\theta = \vec{q}_n \cos \theta \quad (1-4)$$

其中  $\theta$  为该方向与法线方向的夹角。

对应温度场的各连续点，均存在着相应的法向热流密度 $\vec{q}_n$ 。全部 $\vec{q}_n$ —— $\vec{q}_n$ 在时间、空间坐标的分布，构成了热流场。仍以笛卡儿坐标为例，法向热流密度 $\vec{q}_n$ 可表示为

$$\vec{q}_n = q_x \vec{i} + q_y \vec{j} + q_z \vec{k} \quad (1-5)$$

其中  $q_x, q_y, q_z$  为 $\vec{q}_n$ 在 $x, y, z$ 轴上的分量。同理，有

$$|\vec{q}_n| = \sqrt{q_x^2 + q_y^2 + q_z^2} \quad (1-6)$$

无论对于 $\text{grad}T$ 还是 $\vec{q}_n$ ，均可采用不同的空间坐标系表述，以得到简单、清晰的分布曲线与函数表达式。笛卡儿坐标、圆柱坐标、球坐标虽使用起来颇方便，但它们仅分别适用于不同的形状简单或轴对称的物体。如采用这些坐标系去表述某些形状复杂的物体，则所得到的函数表达式可能极为复杂。为适应表述形状复杂物体的需要，一些其它类型的坐标系统相继出现。其中，前述正交曲线坐标就是较有实用价值的一种。详见附录 I。

### § 1-3 傅立叶定律与本构方程

在热传导过程中，物体的温度变化与通过物体所传递的热量之间存在什么关系？即导热过程遵循何种规律？早在1804年法国物理学家J.B.Boit就将平壁稳态导热的实验结果归纳为下列表达式

$$Q = k \frac{T_1 - T_2}{\delta} F \quad (1-7)$$

式中， $F, \delta$ 分别为平壁导热面积与厚度， $k$ 为系数， $T_1, T_2$ 为平壁两端面之温度。到1822年法国物理学家、数学家傅立叶将实验结果做了进一步的分析与综合，抽象出更一般、更基本、更普遍的形式：

$$\vec{q} = -k \frac{\partial T}{\partial n} = -k \text{grad}T \quad (1-8)$$

式(1-8)就是著名的傅立叶定律的经典表达式。其中 $k$ 为物体单位长度上存在单位温降时，所能传导的热量，称为导热系数； $(-\frac{\partial T}{\partial n})$ 则表示沿等温线(面)法线方向的温度降低率，可将其称为温度降度。式(1-8)即傅立叶定律表明：沿物体等温线(面)法线方向所传递之热流密度与温度降度成正比。

<sup>①</sup>有的著作中，将热流称为热量，而将热流密度称为热流，请读者注意，切勿混淆。

若以  $\rho, c_p$  分别表示物体的密度与定压比热, 并设  $\rho c_p = \text{常数}$ , 以  $\rho c_p$  各乘、除以式(1-8)之右端, 则有

$$q = -\frac{k}{\rho c_p} \frac{\partial(T\rho c_p)}{\partial n} = -\frac{k}{\rho c_p} \text{grad}(\rho c_p T)$$

式中  $\rho c_p T = \phi$  为物体单位体积之焓, 称为焓浓度。

设  $\frac{k}{\rho c_p} = a$ , 将  $\phi, a$  代入上式, 得到

$$q = -a \frac{\partial \phi}{\partial n} = -a \text{grad} \phi \quad (1-9)$$

上式为傅立叶定律的另一数学表达式。它表明, 沿物体等温面(线)法线方向传递的热流密度, 与物体焓浓度的法向降低率  $(-\frac{\partial \phi}{\partial n})$  成正比; 比例系数  $a$  为热扩散系数或导温系数, 它表示当物体焓浓度法向降低率为 1 时, 物体沿其等温面(线)法线方向所能传导的热流密度大小, 也就是物体扩散热量的能力。

对式(1-8)及式(1-9)之含义略加分析, 不难得出下列结论, 即热量是从高温区向低温区传递的, 或者说热量是从高焓区向低焓区扩散的。这两种说法均可视为热力学第二定律的表述形式。

