硕士研究生入学考试

普通物理精选试题解

卢先河　王劲松
颜小洋　赵　强　编

清 华 大 学 出 版 社

光学
电磁学
原子物理学
模拟试题及解答

硕士研究生入学考试

普通物理精选试题解

卢先河　王劲松
颜小洋　赵　强　编

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

图书在版编目(CIP)数据

硕士研究生入学考试普通物理精选试题解/卢先河等编。北京:清华大学出版社,1994

ISBN 7-302-01472-8

I. 硕… Ⅱ. 卢… Ⅲ. 普通物理学-研究生-试题-题解 Ⅳ. 04-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 01126 号

出版者:清华大学出版社(北京清华大学校内,邮编 100084)
印刷者:通县宏飞印刷厂
发行者:新华书店总店科技发行所
开　本:850×1168 1/32　印张:18 1/4　字数:474 千字
版　次:1994 年 7 月第 1 版　1994 年 7 月第 1 次印刷
本社分类号:O·150
印　数:0001—5000
定　价:16.00 元

前　言

近年来研究生入学考试中普通物理的命题日趋规范。为了帮助考生了解当前普通物理的命题趋势及框架，更好地进行系统的复习，我们仔细研究了近年来全国各类高校及研究所的几百份普通物理试题，从中精选了一些典型的具有代表性的试题编成此书，书中的试题均给出了详细的解答。

全书分成力学、电磁学、光学、热学、原子物理、模拟试题及解答六个部分。通过前五个部分的试题，系统地提高考生的基本解题技能，使考生对考题的设计、类型和难度有真切的感受和领悟；第六部分安排了不同层次的模拟试题及解答共12套，供考生自测和综合训练。

本书是以考生的应试需要为出发点而编写的。相信本书能帮助读者在较短的时间内掌握相当的应试技能，可望在考试中取得良好的成绩。

由于书中内容涉及普通物理的各个方面，因此本书亦可作为有关大学生、自学青年的学习参考书和教师的教学参考用书。

本书由北京大学卢先河，王劲松，颜小洋，赵强编。其中力学部分由赵强编写，电磁学部分由颜小洋，光学部分由刘景明，热学和原子物理部分由王劲松编写，模拟试题及解答部分则由卢先河编写。北京大学物理系梁桂文、鞠

赣平参加了书中部分题目的解答工作。另外，感谢刘彦、陈燕妮、龚胜华、刘泽顺、颜剑辉、詹成初等的热忱参与和大力支持。

对于书中错误和缺陷的指出和建议都将是对我们的极大支持，在此先致谢意。

编　者

1993年11月于北京大学燕园

目　　录

第一部分　力　　学

1-1　运动学和动力学

1-1-1　质量为 m 的物体在重力作用下，以 v_0 的初速度沿与水平成 θ 角的方向抛出，空气的阻力与物体的质量和速度成正比：$f=-Kmv$（K 为常数），求物体运动的轨道方程。

解：取直角坐标系如图 1-1 所示，抛体运动的微分方程为

$$-Kmv_x = m\frac{dv_x}{dt} \qquad (1)$$

$$-Kmv_y - mg = m\frac{dv_y}{dt} \qquad (2)$$

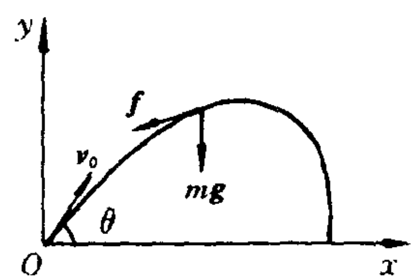

图 1-1　题 1-1-1 图示

由(1)式得，$\dfrac{dv_x}{v_x} = -K dt$

对上式积分：$\displaystyle\int_{v_{0x}}^{v_x}\frac{dv_x}{v_x} = \int_0^t -K dt$

可得，

$$v_x = v_{0x}e^{-Kt} = v_0\cos\theta e^{-Kt}$$

$$\frac{dx}{dt} = v_0\cos\theta e^{-Kt}$$

$$dx = v_0\cos\theta e^{-Kt}dt$$

积分上式，当 $t=0$ 时，$x=0$；$t=t$ 时，$x=x$，则

$$\int_0^x dx = \int_0^t v_0\cos\theta e^{-Kt}dt$$

$$x = \frac{1}{K}v_0\cos\theta(1-e^{-Kt}) \qquad (3)$$

由(2) 式得，
$$\frac{\mathrm{d}v_y}{v_y+\dfrac{g}{K}}=-K\mathrm{d}t$$

对上式积分：
$$\int_{v_{0y}}^{v_y}\frac{\mathrm{d}v_y}{v_y+\dfrac{g}{K}}=\int_0^t-K\mathrm{d}t$$

$$v_y=\left(v_{0y}+\frac{g}{K}\right)\mathrm{e}^{-Kt}-\frac{g}{K}$$
$$=\left(v_0\sin\theta+\frac{g}{K}\right)\mathrm{e}^{-Kt}-\frac{g}{K}$$