综览物理学的其它领域可以发现, 有许多与式(1-8)相类似的、但其所描述的物理现象却迥然不同的表达式, 它们是

虎克定律 (Hook's law)

$$\sigma = E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1-10-a)$$

欧姆定律 (Ohm's law)

$$\delta = -\gamma \frac{\partial U}{\partial x} \quad (1-10-b)$$

牛顿粘性定律 (Newton's law of viscosity)

$$\tau_x = \mu \frac{\partial w_x}{\partial y} \quad (1-10-c)$$

斐克定律 (Fick's law)

$$m = -D \frac{\partial c}{\partial x} \quad (1-10-d)$$

达西定律 (Darcy's law)

$$\phi = -b \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1-10-e)$$

上列诸式中,  $\sigma, \delta, \tau_x, m, \phi$  分别为弹性应力、电流密度、粘性切应力、质量流量和通过多孔介质的流体流量;  $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial w_x}{\partial y}, \frac{\partial c}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial x}$  分别为应变率, 电位梯度、速度梯度, 质量浓度梯度及压力梯度; 系数  $E, \gamma, \mu, D, b$  分别为相氏弹性模量、电导率、动力粘度、传质系数及流量系数。上述各定律及其表达式各表述弹性物体变形、导电、粘性流体流

动、质量传递以及在多孔介质中流体的流动等性质各异的运输过程的规律，但却有完全相同的数学表达形式。如将  $\sigma$ ,  $\delta$ ,  $\tau_s$ ,  $m$ ,  $\phi$  及式(1-8)中之  $q$  统称为通量，并以  $J$  表示；将  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial U}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \phi_s}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial C}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial p}{\partial x}$  及式(1-8)中  $\frac{\partial T}{\partial n}$  归纳为广义驱动力，以  $X$  表示；将各式之系数以  $L$  表示，则式(1-8)、式(1-10-a)、式(1-10-b)、式(1-10-c)、式(1-10-d)及式(1-10-e)可表示为

$$J = LX \quad (1-11)$$

式(1-11)为上述各经验定律的综合表达式。它表述了上述诸运输过程中通量  $J$  与驱动力  $X$  之间的关系，其中系数  $L$  通常可视为与通量、驱动力无关的常数，并由实验数据加以确定。显然，运输过程均由系统的某种物理量分布的不均匀性引起的，所以各种运输过程都是不可逆过程，它们均遵守热力学第二定律。人们常常将以连续介质为假定前提、用宏观方法总结的大量经验或实验结果、并以较严格的数学形式加以表述的定量关系式，称之为本构方程 (Constitutive equation)。鉴于它与经验、实验的紧密联系，又称为唯象方程 (phenomenological equation) <sup>①</sup>，而由其所描述的经验定律 (如傅立叶定律等) 又称为唯象定律 (phenomenological law)。唯象方程用来描述不可逆运输过程。必须指出，如同式(1-11)所示的这种将通量与驱动力描述为线性关系的本构方程——又称线性唯象律或唯象关系，并不是无条件成立的。现以傅立叶定律为例加以说明，如在连续系统内存在着从高温区向低温区的导热过程，它是一种不可逆过程。若系统内无化学反应，并忽略扩散流<sup>[3]</sup>，则该系统因不可逆导热过程而引起的单位时间、单位体积的熵产  $\sigma$  应由

$$\sigma = -\frac{W_s}{T} \frac{\partial T}{\partial x} > 0 \quad (1-12)$$

表示。由不可逆过程的唯象关系可知，式(1-12)中的通量  $W_s$  可表示为

$$W_s = -\frac{L}{T^2} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1-13)$$

其中  $L$  为唯象系数。若令式(1-13)中

$$\frac{L}{T^2} = k$$

则由不可逆过程唯象关系所导出的式(1-13)与傅立叶定律式(1-8)完全相同，即

$$W_s = -\frac{L}{T^2} \frac{\partial T}{\partial x} = -k \frac{\partial T}{\partial x} = q \quad (1-14)$$

由不可逆过程热力学知，线性唯象律的适用范围是有限的。若以气体导热过程为例，分子运动论的研究结果<sup>[4]</sup>表明，只有当

$$\frac{\varphi}{T} \frac{\partial T}{\partial x} \ll 1$$

即

$$\frac{\partial T}{\partial x} \ll \frac{T}{\varphi} \quad (1-15)$$

时，式(1-13)才是有效的。上式中  $\varphi$  对应于式(1-13)中的  $L$ ，这里， $\varphi$  为气体分子的平均自由

<sup>①</sup>文献[21]中，则称之为比率方程 (rate equation)

程。式(1-15)表明, 只有当温度梯度不高于 $T/\varphi$ 的条件下, 式(1-14)——傅立叶定律才是有效的。由此可知, 傅立叶定律只适用于温度变化率不是很大的范围内。通常, 这一条件是可以满足的〔5〕。上述分析亦可推广至其它不可逆运输过程, 即当驱动力不太高时, 通量与驱动力之间的线性关系是存在的。

若 $J$ 与 $X$ 之间为非线性关系, 如

$$J = \beta X^n$$

或

$$J = C_1 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + C_2 \frac{\partial \phi}{\partial x} + \dots \left( X = \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$$

时, 对那些偏离线性唯象律不太远的运输过程。常常采用下述简化表示方法:

$$J = L' X$$

就是说, 将非线性效应合并到系数 $L'$ 中去, 即系数 $L'$ 不再为常数, 而是驱动力的函数。对于傅立叶定律则表示为

$$q = -k(T) \frac{\partial T}{\partial n} = -k(T) \text{grad} T \quad (1-16)$$

但这种处理方法并不能适用于一切非线性唯象过程。在热传导过程中, 如热量传播速度为有限量时, 则不可用式(1-16)表述。这是因为傅立叶定律的表达式式(1-8)或式(1-16)中没有包括时间因素的影响。也就是说, 若在系统中发生热扰动, 此扰动将以无限大的速度传播, 即可在一瞬间内在系统中建立起稳定的温度梯度场, 因而热流在系统的各部分中都是均匀一致的, 且不随时间而变。显然, 这种完全不考虑过渡变化过程的设想是不合适的。统计物理学的研究表明, 热量的扩散只能以有限的速度在介质中传播, 介质对于热扰动具有阻尼效应。许多学者研究了有限热传播速度对导热过程的影响, 丰富、补充和改进了傅立叶定律的经典表达式式(1-8), 文献〔6〕中提出, 以

$$\frac{a}{c^2} \frac{\partial \vec{q}}{\partial \tau} + \vec{q} = -k \text{grad} T \quad (1-17)$$

去表述介质中导热过程的规律。式中 $a$ 为热扩散系数;  $c = \sqrt{a/\tau_0}$ 表示热传播速度, 其中 $\tau_0$ 为弛豫时间, 即过渡变化过程所需的时间。文献〔6〕指出, 式(1-17)对稀薄气体是适用的, 对液体与固体则是探索性的。对式(1-17)进一步加以讨论, 可以看出:

1) 当导热过程已处于稳态, 即

$$\frac{\partial \vec{q}}{\partial \tau} = 0$$

时, 则式(1-17)与傅立叶定律经典表达式式(1-8)完全相同。

2) 对大多数介质中的热传导过程, 热扩散系数 $a$ 要比 $c^2$ 低得多。一般说来,  $a$ 值较热传播速度 $c$ 值低10个数量级, 故式(1-17)中 $\frac{a}{c^2} \frac{\partial \vec{q}}{\partial \tau}$ 可以忽略不计。也就是说, 对通常的导热过程, 傅立叶定律的经典表达式是适用的。

3) 必须指出, 对于极低温度范围内的导热过程, 如液态氮等深冷剂中的导热, 以及热扰动时间甚短、或温度变化甚剧烈的导热过程, 热传播速度有限性的影响则是不可忽略的。也就是说, 需要采用类似式(1-17)的表达形式, 而不能以式(1-8)的形式去描述这类导热过程。