即
$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\left(v_0\sin\theta+\frac{g}{K}\right)\mathrm{e}^{-Kt}-\frac{g}{K}$$

$$\mathrm{d}y=\left[\left(v_0\sin\theta+\frac{g}{K}\right)\mathrm{e}^{-Kt}-\frac{g}{K}\right]\mathrm{d}t$$

再积分上式，当 $t=0$ 时，$y=0$；$t=t$ 时，$y=y$，则
$$\int_0^y\mathrm{d}y=\int_0^t\left[\left(v_0\sin\theta+\frac{g}{K}\right)\mathrm{e}^{-Kt}-\frac{g}{K}\right]\mathrm{d}t$$

求得
$$y=\frac{1}{K}\left(v_0\sin\theta+\frac{g}{K}\right)(1-\mathrm{e}^{-Kt})-\frac{g}{K^2}t \tag{4}$$

由(3)式和(4)式消去 t 得物体的运动轨道方程为
$$y=\frac{1}{K}\left(v_0\sin\theta+\frac{g}{K}\right)\frac{Kx}{v_0\cos\theta}+\frac{g}{K^2}\ln\left(1-\frac{Kx}{v_0\cos\theta}\right)$$
$$=\frac{x}{v_0\cos\theta}\left(v_0\sin\theta+\frac{g}{K}\right)+\frac{g}{K^2}\ln\left(1-\frac{Kx}{v_0\cos\theta}\right)$$

1-1-2 如图 1-2 所示，一质量为 m 的小球，从高出水面为 h 的 A 点自由落下，已知小球在水中受到的粘滞阻力与小球的运动速度成正比：$f=Kv$(K 为常数)。它在水中受到的浮力为 B，如果以小球恰好垂直落入水中时为计时起

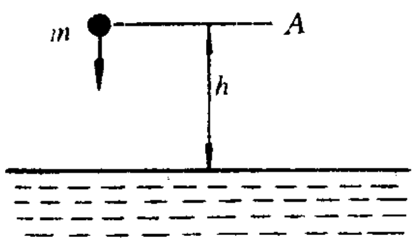

图 1-2 题 1-1-2 图示

点($t=0$)，试求小球在水中的运动速度 v 随时间 t 变化的数学表达式。

解：设小球在水中某一时刻的下沉速度为 v，则其受到的合外力为：$mg-B-Kv$。按牛顿第二定律，小球在水中的运动微分方程为

$$mg - B - Kv = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$\mathrm{d}t = \frac{m\mathrm{d}v}{mg - B - Kv}$$

以落入水面作为时间起点，其初速度为 v_0，积分上式得

$$\int_0^t \mathrm{d}t = \int_{v_0}^{v} \frac{m\mathrm{d}v}{mg - B - Kv} = -\frac{m}{K}\int_{v0}^{v}\frac{\mathrm{d}(mg - B - Kv)}{mg - B - Kv}$$

$$t = -\frac{m}{K}\ln(mg - B - Kv)\Big|_{v_0}^{v}$$

由上式解得

$$v = \frac{mg - B}{K}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{K}{m}t}\right) + v_0\mathrm{e}^{-\frac{K}{m}t} \tag{1}$$

根据机械能守恒定律： $mgh=\frac{1}{2}mv_0^2$，得

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

把(2)式代入(1)式即得

$$v = \left(\sqrt{2gh} - \frac{mg - B}{K}\right)\mathrm{e}^{-\frac{K}{m}t} + \frac{mg - B}{K}$$

1-1-3 物体在介质中由静止下落，该介质对物体的阻力的大小与物体的速度平方成正比($R=-Kv^2$)。

(1) 试画图表示运动的方向，并用矢量表示作用在物体上的所有力；

(2) 试证明该物体有一最大速度 $v_{\max}$，并计算该值；

(3) 试求驰豫时间 t_R；

(4) 试推导任意时刻的速度方程。

解：设物体的质量为 m。

(1) 物体的运动方向和其所受各力如图 1-3 所示，图中 $\boldsymbol{R}$ 表示介质对物体的阻力。

(2) 物体在介质中的运动方程为

$$mg + \boldsymbol{R} = m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$$

则有
$$mg - Kv^2 = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \qquad (1)$$

该式表明，物体只受重力和阻力的作用；由于重力不变，而阻力随速度的增加迅速增大，一旦阻力增大到等于重力时，物体所受的合力为零，加速度也变为零，即物体的速度不会再增加，由牛顿第一运动定律得知，物体将以此速度作匀速直线（下落）运动，故此速度为最大速度。令$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$，求得此最大速度为

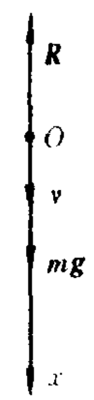

图 1-3　题 1-1-3 图示

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{mg}{K}}$$

(3) 驰豫时间若定义为物体从以初始的加速度（本题为 g）作匀加速运动而达到极限速度时所需的时间，则

$$t_R = \frac{v_{\max}}{g} = \sqrt{\frac{m}{Kg}}$$

(4) 由(1) 式分离变量得

$$\frac{\mathrm{d}v}{v^2 - \frac{mg}{K}} = -\frac{K}{m}\mathrm{d}t$$

积分得

$$\frac{1}{2\sqrt{\frac{mg}{K}}}\ln\frac{v-\sqrt{\frac{mg}{K}}}{v+\sqrt{\frac{mg}{K}}}=-\frac{K}{m}t+C$$

解此式得

$$v=\frac{m}{K}\beta\frac{1+Ce^{-2\beta t}}{1-Ce^{-2\beta t}}$$

式中 $\beta=\sqrt{\frac{Kg}{m}}$，由初始条件知：

$$t=0\text{ 时}, v=0$$

所以

$$C=-1$$

故物体任意时刻的速度方程为

$$v=\frac{m}{K}\beta\frac{1-\mathrm{e}^{-2\beta t}}{1+\mathrm{e}^{-2\beta t}}=\frac{m}{K}\beta\frac{\mathrm{e}^{\beta t}-\mathrm{e}^{-\beta t}}{\mathrm{e}^{\beta t}+\mathrm{e}^{-\beta t}}=\frac{m}{K}\beta\,\mathrm{th}(\beta t)$$

即

$$v=\sqrt{\frac{mg}{K}}\,\mathrm{th}\left(\sqrt{\frac{Kg}{m}}\,t\right)$$

1-1-4 如图 1-4 所示，从原点以初速度 v_0 斜向上抛出一物体，求：

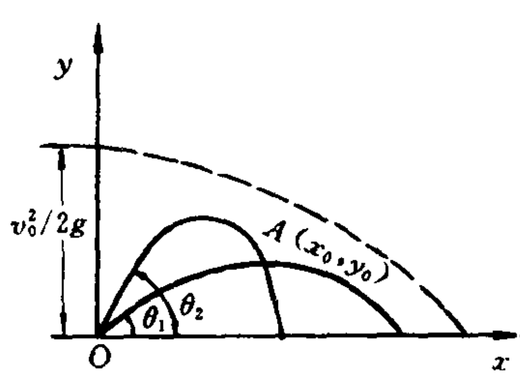

图 1-4 题 1-1-4 图示

(1) 命中空中已知点 $A(x_0, y_0)$ 的投射角；

（2）命中 A 点的条件；

（3）证明命中 A 点的两个投射角 θ_1 和 θ_2 满足关系式：$\theta_1+\theta_2=\beta+\frac{\pi}{2}$，式中 β 为 OA 与水平方向的夹角。（忽略空气阻力）

解：（1）斜向上抛物体的运动方程为：

$$\begin{cases} x = v_0\cos\theta(t) \\ y = v_0\sin\theta(t) - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

式中 θ 为抛体与水平方向的夹角，消去 t 得

$$y = x\mathrm{tg}\theta - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$$