由以上分析可知, 式(1-17)的表达形式, 既可描述导热过程的一般情形, 又可表述导热

过程的特殊情形，形成了与式(1-8)沟通的逻辑关系。由此可见，式(1-17)具有一定的合理性。

## § 1-4 导热系数

### 一、导热系数的性质及其微观解释

导热系数是表征物质导热能力的宏观物理量。如 § 1-3 所述，它是在单位温度降度下，单位时间、通过单位面积所传导的热量，单位为  $W/(m \cdot ^\circ C)$ 。这里有必要进一步说明，由式(1-8)可知，导热系数  $k$  是仅与稳态导热过程有关的物理量，故又可以说，它表征物体在稳态导热过程中的导热能力。与导热系数  $k$  相比，热扩散系数  $a(=k/\rho c_p)$  则表征物体在非稳态导热过程中的热量扩散能力。

导热系数是物质的一个重要物性参数。它随物质的组成、结构及物质所处的热力状态（主要是温度与压力）而变。实验表明，对于处于不同热力状态下的不同物质，其导热系数由 12200 到近似为零 ( $W/cm \cdot ^\circ C$ ) 的范围内变化<sup>①</sup>。与本章 § 1-1 所述类似，研究物质导热系数的方法也有宏观与微观两种。宏观方法是以宏观实验获得数据，再根据这些数据去确定导热系数及其变化规律；微观方法则是从物质导热的微观结构出发，用量子力学和统计力学方法加以分析，以得到导热系数的表达式。两种方法在某种程度上的相互结合，则既可得到导热系数的宏观数据，又可获得导热规律的微观解释。本世纪 60 年代以来，对物质热物性（包括导热系数）的研究已经发展成为一门新的学科分支——热物性学，其详情可参考有关文献<sup>[8][9]</sup>。这里，仅将其部分研究结果——导热系数的变化规律与特征，简要归纳叙述如下：

1) 随物质集态之不同，导热系数差别悬殊。一般说来， $k_{\text{固体}} > k_{\text{液体}} > k_{\text{气体}}$ 。这一特性不仅对于不同种类的固体、液体和气体适用，而且对同一物质的不同集态（固、液、气态）也适用。

2) 在固体中，导电体的导热系数高于半导体，半导体高于电介质。另外，结晶体的导热系数高于非晶体或无定形态物体。

3) 在纯金属、纯晶体中掺入杂质，如在纯金属中加入其它成分（这些成分起杂质作用）成为合金，则合金的导热系数明显降低，即  $k_{\text{合金}} < k_{\text{纯金属}}$ 。另外，固体材料内部结构的缺陷，冷加工、辐射及热处理所形成的内部结构变态，都可使导热系数降低。

4) 一般说来，各种聚集态的不同物体的导热系数，在不同程度上均随温度和压力变化。某些定向结构材料，如木材、叠层塑料、金属板、胶合板等，其导热系数还随空间坐标而变，故又称这些材料为各向异性材料。

5) 各种耐火、建筑、绝缘材料的导热系数，不仅取决于材料的化学组分和微观结构，而且还取决于湿度。

物质导热系数的上述特征，可由物质导热过程的微观机理得到解释。对于固体，在电介质中，导热过程是由于晶格振动通过声子（一种类似光子的能量子）以弹性波的形式传递的；在导体中，热量传播不仅借助声子，而且更借助于自由电子的运动；在半导体中，则介于两者之间。所以，有  $k_{\text{导体}} > k_{\text{半导体}} > k_{\text{电介质}}$ 。若在固体中加入杂质，或经过冷加工、热