命中 A 点的条件为 $x=x_0$ 时，$y=y_0$，

所以 $$y_0 = x_0\mathrm{tg}\theta - \frac{g}{2v_0^2}\sec^2\theta(x_0^2)$$

$$= x_0\mathrm{tg}\theta - \frac{g}{2v_0^2}(1+\mathrm{tg}^2\theta)x_0^2$$

即 $$\mathrm{tg}^2\theta - \frac{2v_0^2}{gx_0}\mathrm{tg}\theta + \frac{2v_0^2}{g}\frac{y_0}{x_0^2} + 1 = 0$$

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{1}{x_0}\left(\frac{v_0^2}{g} \pm \sqrt{\frac{v_0^4}{g^2} - 2\frac{v_0^2}{g}y_0 - x_0^2}\right)$$

因而 $$\theta = \mathrm{arctg}\left[\frac{1}{x_0}\left(\frac{v_0^2}{g} \pm \sqrt{\frac{v_0^4}{g^2} - 2\frac{v_0^2}{g}y_0 - x_0^2}\right)\right]$$

故命中 A 点，θ 有两个值 θ_1 和 θ_2。

（2）因 θ 为实数，所以命中的条件为

$$\frac{v_0^4}{g^2} - 2\frac{v_0^2}{g}y_0 - x_0^2 \geqslant 0,$$

$$y_0 \leqslant -\frac{g}{2v_0^2}x_0^2 + \frac{v_0^2}{2g}$$

即 A 点要在抛物线 $y=-\frac{g}{2v_0^2}x^2+\frac{v_0^2}{2g}$（图中虚线所示）的内部。

(3) 由方程 $\mathrm{tg}^2\theta-\frac{2v_0^2}{gx_0}\mathrm{tg}\theta+\frac{2v_0^2}{g}\frac{y_0}{x_0^2}+1=0$ 可知 $\mathrm{tg}\theta_1,\mathrm{tg}\theta_2$ 是它的两个解，由韦达定理

$$\mathrm{tg}\theta_1+\mathrm{tg}\theta_2=\frac{2v_0^2}{gx_0}$$

$$\mathrm{tg}\theta_1(\mathrm{tg}\theta_2)=1+\frac{2v_0^2}{g}\frac{y_0}{x_0^2}$$

所以
$$\mathrm{tg}(\theta_1+\theta_2)=\frac{\mathrm{tg}\theta_1+\mathrm{tg}\theta_2}{1-\mathrm{tg}\theta_1(\mathrm{tg}\theta_2)}=-\frac{x_0}{y_0}$$

$$=-\mathrm{ctg}\beta=\mathrm{tg}\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right)$$

故
$$\theta_1+\theta_2=\beta+\frac{\pi}{2}$$

1-1-5 有一架长为 $2a$，质量为 m 的匀质木梯，以外力保持其靠在光滑的垂直壁和水平面上，梯与光滑水平面的初始交角为 α，问：

(1) 当外力突然撤去后，求梯的运动；

(2) 在什么角度梯子与垂直壁脱离。

解：(1) 取坐标系如图 1-5 所示，则梯子质心 C 的坐标为：

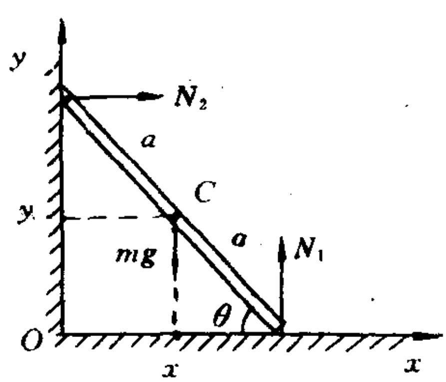

图 1-5 题 1-1-5 图示

$$\left.\begin{aligned} x &= a\cos\theta \\ y &= a\sin\theta \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

质心的速度分量为：

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= -a\omega\sin\theta \\ \dot{y} &= a\omega\cos\theta \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

质心的加速度分量为：

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x} &= -a\sin\theta\frac{d\omega}{dt} - a\omega^2\cos\theta \\ \ddot{y} &= a\cos\theta\frac{d\omega}{dt} - a\omega^2\sin\theta \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

梯子绕质心转动的角速度 ω 和角加速度 $\frac{d\omega}{dt}$ 可按下列方法求得：取梯子和地球为研究系统，在梯子下滑过程中，除保守力（即重力）外，其它力均不做功，故系统的机械能守恒，于是

$$mga\sin\alpha = mga\sin\theta + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}J_c\omega^2$$