①前者是铜的天然晶体在 20.8K 下出现的所谓热超导电性，后者则是对于压力低于  $1.33 \times 10^{-2} P_1$  的气体而言。

处理等外界影响，使物质的晶格排列变形或造成缺陷，则引起声子和电子散射，使导热能力降低。在固体的非晶体无定形材料（如玻璃等）中，由于缺乏原子的长程有序排列，从而引起了声子的散射，故其导热性能不如纯晶体。对于液体，与固体相比，其分子结构由有序向少序、由长序向短序变化，分子之间的结合与联系由密到疏。在气体中，分子排列则是完全无序的，分子之间的联系由疏到散。液体与气体具有与固体颇不相同的导热机理。在液体中，晶格振动与分子热运动都可能在导热过程中起作用；在气体中，分子无规则的热运动则是形成热量传导的唯一途径。由以上分析可知，物质的导热性能随其组分与聚集状态之不同而变的特性，完全是由其内部结构和导热机理不同引起的。

物质导热系数随温度的变化，也是由于物质结构及其微观粒子运动随温度变化引起的。在固体中，声子和电子的数量和它们的散射效应受温度影响<sup>[10][11]</sup>；在液体中，分子排列的有序程度随温度变化而异，故其导热系数亦随温度而变；温度对气体分子热运动的影响则是不言而喻的，有人提出可以用粘度与比热随温度的变化，来确定气体导热系数随温度的变化关系。固体、液体、气体导热系数随温度变化的曲线如图1-3所示。

导热系数也随压力而变化，这可根据研究结果<sup>[12]</sup>作出如下简要解释。在固体金属中，压力变化可使晶格变形，从而使电子与声子的运动阻力与散射效应发生变化，故使导热系数产生变化。对某些晶格结构的金属，如铁、铜、银、铌、铂、铋、铈等，压力增高可使其晶格产生弹性变形，这种变形不利于导热，故使导热系数降低；而对另外一些晶格结构的金属如铅、锡、镉、锌等，压力升高则使导热系统增高。对于无定形固体和液体，压力增高可使分子之接触紧密，从而使导热性能改善。对于气体，在不同的压力范围内，压力呈现出不同的作用与影响。一般压力下，气体的导热系数几乎与压力无关；低压下，若容器尺寸与分子平均自由程的数量级相同时，则压力对导热系数有很大影响；高压下，由于气体粘度与比热随压力升高，故随压力的增加，导热系数亦升高。

## 二、各向异性材料导热系数问题的处理

工程应用中的某些结构材料导热系数是各向异性的。现以稳态导热为例，对各向异性材料的导热性能说明如下。若将该材料置于直角坐标系中，如图1-4所示。设其各向异向主轴为 $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$ ，所谓各向异性主轴是指沿 $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$ 轴方向材料的导热系数分量 $k_\xi$ 、 $k_\eta$ 、 $k_\zeta$ 均为常量。材料的导热系数 $k$ 随坐标 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 值而变，即 $k=k(x, y, z)$ 。对上述问题的热流场进行分析，可有：

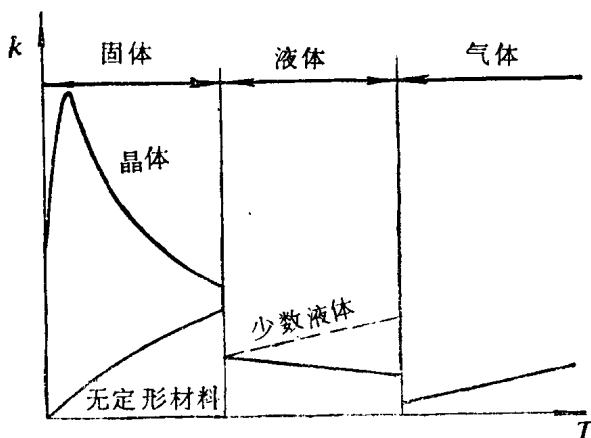


图 1-3 固、液、气体导热系数随温度之变化示意图

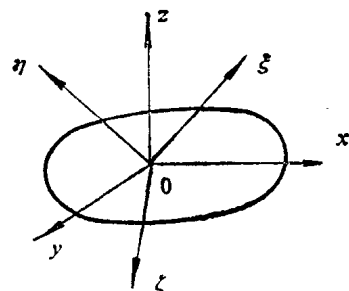


图 1-4 各向异性材料异性主轴示意图



$$q_x = q_\xi l_1 + q_\eta m_1 + q_\zeta n_1 \quad (1-18-a)$$

$$q_y = q_\xi l_2 + q_\eta m_2 + q_\zeta n_2 \quad (1-18-b)$$

$$q_z = q_\xi l_3 + q_\eta m_3 + q_\zeta n_3 \quad (1-18-c)$$

其中

$$l_1 = \cos(\hat{\xi}, \hat{x}), \quad l_2 = \cos(\hat{\xi}, \hat{y}), \quad l_3 = \cos(\hat{\xi}, \hat{z}); \quad m_1 = \cos(\hat{\eta}, \hat{x}),$$

$$m_2 = \cos(\hat{\eta}, \hat{y});$$

$$m_3 = \cos(\hat{\eta}, \hat{z}); \quad n_1 = \cos(\hat{\zeta}, \hat{x}); \quad n_2 = \cos(\hat{\zeta}, \hat{y}), \quad n_3 = \cos(\hat{\zeta}, \hat{z}) \quad (1-19)$$

由傅立叶定律知

$$q_\xi = -k_\xi \frac{\partial T}{\partial \xi}, \quad q_\eta = -k_\eta \frac{\partial T}{\partial \eta}, \quad q_\zeta = -k_\zeta \frac{\partial T}{\partial \zeta} \quad (1-20-a, b, c)$$

而

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \xi} &= \frac{\partial T}{\partial x} l_1 + \frac{\partial T}{\partial y} m_1 + \frac{\partial T}{\partial z} n_1, & \frac{\partial T}{\partial \eta} &= \frac{\partial T}{\partial x} l_2 + \frac{\partial T}{\partial y} m_2 \\ &+ \frac{\partial T}{\partial z} n_2, & \frac{\partial T}{\partial \zeta} &= \frac{\partial T}{\partial x} l_3 + \frac{\partial T}{\partial y} m_3 + \frac{\partial T}{\partial z} n_3 \end{aligned} \quad (1-21-a, b, c)$$

将式(1-20)、式(1-21)代入式(1-18), 可得到

$$q_x = -k_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} - k_{xy} \frac{\partial T}{\partial y} - k_{xz} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1-22-a)$$

$$q_y = -k_{yx} \frac{\partial T}{\partial x} - k_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} - k_{yz} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1-22-b)$$

$$q_z = -k_{zx} \frac{\partial T}{\partial x} - k_{zy} \frac{\partial T}{\partial y} - k_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1-22-c)$$

式(1-22)中,  $k_{ij}(ij=xx, yy, zz, xy, xz, yx, yz, zx, zy)$  称为相当导热系数。它们各由下式表示:

$$k_{xx} = k_\xi l_1^2 + k_\eta l_2^2 + k_\zeta l_3^2, \quad k_{yy} = k_\xi m_1^2 + k_\eta m_2^2 + k_\zeta m_3^2, \quad k_{zz} = k_\xi n_1^2 + k_\eta n_2^2 + k_\zeta n_3^2,$$

$$k_{xy} = k_{yx} = k_\xi l_1 m_1 + k_\eta l_2 m_2 + k_\zeta l_3 m_3, \quad k_{xz} = k_{zx} = k_\xi l_1 n_1 + k_\eta l_2 n_2 + k_\zeta l_3 n_3,$$

$$k_{yz} = k_{zy} = k_\xi m_1 n_1 + k_\eta m_2 n_2 + k_\zeta m_3 n_3 \quad (1-23)$$

式(1-22)亦可写成下列矩阵形式

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{xx} & -k_{xy} & -k_{xz} \\ -k_{yx} & -k_{yy} & -k_{yz} \\ -k_{zx} & -k_{zy} & -k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (1-24)$$

由式(1-22)或式(1-24)可知, 各轴方向的热流密度不仅与该轴向的温度梯度有关, 而且与其它各坐标轴的温度梯度有关。如  $x$  向热流密度  $q_x$  不仅与  $(-\partial T/\partial x)$  有关, 而且与  $(-\partial T/\partial y)$ 、 $(-\partial T/\partial z)$  有关。由式(1-23)、式(1-24)还可看出, 各相当导热系数不再是标量,