将转动惯量 $J_c = \frac{1}{12}m(2a)^2$ 及(2)式代入上式，可得

$$mga\sin\alpha = mga\sin\theta + \frac{2}{3}ma^2\omega^2$$

由上式得

$$\omega = \sqrt{\frac{3g(\sin\alpha - \sin\theta)}{2a}} \tag{4}$$

及

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3g}{4a}\cos\theta \tag{5}$$

将(4)，(5)式代入(2)，(3)式得：

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= -a\sin\theta\sqrt{\frac{3g(\sin\alpha - \sin\theta)}{2a}} \\ \dot{y} &= a\cos\theta\sqrt{\frac{3g(\sin\alpha - \sin\theta)}{2a}} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$
\left.\begin{aligned}
\ddot{x} &= \frac{9}{4}g\sin\theta\cos\theta - \frac{3}{2}g\sin\alpha\cos\theta \\
\ddot{y} &= -\frac{3}{4}g\cos^2\theta - \frac{3}{2}g\sin\alpha\sin\theta + \frac{3}{2}g\sin^2\theta
\end{aligned}\right\} \tag{7}
$$

(6)式和(7)式表示的就是当外力突然撤去后，梯子的运动情况。

(2) 根据质心运动定律有

$$N_2 = m\ddot{x}$$

梯子与垂直壁脱离时有 $N_2=0$，则有

$$\frac{9}{4}g\sin\theta\cos\theta = \frac{3}{2}g\sin\alpha\cos\theta$$

即

$$\frac{3}{2}\sin\theta = \sin\alpha$$

所以，脱离接触时的 θ 为

$$\theta = \arcsin\left(\frac{2}{3}\sin\alpha\right)$$

1-1-6 如图 1-6 所示，一具有圆形周边，质量对其中心对称分布的物体(如实心圆柱体、空心圆筒、球等)，在一倾角为 θ 的斜面上作无滑滚动。设摩擦系数为 μ，求使该物体只滚不滑时，θ 的取值范围，并讨论空心圆筒、实心圆柱体和球等具体情况。

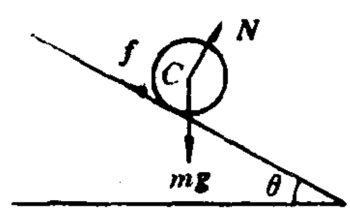

图 1-6 题 1-1-6 图示

解：设物体的半径为 r，对中心轴的转动惯量为 J_c，其受力如图所示。

质心沿斜面平动(以沿斜面向下为正)有

$$mg\sin\theta - f = ma_c \tag{1}$$

在垂直斜面方向有

$$N - mg\cos\theta = 0 \tag{2}$$

绕质心的转动有

$$fr = J_c\omega \tag{3}$$

只滚不滑的条件是

$$a_c = \omega r \tag{4}$$

由(1),(2),(3),(4)式可得

$$\omega = \frac{r}{J_c + mr^2} mg\sin\theta$$

$$f = \frac{J_c}{J_c + mr^2} mg\sin\theta$$

欲使物体只滚不滑,则必须有

$$f \leqslant \mu N = \mu mg\cos\theta$$

所以 $$\frac{J_c mg\sin\theta}{J_c + mr^2} \leqslant \mu mg\cos\theta$$

$$\mathrm{tg}\theta \leqslant \mu \frac{J_c + mr^2}{J_c}$$

即 $$\theta \leqslant \mathrm{arctg}\left(\mu \frac{J_c + mr^2}{J_c}\right)$$

对于空心圆筒: $J_c = mr^2$, $\theta \leqslant \mathrm{arctg}2\mu$;

对于实心圆柱体: $J_c = \frac{1}{2}mr^2$, $\theta \leqslant \mathrm{arctg}3\mu$;

对于实心球体: $J_c = \frac{2}{5}mr^2$, $\theta \leqslant \mathrm{arctg}3.5\mu$。

1-1-7 一根均匀棒,长为 L_0,截面面积为 S,质量为 m,杨氏模量为 Y。现从地面上将该棒抛出,使棒作平面平行运动,运动平面为铅直平面,抛出时棒的角速度为 ω,质心速度的大小为 v_0,方向与水平地面成 θ 角,求当棒的质心运动到最高点时棒的长度。计算时不考虑横向收缩。

解:若不计空气阻力,抛出后棒只受重力作用,它对质心轴的力矩等于零,所以抛出后棒绕质心轴的转动角速度 ω 保持不变。

为了计算棒的长度,采用棒的质心系,它是一个非惯性系。分